GENERALITAT VALENCIANA
Conselleria d'Educació, Investigació, Cultura i Esport

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA: JUNY 2021	CONVOCATORIA: JUNIO 2021
Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II	Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES. II

BAREMO DEL EXAMEN: **Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.** Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Problema 1. En una explotación ganadera se crían 100 animales. Cada ejemplar necesita diariamente como mínimo 5 kg de piensos de origen animal y como mínimo 3 kg de piensos de origen vegetal. Hay dos marcas A y B que venden sacos con mezclas de dichos piensos. La marca A vende sacos con 7 kg de piensos animales y 3 kg de piensos vegetales. La marca B vende sacos con 6 kg de piensos animales y 4 kg de piensos vegetales. Si los sacos de la marca A cuestan 12 euros y los de la marca B cuestan 11 euros,

a) ¿cuál es la combinación de compra de sacos de cada marca que se ha de realizar semanalmente para minimizar el coste? *(8 puntos)*

b) ¿cuál sería dicho coste mínimo? *(2 puntos)*

Problema 2. En una empresa de 57 trabajadores el gasto en salarios en este mes ha sido de 62000 euros. En la empresa hay trabajadores de tres categorías, denominadas A, B y C. Este mes el salario de los trabajadores de la categoría A ha sido de 800 euros, el de los trabajadores de la categoría B de 1000 euros y el de los trabajadores de la categoría C de 2000 euros. Una auditoría externa ha indicado que la desigualdad salarial entre los trabajadores de la empresa es excesiva, por lo que se ha decidido que el próximo mes se incrementará en un 4% el salario a los trabajadores de la categoría A, se mantendrá el salario a los trabajadores de la categoría B y se rebajará en un 10% el salario a los trabajadores de la categoría C. De esta manera, el gasto de la empresa en salarios en el próximo mes será un 2% inferior al gasto en salarios de este mes. ¿Cuántos trabajadores de cada categoría tiene la empresa?

(Planteamiento correcto 5 puntos --- Resolución correcta 5 puntos)

Problema 3. Dada la función $f(x)=\dfrac{1-x^2}{x^2-4}$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*

b) Las asíntotas horizontales y verticales, si las hubiera. *(2 puntos)*

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*

d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*

e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

Problema 4. Desde el inicio de 1980, la capacidad (cantidad de gas que puede extraerse) de una explotación gasística, expresada en miles de metros cúbicos, viene dada por la función

$$f(x) = 36600 + 1500x - 15x^2$$

donde la variable *x* representa el tiempo en años transcurridos desde el inicio de 1980.

a) Calcula la capacidad de la explotación al inicio de 1980. *(2 puntos)*

b) Calcula cuánto tiempo ha de pasar desde el inicio de 1980 para que la capacidad alcance su valor máximo, y cuál es dicho valor máximo (en miles de metros cúbicos). *(4 puntos)*

c) Si el beneficio en euros por metro cúbico de gas disminuye con los años según la función

$$g(x) = 3 - \frac{3x^2}{12100},$$

calcula cuánto tiempo debe pasar para que la explotación deje de ser rentable y cuál será la capacidad (en miles de metros cúbicos) de la explotación en ese momento. *(4 puntos)*

Problema 5. Si *A* y *B* son dos sucesos tales que $P(A) = 0,4$, $P(B/A) = 0,25$ *y* $P(B^c) = 0.75$, se pide

a) ¿Son independientes los sucesos *A* y *B*? ¿Por qué? *(2,5 puntos)*

b) Calcula $P(A \cup B)$. *(2,5 puntos)*

c) Calcula $P(A / B^c)$. *(2,5 puntos)*

d) Calcula $P(A^c \cup B^c)$ y $P(A^c \cap B^c)$. *(2,5 puntos)*

(A^c y B^c representan, respectivamente, el suceso complementario de *A* y el suceso complementario de *B*).

