Prueba de Evaluación de Bachillerato para el Acceso a la Universidad (EBAU)

Universidad de Extremadura

Curso 2020-2021

Materia: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II Tiempo máximo de la prueba: 1h 30m

INSTRUCCIONES PARA REALIZAR EL EXAMEN

El examen consta de 10 problemas, cuyo valor es de 2 puntos cada uno. El estudiante ha de elegir 5 problemas. En ningún caso deberá responder a un número mayor del indicado porque en la corrección del examen sólo se tendrán en cuenta los cinco primeros problemas resueltos. Si se desea que alguno de ellos no sea tenido en cuenta, el estudiante ha de tacharlo y dejarlo claramente indicado. En ese caso, además de los cuatro primeros problemas sin tachar, se corregiría el que ocupe el sexto lugar.

PROBLEMA 1 (2 puntos)

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

Hallar la matriz X que sea solución de la ecuación matricial $A\cdot X-B^t=2C$, donde B^t es la matriz traspuesta de B. Justificar la respuesta.

PROBLEMA 2 (2 puntos)

Sea A la matriz siguiente:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & x & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se pide, justificando las respuestas:

a) Determinar para qué valores de x existe la inversa de A. **(1 punto)**

b) Calcular la inversa de A para $x = 2$. **(1 punto)**.

PROBLEMA 3 (2 puntos)

Resolver, justificando la respuesta, el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x-3y+z=-1 \\ -3x+2y-z=-2 \end{cases}$$

PROBLEMA 4 (2 puntos)

Un taller de confección fabrica abrigos y cazadoras. Para ello dispone semanalmente de 80 m^2 de tela de forro y 120 m^2 de tela de paño. Un abrigo requiere 1 m^2 de tela de forro y 3 m^2 de tela de paño y una cazadora requiere 2 m^2 de cada una de las telas. Si en cada abrigo gana 80 € y en cada cazadora 70 €, calcular, justificando las respuestas:

a) El número de abrigos y de cazadoras que debe confeccionar semanalmente para hacer máximos los beneficios. **(1,5 puntos)**

b) El valor de dichos beneficios máximos. **(0,5 puntos)**

PROBLEMA 5 (2 puntos)

Un determinado vino tiene un tiempo de crianza en bodega de entre 1 y 4 años. La graduación del vino, G(x), en términos del tiempo de crianza, *x*, viene dada por la función

$$G(x) = x^3 - Ax^2 + 6Bx + 2 \qquad 1 \le x \le 4$$

Determinar, justificando la respuesta, las constantes A y B sabiendo que la máxima graduación se consigue exactamente a los 2 años, edad en que el vino alcanza los 22 grados.

PROBLEMA 6 (2 puntos)

El diámetro de cierta variedad de manzana oscila entre los 2 y los 5 cm. El precio (en céntimos de euro), *P(x)*, que se le paga al agricultor por un kilogramo de estas manzanas viene determinado por su diámetro, *x*, de acuerdo con la siguiente función:

$$P(x) = -2x^3 + 15x^2 - 24x + 30 \qquad 2 \le x \le 5$$

Determinar para qué diámetros se alcanzan los precios máximo y mínimo de las manzanas. ¿Cuáles son estos precios máximo y mínimo? Razonar las respuestas

PROBLEMA 7 (2 puntos)

a) Determinar, razonando la respuesta, el área encerrada por la función $f(x) = x^2 + 4x - 5$ y el eje OX entre $x = 0$ y $x = 2$. **(1 punto)**

b) Determinar, razonando la respuesta, las asíntotas de la función: **(1 punto)**

$$g(x) = \frac{x+1}{x^2 + 4x - 5}$$

PROBLEMA 8 (2 puntos)

En una fábrica de vidrios el 25% de las botellas que se producen son grandes, el 40 % medianas y el resto pequeñas. En un control de calidad, se detecta que el 1% de las botellas grandes, el 2% de las medianas y el 3% de las pequeñas son defectuosas. Se pide, razonando la respuesta:

a) Calcular la probabilidad de que una botella elegida al azar sea a la vez mediana y defectuosa. **(1 punto)**