Problema 6. Una empresa fabrica protectores de pantalla para teléfonos móviles. La empresa produce tres tipos de protectores: de 4 pulgadas, de 4,7 pulgadas y de 5 pulgadas. Consideramos la población de los habitantes de una ciudad que poseen un único teléfono móvil y cuya medida es una de estas tres. Un estudio de mercado indica que el 30% de los teléfonos móviles tienen una pantalla de 4 pulgadas. Este mismo estudio también indica que el 30% de los usuarios de un teléfono móvil de una pantalla de 4 pulgadas utilizan un protector de pantalla. Este también es el caso del 25% de los que poseen un teléfono móvil con pantalla de 4,7 pulgadas y del 40% de los que poseen un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.

a) Si el 34% de los que tienen un teléfono móvil usan un protector de pantalla, calculad el porcentaje de los que usan un teléfono móvil de 4,7 pulgadas y el porcentaje de los que usan un teléfono móvil de 5 pulgadas. *(4 puntos)*

b) Se considera un usuario de teléfono móvil con protector de pantalla. Calcula la probabilidad de que utilice un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas. *(3 puntos)*

c) Consideramos ahora una persona que tiene un teléfono móvil con protector de pantalla y cuya pantalla no es de 4,7 pulgadas. Calcula la probabilidad de que use un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.

Soluciones:

Problema 1. En una explotación ganadera se crían 100 animales. Cada ejemplar necesita diariamente como mínimo 5 kg de piensos de origen animal y como mínimo 3 kg de piensos de origen vegetal. Hay dos marcas A y B que venden sacos con mezclas de dichos piensos. La marca A vende sacos con 7 kg de piensos animales y 3 kg de piensos vegetales. La marca B vende sacos con 6 kg de piensos animales y 4 kg de piensos vegetales. Si los sacos de la marca A cuestan 12 euros y los de la marca B cuestan 11 euros,
a) ¿cuál es la combinación de compra de sacos de cada marca que se ha de realizar semanalmente para minimizar el coste? *(8 puntos)*
b) ¿cuál sería dicho coste mínimo? *(2 puntos)*

a) Llamamos "x" al número de sacos semanales a comprar de la marca A e "y" al número de sacos semanales a comprar de B.
Hacemos una tabla para ordenar toda la información del ejercicio.

	Kg de origen animal	Kg de origen vegetal	Coste diario
Nº sacos A (x)	7x	3x	12x
Nº sacos B (y)	6y	4y	11y
TOTALES	$7x+6y$	$3x+4y$	$12x+11y$

La función objetivo que deseamos minimizar es el coste semanal: $C(x,y)=12x+11y$.

Las restricciones del problema son:

"Se necesitan diariamente como mínimo 100 · 5 = 500 kg de pienso de origen animal. A la semana harán falta 7 · 500 = 3500 kg" → $7x+6y\geq 3500$

"Se necesitan diariamente como mínimo 100 · 3 = 300 kg de pienso de origen vegetal. A la semana harán falta 7 · 300 = 2100" → $3x+4y\geq 2100$

Las cantidades deben ser positivas → $x\geq 0;\ y\geq 0$

Reunimos todas las restricciones en un sistema de inecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} 7x+6y\geq 3500 \\ 3x+4y\geq 2100 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

Para representar la región factible empezamos dibujando las rectas que la delimitan:

$7x+6y=3500$

x	$y=\dfrac{3500-7x}{6}$
500	0
140	420

$3x+4y=2100$

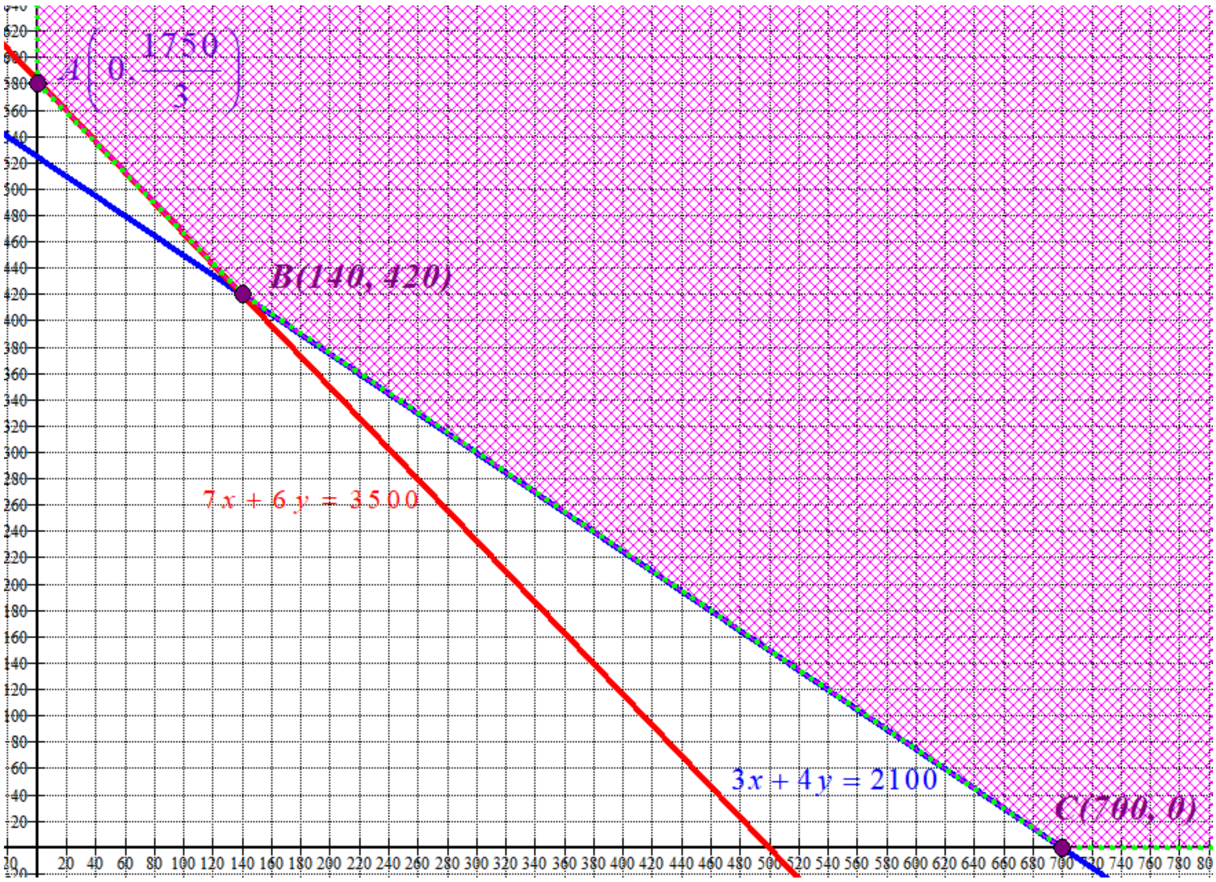
x	$y=\dfrac{2100-3x}{4}$
0	525
140	420

$x\geq 0;\ y\geq 0$

Primer cuadrante

Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} 7x+6y\geq 3500 \\ 3x+4y\geq 2100 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante que está por encima de las rectas roja y azul.

Coloreamos de rosa la región factible en el siguiente dibujo.



Las coordenadas de los vértices se obtienen de resolver los sistemas de ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} 7x+6y=3500 \\ x=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 6y=3500 \Rightarrow y=\frac{3500}{6}=\frac{1750}{3} \Rightarrow \boxed{A\left(0,\frac{1750}{3}\right)}$$

$$\left.\begin{array}{l} 7x+6y=3500 \\ 3x+4y=2100 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{multiplico por 3 la ecuación 1ª} \\ \text{multiplico por } -7 \text{ la ecuación 2ª} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 21x+18y=10500 \\ -21x-28y=-14700 \\ \hline -10y=-4200 \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow y=\frac{4200}{10}=420 \Rightarrow 3x+4\cdot 420=2100 \Rightarrow 3x=2100-1680=420 \Rightarrow x=\frac{420}{3}=140$$

$\boxed{B(140,420)}$

$$\left.\begin{array}{l} 3x+4y=2100 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3x=2100 \Rightarrow x=\frac{2100}{3}=700 \Rightarrow \boxed{C(700,0)}$$

Valoramos la función coste semanal $C(x,y)=12x+11y$ en cada uno de los vértices en busca del coste mínimo.

$A\left(0,\frac{1750}{3}\right) \rightarrow C\left(0,\frac{1750}{3}\right)=11\frac{1750}{3}=6416,66$

B(140, 420) → $C(140,420)=6300$

C(700,0) → $C(700,0)=8400$

El coste mínimo semanal se produce en el vértice B(140, 420).
Con 140 sacos de A y 420 de B se satisfacen las restricciones con un coste semanal mínimo (6300 €)

b) El coste mínimo es de 6300 €.

Problema 2. En una empresa de 57 trabajadores el gasto en salarios en este mes ha sido de 62000 euros. En la empresa hay trabajadores de tres categorías, denominadas A, B y C. Este mes el salario de los trabajadores de la categoría A ha sido de 800 euros, el de los trabajadores de la categoría B de 1000 euros y el de los trabajadores de la categoría C de 2000 euros. Una auditoría externa ha indicado que la desigualdad salarial entre los trabajadores de la empresa es excesiva, por lo que se ha decidido que el próximo mes se incrementará en un 4% el salario a los trabajadores de la categoría A, se mantendrá el salario a los trabajadores de la categoría B y se rebajará en un 10% el salario a los trabajadores de la categoría C. De esta manera, el gasto de la empresa en salarios en el próximo mes será un 2% inferior al gasto en salarios de este mes. ¿Cuántos trabajadores de cada categoría tiene la empresa?