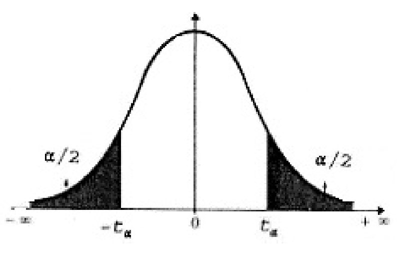
b) Calcular la probabilidad de que una botella elegida al azar sea defectuosa. **(1 punto)**

PROBLEMA 9 (2 puntos)

Se desea conocer la proporción de clientes que adquirirán un nuevo modelo de teléfono móvil. Para ello se realiza una encuesta a 300 potenciales clientes de los cuales 60 están interesados en dicho producto. Hallar un intervalo de confianza, al nivel de confianza del 95%, para la proporción de clientes interesados en el nuevo modelo de teléfono móvil. Razonar la respuesta.

PROBLEMA 10 (2 puntos)

Con objeto de adquirir los embalajes en una panadería, se realiza un estudio sobre la longitud de las barras de pan. Se sabe que dicha variable tiene distribución normal con desviación típica de 3 cm. ¿Cuántas barras de pan deben ser tomadas para el estudio si se desea obtener un intervalo de confianza para la longitud media de las barras, al nivel de confianza del 95%, con una amplitud de 1 cm? Razonar la respuesta.



α	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	∞	2.576	2.326	2.170	2.054	1.960	1.881	1.812	1.751	1.695
0.1	1.645	1.598	1.555	1.514	1.476	1.440	1.405	1.372	1.341	1.311
0.2	1.282	1.254	1.227	1.200	1.175	1.150	1.126	1.103	1.080	1.058
0.3	1.036	1.015	0.994	0.974	0.954	0.935	0.915	0.896	0.878	0.860
0.4	0.842	0.824	0.806	0.789	0.772	0.755	0.739	0.722	0.706	0.690

SOLUCIONES

PROBLEMA 1 (2 puntos)

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 3\\ -1 & 4\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 3 & -2\end{pmatrix}$

Hallar la matriz X que sea solución de la ecuación matricial $A\cdot X-B^t=2C$, donde B^t es la matriz traspuesta de B. Justificar la respuesta.

Para resolver la ecuación matricial $A\cdot X-B^t=2C$ hallamos primero la inversa de A.

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow |A|=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{vmatrix}=2-1=1\neq 0$$

$$A^{-1}=\frac{Adj\left(A^T\right)}{|A|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}}{1}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 3\\ -1 & 4\end{pmatrix}\Rightarrow B^t=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 2 & 3 & 4\end{pmatrix}$$

Despejamos en la ecuación y determinamos X.

$$A\cdot X-B^t=2C\Rightarrow A\cdot X=2C+B^t\Rightarrow X=A^{-1}\left[2C+B^t\right]$$

$$X=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}\left[2\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 3 & -2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 2 & 3 & 4\end{pmatrix}\right]$$

$$X=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & -2 & -1\\ 2 & 9 & 0\end{pmatrix}$$

$$2\times\boxed{2 \quad \cdot \quad 2}\times 3$$

$$X=\begin{pmatrix}3-2 & -2-9 & -1\\ -3+4 & 2+18 & 1\end{pmatrix}$$

$$\boxed{X=\begin{pmatrix}1 & -11 & -1\\ 1 & 20 & 1\end{pmatrix}}$$

PROBLEMA 2 (2 puntos)

Sea A la matriz siguiente:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & x & 2\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Se pide, justificando las respuestas:

a) Determinar para qué valores de *x* existe la inversa de A. **(1 punto)**

b) Calcular la inversa de A para *x = 2*. **(1 punto)**

a) Existe la inversa si su determinante es no nulo.

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & x & 2\\ -1 & 0 & 1\end{vmatrix}=x-4+0+3x+0+0=4x-4$$

$$|A|=0\Rightarrow 4x-4=0\Rightarrow x=1$$

La matriz A tiene inversa para cualquier valor de *x* distinto de 1.