(Planteamiento correcto 5 puntos --- Resolución correcta 5 puntos)

Llamamos “x” al numero de trabajadores de categoría A, “y” a los de categoría B y “z” a los de categoría C.

“*Es una empresa de 57 trabajadores*” → $x+y+z=57$

“*El gasto en salarios en este mes ha sido de 62000 euros, siendo el salario de los trabajadores de la categoría A de 800 euros, el de los trabajadores de la categoría B de 1000 euros y el de los trabajadores de la categoría C de 2000 euros*” → $800x+1000y+2000z=62000$

“*Como el próximo mes se incrementará en un 4% el salario a los trabajadores de la categoría A el nuevo salario es de 800 · 1.04 = 832 euros, se mantendrá el salario a los trabajadores de la categoría B y se rebajará en un 10% el salario a los trabajadores de la categoría C y será de 2000 · 0.90 = 1800 euros y con este cambio el gasto en salario baja un 2 % por lo que es 62000 · 0.98 = 60760 euros*” → $832x+1000y+1800z=60760$

Reunimos las ecuaciones en un sistema y resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=57 \\ 800x+1000y+2000z=62000 \\ 832x+1000y+1800z=60760 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=57 \\ 4x+5y+10z=310 \\ 104x+125y+225z=7595 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=57-y-z \\ 4x+5y+10z=310 \\ 104x+125y+225z=7595 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4(57-y-z)+5y+10z=310 \\ 104(57-y-z)+125y+225z=7595 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 228-4y-4z+5y+10z=310 \\ 5928-104y-104z+125y+225z=7595 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y+6z=82 \\ 21y+121z=1667 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=82-6z \\ 21y+121z=1667 \end{array}\right\} \Rightarrow 21(82-6z)+121z=1667 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1722-126z+121z=1667 \Rightarrow 5z=55 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{z=\frac{55}{5}=11} \Rightarrow \boxed{y=82-66=16} \Rightarrow \boxed{x=57-16-11=30}$$

En la empresa hay 30 trabajadores de la categoría A, 16 de B y 11 de C.

Problema 3. Dada la función $f(x)=\dfrac{1-x^2}{x^2-4}$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si las hubiera. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

a) El dominio contiene a todos los números reales menos los que anulen el denominador.

$$f(x)=\frac{1-x^2}{x^2-4}\Rightarrow x^2-4=0\Rightarrow x=\sqrt{4}=\pm 2\Rightarrow \boxed{\text{Dominio } f(x)=\mathbb{R}-\{-2,2\}}$$

Si $x = 0$ entonces $f(0)=\dfrac{1-0^2}{0^2-4}=-\dfrac{1}{4}=-0.25$. Un punto de corte con el eje OY es $A(0,-0.25)$.

Si $y = 0$ entonces $0=\dfrac{1-x^2}{x^2-4}\Rightarrow 1-x^2=0\Rightarrow x=\sqrt{1}=\pm 1$. Los puntos de corte con el eje OX son *B(1, 0)* y *C (–1, 0)*

b)

Asíntota vertical. $x=a$

¿$x = -2$?

$$\lim_{x\to -2} f(x)=\lim_{x\to -2}\frac{1-x^2}{x^2-4}=\frac{1-(-2)^2}{(-2)^2-4}=\frac{-3}{0}=\infty$$

$x = -2$ es asíntota vertical.

¿$x = 2$?

$$\lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{1-x^2}{x^2-4}=\frac{1-2^2}{2^2-4}=\frac{-3}{0}=\infty$$

$x = 2$ es asíntota vertical.

Asíntota horizontal. $y=b$

$$b=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1-x^2}{x^2-4}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x^2}-\frac{x^2}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{4}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{1}{x^2}-1}{1-\frac{4}{x^2}}=\frac{\frac{1}{\infty}-1}{1-\frac{4}{\infty}}=\frac{-1}{1}=-1$$

La asíntota horizontal es $y=-1$

c) Derivamos e igualamos a cero.

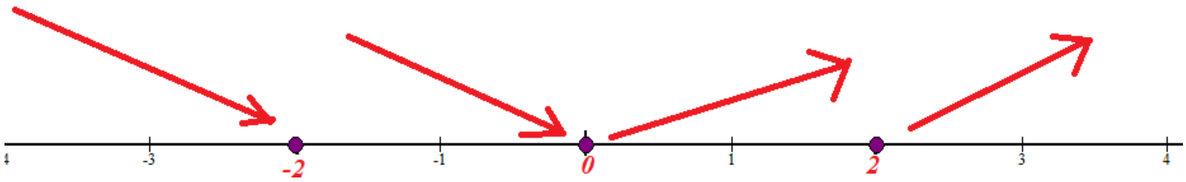
$$f(x)=\frac{1-x^2}{x^2-4}\Rightarrow f'(x)=\frac{-2x\left(x^2-4\right)-2x\left(1-x^2\right)}{\left(x^2-4\right)^2}=\frac{-2x^3+8x-2x+2x^3}{\left(x^2-4\right)^2}=\frac{6x}{\left(x^2-4\right)^2}$$

$$f'(x)=0\Rightarrow \frac{6x}{\left(x^2-4\right)^2}=0\Rightarrow 6x=0\Rightarrow x=0$$

Estudiamos el signo de la derivada antes y después del punto crítico *x* = *0*, añadiendo en el estudio los valores excluidos del dominio, pues son puntos de discontinuidad de la función.

- En $(-\infty,-2)$ tomamos *x* = *–3* y la derivada vale $f'(-3)=\frac{-18}{\left((-3)^2-4\right)^2}=-\frac{18}{25}<0$. La función decrece en $(-\infty,-2)$.
- En $(-2,0)$ tomamos *x* = *–1* y la derivada vale $f'(-1)=\frac{-6}{\left((-1)^2-4\right)^2}=-\frac{6}{9}<0$. La función decrece en $(-2,0)$
- En $(0,2)$ tomamos *x* = *1* y la derivada vale $f'(1)=\frac{6}{\left(1^2-4\right)^2}=\frac{6}{9}>0$. La función crece en $(0,2)$
- En $(2,+\infty)$ tomamos *x* = *3* y la derivada vale $f'(3)=\frac{18}{\left(3^2-4\right)^2}=\frac{18}{25}>0$. La función crece en $(2,+\infty)$

La función sigue el esquema:



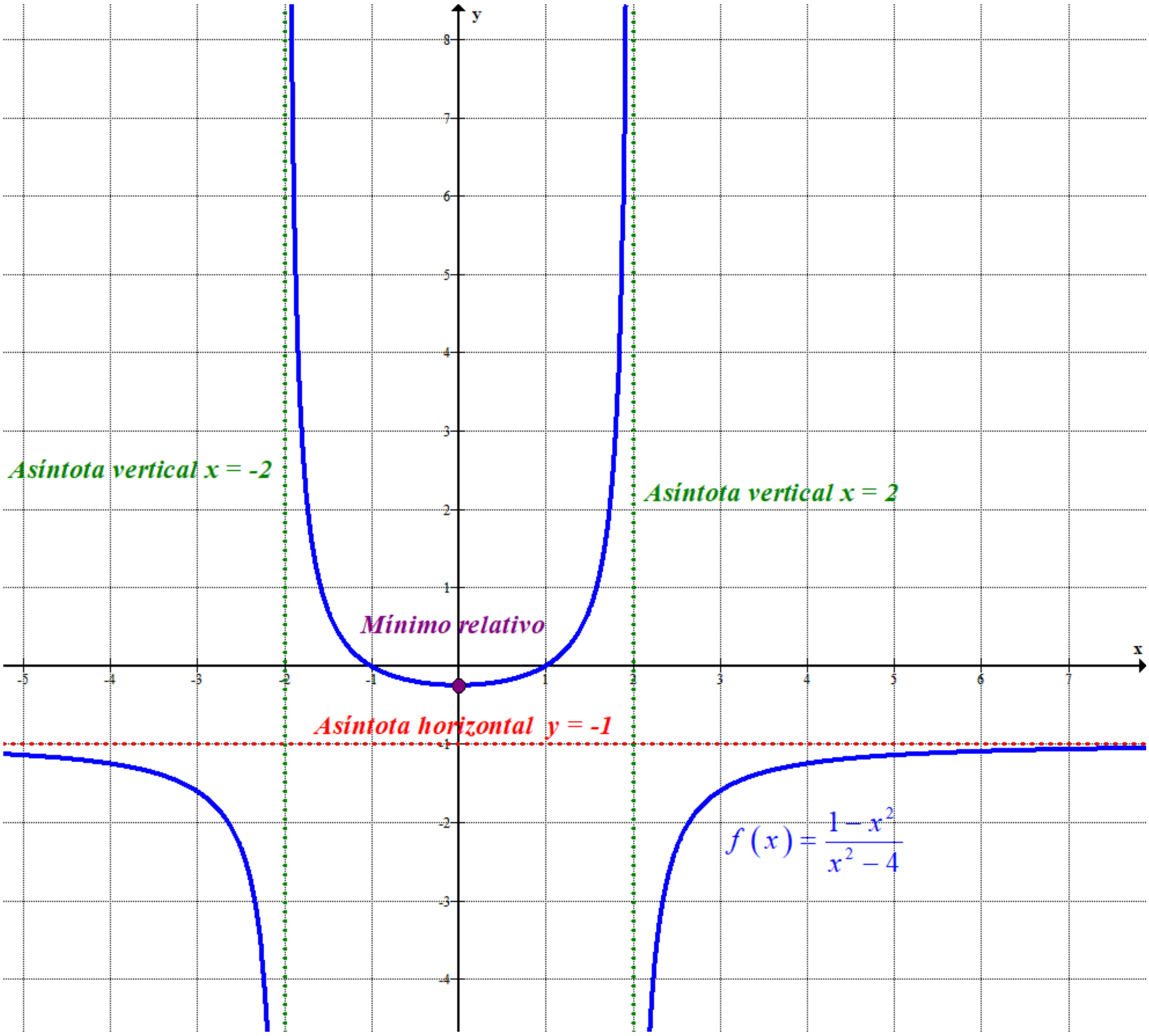
La función decrece en $(-\infty,-2)\cup(-2,0)$ y crece en $(0,2)\cup(2,+\infty)$