b) Para *x = 2* existe la inversa y la calculamos.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 2 & 2\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow |A|=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 2 & 2\\ -1 & 0 & 1\end{vmatrix}=2-4+6=4\neq 0$$

$$A^{-1}=\frac{Adj\left(A^T\right)}{|A|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 2 & 2 & 0\\ 3 & 2 & 1\end{pmatrix}}{4}=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}+\begin{vmatrix}2 & 0\\ 2 & 1\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}2 & 0\\ 3 & 1\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}2 & 2\\ 3 & 2\end{vmatrix}\\ -\begin{vmatrix}0 & -1\\ 2 & 1\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}1 & -1\\ 3 & 1\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}1 & 0\\ 3 & 2\end{vmatrix}\\ +\begin{vmatrix}0 & -1\\ 2 & 0\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\end{vmatrix} & +\begin{vmatrix}1 & 0\\ 2 & 2\end{vmatrix}\end{pmatrix}$$

$$\boxed{A^{-1}=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}2 & -2 & -2\\ -2 & 4 & -2\\ 2 & -2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1/2 & -1/2 & -1/2\\ -1/2 & 1 & -1/2\\ 1/2 & -1/2 & 1/2\end{pmatrix}}$$

PROBLEMA 3 (2 puntos)
Resolver, justificando la respuesta, el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x-3y+z=-1 \\ -3x+2y-z=-2 \end{cases}$$

Lo resolvemos utilizando el método de Gauss.

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x-3y+z=-1 \\ -3x+2y-z=-2 \end{cases} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \text{Ecuación } 2^a - 2 \cdot \text{Ecuación } 1^a \\ \begin{array}{cccc} 2x & -3y & +z & =-1 \\ -2x & -2y & -2z & =-12 \\ \hline 0 & -5y & -z & =-13 \end{array} \\ \text{Nueva Ecuación } 2^a \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} \text{Ecuación } 3^a + 3 \cdot \text{Ecuación } 1^a \\ \begin{array}{cccc} -3x & +2y & -z & =-2 \\ 3x & +3y & +3z & =18 \\ \hline 0 & 5y & +2z & =16 \end{array} \\ \text{Nueva Ecuación } 3^a \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ -5y-z=-13 \\ 5y+2z=16 \end{cases} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \text{Ecuación } 3^a + \text{Ecuación } 2^a \\ \begin{array}{cccc} 5y & +2z & = & 16 \\ -5y & -z & = & -13 \\ \hline 0 & +z & = & 3 \end{array} \\ \text{Nueva Ecuación } 3^a \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=6 \\ -5y-z=-13 \Rightarrow \\ \boxed{z=3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y+3=6 \\ -5y-3=-13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ -5y=-10 \rightarrow \boxed{y=2} \end{cases} \Rightarrow x+2=3 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

La solución del sistema es $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$.

PROBLEMA 4 (2 puntos)
Un taller de confección fabrica abrigos y cazadoras. Para ello dispone semanalmente de 80 m^2 de tela de forro y 120 m^2 de tela de paño. Un abrigo requiere 1 m^2 de tela de forro y 3 m^2 de tela de paño y una cazadora requiere 2 m^2 de cada una de las telas. Si en cada abrigo gana 80 € y en cada cazadora 70 €, calcular, justificando las respuestas:
a) El número de abrigos y de cazadoras que debe confeccionar semanalmente para hacer máximos los beneficios. **(1,5 puntos)**
b) El valor de dichos beneficios máximos. **(0,5 puntos)**

a) Llamamos "x" al número de abrigos a confeccionar semanalmente e "y" al número de cazadoras.

Realizamos una tabla para ordenar la información.

	M^2 de tela de forro	M^2 de paño	Ganancias
Número de abrigos (x)	x	3x	80x
Número de cazadoras (y)	2y	2y	70y
Totales	$x+2y$	$3x+2y$	$80x+70y$

Queremos maximizar las ganancias que vienen dadas por la expresión $G(x,y)=80x+70y$.
Las restricciones son:

"*Dispone semanalmente de 80 m^2 de tela de forro y 120 m^2 de tela de paño*" → $x+2y\le 80;\quad 3x+2y\le 120$