d) Por el esquema anterior sabemos que la función tiene un mínimo relativo en *x* = *0*.

Como $f(0)=\frac{1-0^2}{0^2-4}=-\frac{1}{4}=-0.25$ el mínimo relativo tiene coordenadas $A(0,-0.25)$.

e) Con toda la información obtenida podemos dibujar la gráfica de la función, solo añadimos una tabla de valores.

x	$y=\frac{1-x^2}{x^2-4}$
–4	–1.25
–3	–1.6
–1	0
0	–0.25 Mínimo
1	0
3	–1.6
4	–1.25


y
x
Asíntota vertical x = -2
Asíntota vertical x = 2
Mínimo relativo
Asíntota horizontal y = -1
$f(x) = \frac{1-x^2}{x^2-4}$

Problema 4. Desde el inicio de 1980, la capacidad (cantidad de gas que puede extraerse) de una explotación gasística, expresada en miles de metros cúbicos, viene dada por la función

$$f(x) = 36600 + 1500x - 15x^2$$

donde la variable *x* representa el tiempo en años transcurridos desde el inicio de 1980.

a) Calcula la capacidad de la explotación al inicio de 1980. *(2 puntos)*

b) Calcula cuánto tiempo ha de pasar desde el inicio de 1980 para que la capacidad alcance su valor máximo, y cuál es dicho valor máximo (en miles de metros cúbicos). *(4 puntos)*

c) Si el beneficio en euros por metro cúbico de gas disminuye con los años según la función

$$g(x) = 3 - \frac{3x^2}{12100},$$

calcula cuánto tiempo debe pasar para que la explotación deje de ser rentable y cuál será la capacidad (en miles de metros cúbicos) de la explotación en ese momento. *(4 puntos)*

a) Nos piden calcular *f(0)*.

$$f(0) = 36600 + 1500 \cdot 0 - 15 \cdot 0^2 = 36600$$

La capacidad es de 36.600.000 m^3.

b) Derivamos e igualamos a cero.

$$f(x) = 36600 + 1500x - 15x^2 \Rightarrow f'(x) = 1500 - 30x$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 1500 - 30x = 0 \Rightarrow x = \frac{1500}{30} = 50 \text{ es un punto crítico de la función}$$

$$f''(x) = -30 \Rightarrow f''(50) = -30 < 0 \rightarrow x = 50 \text{ es un máximo relativo}$$

Han de pasar 50 años para alcanzar la capacidad máxima.
Como $f(50) = 36600 + 1500 \cdot 50 - 15 \cdot 50^2 = 74100$, tenemos que la capacidad máxima será de 74.100.000 m^3 de gas.

c) Consideramos que la explotación deja de ser rentable cuando los beneficios son iguales o menores que 0. Averiguamos en que momento los beneficios son nulos.

$$\left.\begin{array}{l} g(x) = 3 - \dfrac{3x^2}{12100} \\ g(x) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3 - \frac{3x^2}{12100} = 0 \Rightarrow 3 = \frac{3x^2}{12100} \Rightarrow 36300 = 3x^2 \Rightarrow \frac{36300}{3} = x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12100 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{12100} = \pm 110$$

No tenemos en cuenta el valor negativo de *x*.
El beneficio es 0 para *x = 110*. Vemos como son los beneficios antes y después de los 110 años.

En $(0,110)$ tomamos *x = 10* y el beneficio es $g(10) = 3 - \frac{3 \cdot 10^2}{12100} = 2.975 > 0$. Es rentable.

En $(110,+\infty)$ tomamos $x = 120$ y el beneficio es $g(120)=3-\frac{3\cdot 120^2}{12100}=-0.57<0$. No es rentable.

La explotación deja de ser rentable a los 110 años y su capacidad en dicho momento es de $f(110)=36600+1500\cdot 110-15\cdot 110^2=20100$ miles de metros cúbicos de gas.

Problema 5. Si A y B son dos sucesos tales que $P(A)=0,4,\ P(B/A)=0,25\ y\ P(B^c)=0.75$, se pide

a) ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Por qué? *(2,5 puntos)*

b) Calcula $P(A\cup B)$. *(2,5 puntos)*

c) Calcula $P(A/B^c)$. *(2,5 puntos)*

d) Calcula $P(A^c\cup B^c)$ y $P(A^c\cap B^c)$. *(2,5 puntos)*

(A^c y B^c representan, respectivamente, el suceso complementario de A y el suceso complementario de B).

a) Para ser independientes debe cumplirse que $P(A\cap B)=P(A)P(B)$.

$$\left.\begin{array}{r} P(B/A)=0,25 \Rightarrow \dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=0,25 \\ P(A)=0,4 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{P(A\cap B)}{0,4}=0,25 \Rightarrow P(A\cap B)=0,4\cdot 0,25=0,1$$

$$P(B)=1-P(B^c)=1-0,75=0,25$$

$$\left.\begin{array}{l} P(A\cap B)=0,1 \\ P(A)P(B)=0,4\cdot 0,25=0,1 \end{array}\right\} \Rightarrow P(A\cap B)=P(A)P(B)$$

Los sucesos A y B son independientes.

b)

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0,4+0,25-0,1=\boxed{0,55}$$

c)

$$P(A/B^c)=\frac{P(A\cap B^c)}{P(B^c)}=\frac{P(A)P(B^c/A)}{P(B^c)}=\frac{P(A)[1-P(B/A)]}{P(B^c)}=\frac{0,4[1-0,25]}{0,75}=\boxed{0,4}$$

d)