Las cantidades deben ser positivas → $x\ge 0;\quad y\ge 0$

Las restricciones que definen la región factible son:

$$\left.\begin{array}{l} x+2y\le 80 \\ 3x+2y\le 120 \\ x\ge 0;\quad y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$x+2y=80$

x	$y=\frac{80-x}{2}$
0	40
20	30

$3x+2y=120$

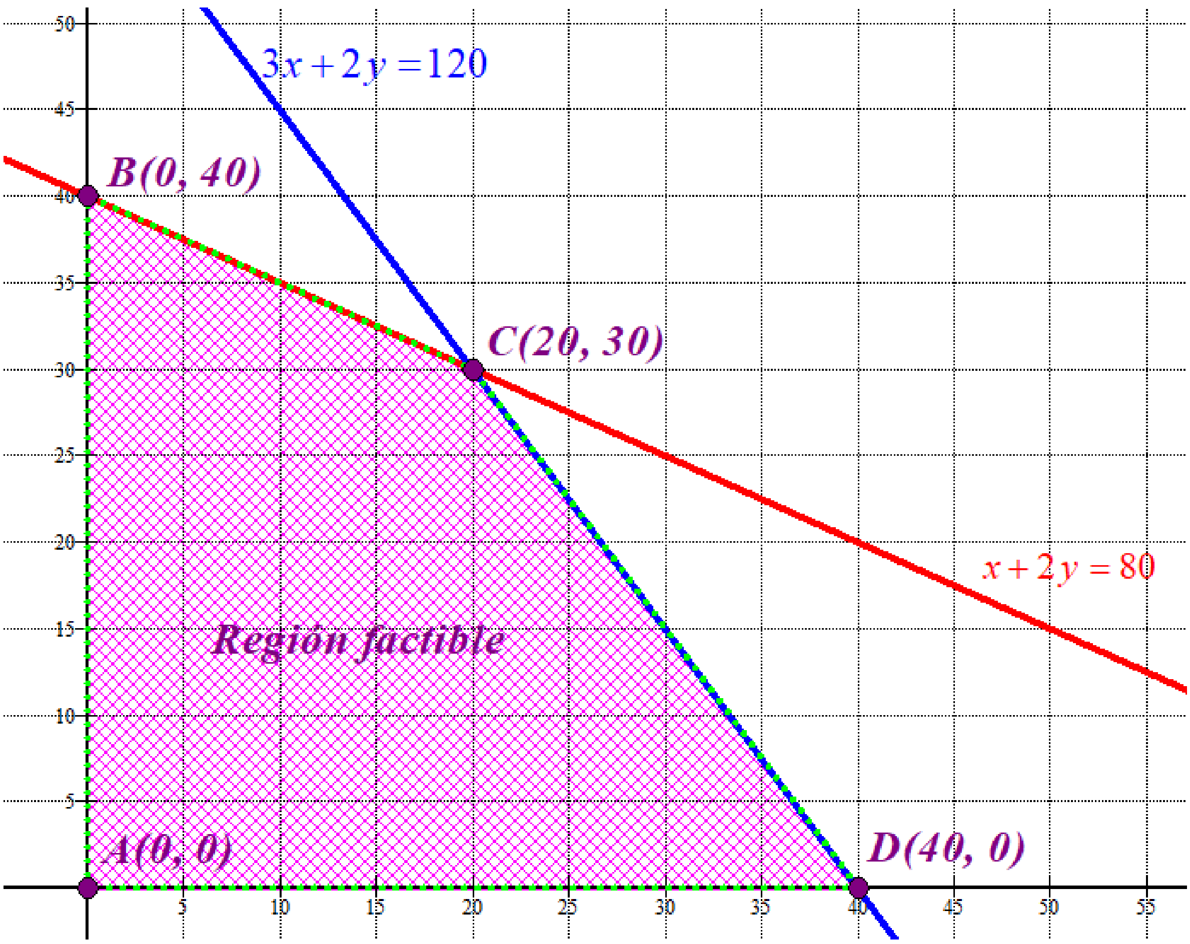
x	$y=\frac{120-3x}{2}$
0	60
20	30

$x\ge 0;\quad y\ge 0$

Primer cuadrante

Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x+2y\le 80 \\ 3x+2y\le 120 \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante situada por debajo de las rectas roja y azul.

La coloreamos de rosa en el siguiente dibujo.



Valoramos la función de las ganancias $G(x,y)=80x+70y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

A(0, 0) → $G(0,0)=0$
B(0, 40) → $G(0,40)=2800$
C(20, 30) → $G(20,30)=1600+2100=3700$
D(40, 0) → $G(40,0)=3200$

Las ganancias son máximas en el vértice C(20, 30), es decir, confeccionando 20 abrigos y 30 cazadoras.

b) Los beneficios máximos son de 3700 €.

PROBLEMA 5 (2 puntos)
Un determinado vino tiene un tiempo de crianza en bodega de entre 1 y 4 años. La graduación del vino, G(x), en términos del tiempo de crianza, *x*, viene dada por la función

$$G(x)=x^3-Ax^2+6Bx+2 \qquad 1\le x\le 4$$

Determinar, justificando la respuesta, las constantes A y B sabiendo que la máxima graduación se consigue exactamente a los 2 años, edad en que el vino alcanza los 22 grados.

Nos dicen que el máximo de la función $G(x)=x^3-Ax^2+6Bx+2$ se produce en $x = 2$, siendo este valor máximo de la graduación $G(2)=22$.

En $x = 2$ hay un máximo implica que la derivada se anula en dicho valor → $G'(2)=0$.

$$\left.\begin{array}{l} G(x)=x^3-Ax^2+6Bx+2 \\ G'(x)=3x^2-2Ax+6B \\ G(2)=22 \\ G'(2)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 22=2^3-A\cdot 2^2+6B\cdot 2+2 \\ 3\cdot 2^2-2A\cdot 2+6B=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 22=8-4A+12B+2 \\ 12-4A+6B=0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4A-12B=-12 \\ -4A+6B=-12 \end{array}\right\}$$

$$-6B=-24 \Rightarrow \boxed{B=4} \Rightarrow 4A-48=-12 \Rightarrow 4A=36 \Rightarrow \boxed{A=9}$$

Los valores necesarios de A y B para que se cumpla lo pedido en el ejercicio son $A = 9$ y $B = 4$.

PROBLEMA 6 (2 puntos)
El diámetro de cierta variedad de manzana oscila entre los 2 y los 5 cm. El precio (en céntimos de euro), *P(x)*, que se le paga al agricultor por un kilogramo de estas manzanas viene determinado por su diámetro, *x*, de acuerdo con la siguiente función:

$$P(x) = -2x^3 + 15x^2 - 24x + 30 \qquad 2 \le x \le 5$$

Determinar para qué diámetros se alcanzan los precios máximo y mínimo de las manzanas. ¿Cuáles son estos precios máximo y mínimo? Razonar las respuestas

Derivamos e igualamos a cero la función $P(x) = -2x^3 + 15x^2 - 24x + 30 \qquad 2 \le x \le 5$.

$$P'(x) = -6x^2 + 30x - 24$$

$$P'(x) = 0 \Rightarrow -6x^2 + 30x - 24 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 16}}{2} = \begin{cases} \frac{5-3}{2} = 1 \\ \frac{5+3}{2} = 4 \end{cases}$$

El valor $x = 1$ no pertenece al intervalo [2, 5], dominio de definición de la función.
Por lo que solo comprobamos si $x = 4$ es máximo o mínimo sustituyendo en la derivada segunda.

$$P'(x) = -6x^2 + 30x - 24 \Rightarrow P''(x) = -12x + 30 \Rightarrow P''(4) = -48 + 30 = -18 < 0$$

La función posee un máximo relativo en $x = 4$.

Valoramos la función en los extremos del intervalo de definición [2, 5] y decidimos con que diámetros se alcanzan los precios máximo y mínimo.

$$P(2) = -2 \cdot 2^3 + 15 \cdot 2^2 - 24 \cdot 2 + 30 = 26 \to \text{¡¡}Mínimo\text{!!}$$
$$P(4) = -2 \cdot 4^3 + 15 \cdot 4^2 - 24 \cdot 4 + 30 = 46 \to \text{¡¡Máximo!!}$$
$$P(5) = -2 \cdot 5^3 + 15 \cdot 5^2 - 24 \cdot 5 + 30 = 35$$

El precio máximo es 0.46 € que se obtiene con un diámetro de 4 cm.
El precio mínimo es 0.26 € que se obtiene con un diámetro de 2 cm.

PROBLEMA 7 (2 puntos)

a) Determinar, razonando la respuesta, el área encerrada por la función $f(x)=x^2+4x-5$ y el eje OX entre x = 0 y x = 2. **(1 punto)**

b) Determinar, razonando la respuesta, las asíntotas de la función: **(1 punto)**

$$g(x)=\frac{x+1}{x^2+4x-5}$$

a) La función es una parábola. Vemos si corta al eje OX entre x = 0 y x = 2.

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=x^2+4x-5 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow x^2+4x-5=0 \Rightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2+20}}{2}=\begin{cases} \dfrac{-4-6}{2}=-5 \\ \dfrac{-4+6}{2}=1 \end{cases}$$

Como $x = 1$ está en el intervalo (0, 2) el área pedida la calculamos como la suma del valor absoluto de dos integrales definidas, una entre 0 y 1 y otra entre 1 y 2.

$$\int_0^1 x^2+4x-5dx=\left[\frac{x^3}{3}+2x^2-5x\right]_0^1=\left[\frac{1^3}{3}+2\cdot 1^2-5\right]-\left[\frac{0^3}{3}+0-0\right]=-\frac{8}{3}$$

$$\int_1^2 x^2+4x-5dx=\left[\frac{x^3}{3}+2x^2-5x\right]_1^2=\left[\frac{2^3}{3}+2\cdot 2^2-10\right]-\left[\frac{1^3}{3}+2-5\right]=\frac{10}{3}$$

$$Área=\left|\int_0^1 x^2+4x-5dx\right|+\left|\int_1^2 x^2+4x-5dx\right|=\left|-\frac{8}{3}\right|+\left|\frac{10}{3}\right|=\frac{18}{3}=\boxed{6\,u^2}$$

b) El dominio de la función $g(x)=\dfrac{x+1}{x^2+4x-5}$ son todos los números reales salvo los que anulan el denominador.

$$x^2+4x-5=0 \Rightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2+20}}{2}=\begin{cases} \dfrac{-4-6}{2}=-5 \\ \dfrac{-4+6}{2}=1 \end{cases}$$

El dominio de la función es $\mathbb{R}-\{-5,1\}$

Asíntota vertical. $x=a$

***¿x = –5*?**

$$\lim_{x\to -5} g(x)=\lim_{x\to -5}\frac{x+1}{x^2+4x-5}=\frac{-4}{0}=\infty$$

La recta $x = -5$ es asíntota vertical.

***¿x = 1*?**

$$\lim_{x\to 1} g(x)=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x^2+4x-5}=\frac{2}{0}=\infty$$

La recta *x = 1* es asíntota vertical.

Asíntota horizontal. $y = b$

$$b = \lim_{x\to\infty} g\left(x\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x^2+4x-5} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}+\frac{4x}{x^2}-\frac{5}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}{1+\frac{4}{x}-\frac{5}{x^2}} = \frac{\frac{1}{\infty}+\frac{1}{\infty}}{1+\frac{4}{\infty}-\frac{5}{\infty}} = \frac{0}{1} = 0$$

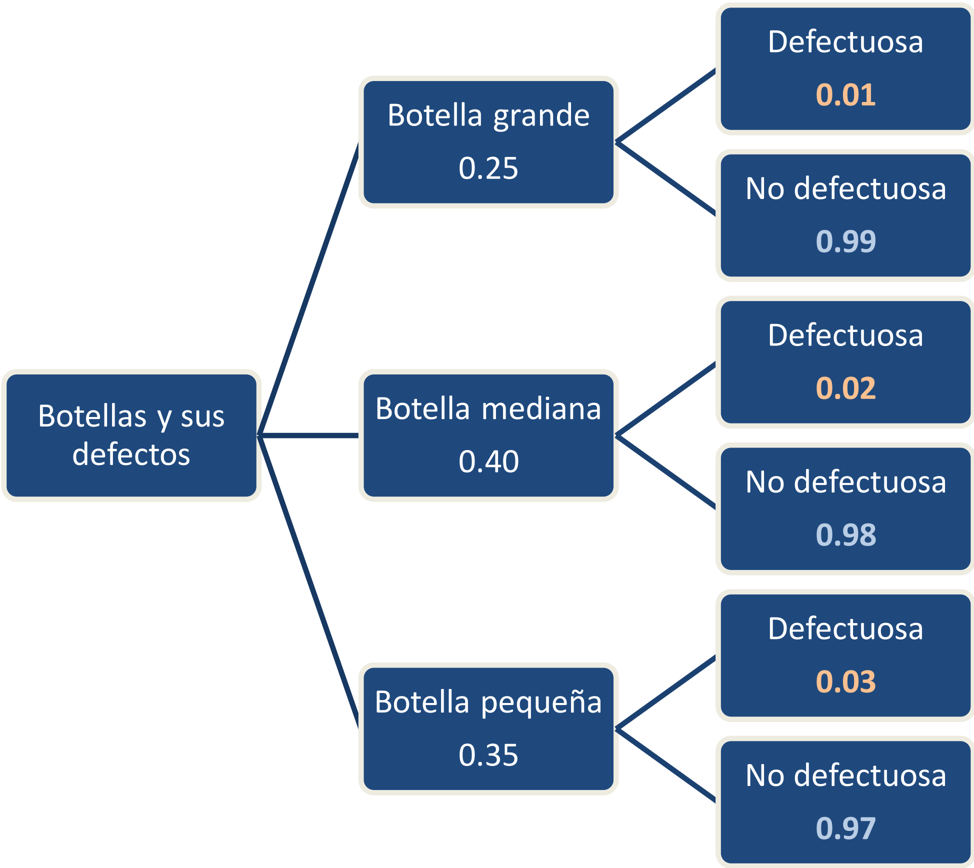
La recta *y = 0* es asíntota horizontal.

Asíntota oblicua. $y = mx+n$

No tiene pues tiene asíntota horizontal.

PROBLEMA 8 (2 puntos)
En una fábrica de vidrios el 25% de las botellas que se producen son grandes, el 40 % medianas y el resto pequeñas. En un control de calidad, se detecta que el 1% de las botellas grandes, el 2% de las medianas y el 3% de las pequeñas son defectuosas. Se pide, razonando la respuesta:
a) Calcular la probabilidad de que una botella elegida al azar sea a la vez mediana y defectuosa. **(1 punto)**
b) Calcular la probabilidad de que una botella elegida al azar sea defectuosa. **(1 punto)**

Construimos un diagrama de árbol.



Llamamos A = Elegir botella grande, B = Elegir botella mediana, C = Elegir botella pequeña.
D = La botella es defectuosa $\overline{D}$ = La botella no es defectuosa.

a) Observando el diagrama obtenemos la probabilidad pedida.

$$P(B\cap D)=P(B)P(D/B)=0.4\cdot 0.02=\boxed{0.008}$$

b) Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(D)=P(A)P(D/A)+P(B)P(D/B)+P(C)P(D/C)=$$

$$=0.25\cdot 0.01+0.40\cdot 0.02+0.35\cdot 0.03=\boxed{0.021}$$

PROBLEMA 9 (2 puntos)
Se desea conocer la proporción de clientes que adquirirán un nuevo modelo de teléfono móvil. Para ello se realiza una encuesta a 300 potenciales clientes de los cuales 60 están interesados en dicho producto. Hallar un intervalo de confianza, al nivel de confianza del 95%, para la proporción de clientes interesados en el nuevo modelo de teléfono móvil. Razonar la respuesta.

La proporción muestral es $p=\frac{60}{300}=0.2$ con n = 300.

El nivel de confianza del 95% significa que

$$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow \alpha/2 = 0'025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1,96}$$

El error es

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0.2 \cdot 0.8}{300}} \simeq 0.045$$

El intervalo de confianza para la proporción de clientes que adquirirán un nuevo modelo de teléfono móvil es:

$$\left(p - Error,\ p + Error\right) = (0.2 - 0.045, 0.2 + 0.045) = (0.155,\ 0.245)$$

El intervalo de confianza es $(0.155,\ 0.245)$

PROBLEMA 10 (2 puntos)
Con objeto de adquirir los embalajes en una panadería, se realiza un estudio sobre la longitud de las barras de pan. Se sabe que dicha variable tiene distribución normal con desviación típica de 3 cm. ¿Cuántas barras de pan deben ser tomadas para el estudio si se desea obtener un intervalo de confianza para la longitud media de las barras, al nivel de confianza del 95%, con una amplitud de 1 cm? Razonar la respuesta.

Sea X = Longitud de una barra de pan en centímetros.

$X = N(\mu, 3)$

El nivel de confianza del 95% significa que

$$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow \alpha/2 = 0'025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1,96}$$

El error es la mitad de la amplitud del intervalo de confianza → Error = $\frac{1}{2}$ = 0.5 cm

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.5 = 1,96 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 1,96 \cdot \frac{3}{0.5} \Rightarrow n = \left(1,96 \cdot \frac{3}{0.5}\right)^2 \simeq 138.29$$

El tamaño de la muestra debe ser entero y mayor de 138.29.
El tamaño mínimo es de 139 barras de pan.