$$P(A^c\cup B^c)=P\left((A\cap B)^c\right)=1-P(A\cap B)=1-0,1=\boxed{0,9}$$

$$P(A^c\cap B^c)=P\left((A\cup B)^c\right)=1-P(A\cup B)=1-0,55=\boxed{0,45}$$

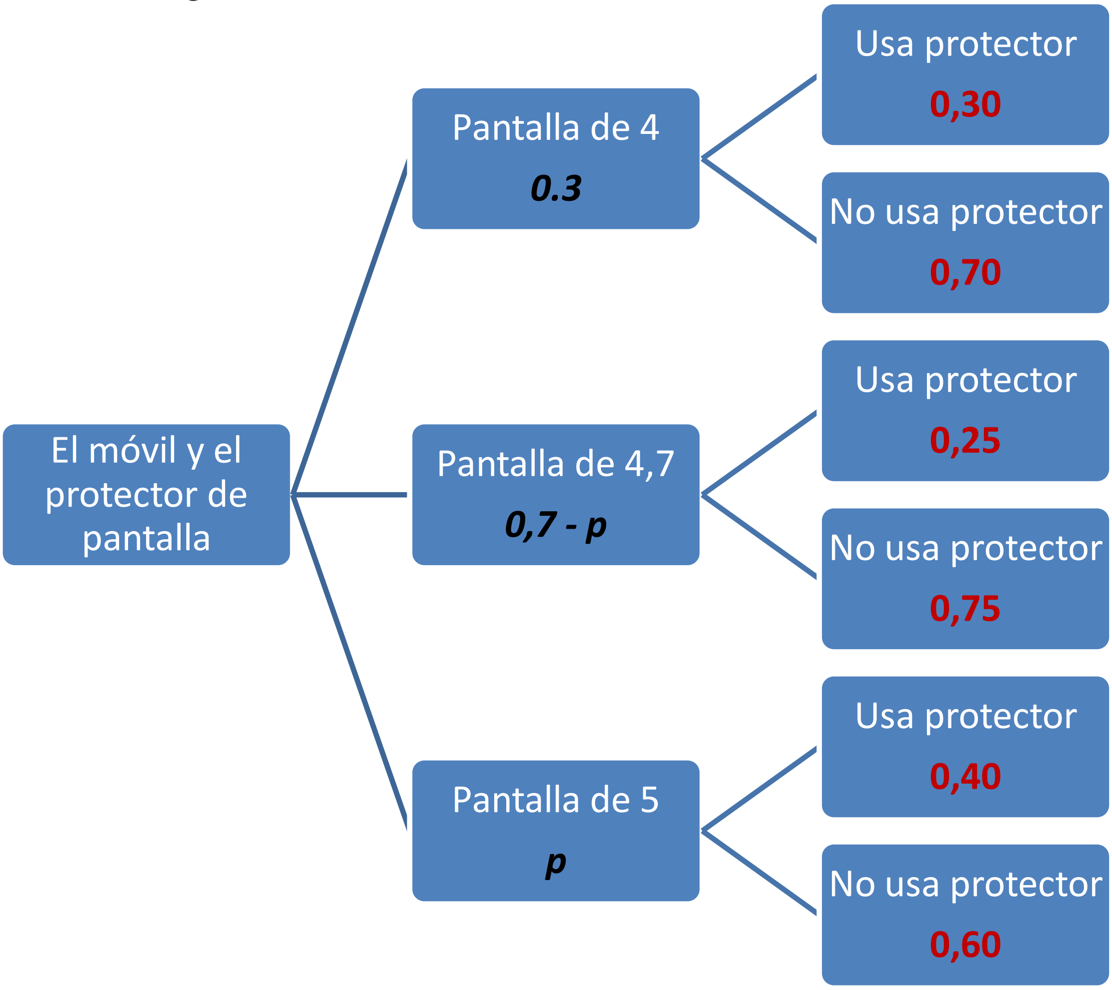
Problema 6. Una empresa fabrica protectores de pantalla para teléfonos móviles. La empresa produce tres tipos de protectores: de 4 pulgadas, de 4,7 pulgadas y de 5 pulgadas. Consideramos la población de los habitantes de una ciudad que poseen un único teléfono móvil y cuya medida es una de estas tres. Un estudio de mercado indica que el 30% de los teléfonos móviles tienen una pantalla de 4 pulgadas. Este mismo estudio también indica que el 30% de los usuarios de un teléfono móvil de una pantalla de 4 pulgadas utilizan un protector de pantalla. Este también es el caso del 25% de los que poseen un teléfono móvil con pantalla de 4,7 pulgadas y del 40% de los que poseen un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.

a) Si el 34% de los que tienen un teléfono móvil usan un protector de pantalla, calculad el porcentaje de los que usan un teléfono móvil de 4,7 pulgadas y el porcentaje de los que usan un teléfono móvil de 5 pulgadas. *(4 puntos)*

b) Se considera un usuario de teléfono móvil con protector de pantalla. Calcula la probabilidad de que utilice un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas. *(3 puntos)*

c) Consideramos ahora una persona que tiene un teléfono móvil con protector de pantalla y cuya pantalla no es de 4,7 pulgadas. Calcula la probabilidad de que use un teléfono móvil con una pantalla de 5 pulgadas.

a) Llamamos p a la probabilidad de que al elegir a una persona use un teléfono de 5 pulgadas. Ese valor es el porcentaje expresado en tanto por uno.
La probabilidad de elegir a alguien con un teléfono de 4,7 pulgadas es $1 - 0{,}3 - p = 0{,}7 - p$
Hacemos un diagrama de árbol.



Llamemos A = Usar pantalla de 4 pulgadas, B = Usar pantalla de 4,7 pulgadas y C = Usar pantalla de 5 pulgadas.

Pr = Usar protector de pantalla $\overline{\text{Pr}}$ = No usar protector de pantalla.

$$P(\Pr)=0,34 \Rightarrow P(A)P(\Pr/A)+P(B)P(\Pr/B)+P(C)P(\Pr/C)=0,34 \Rightarrow$$

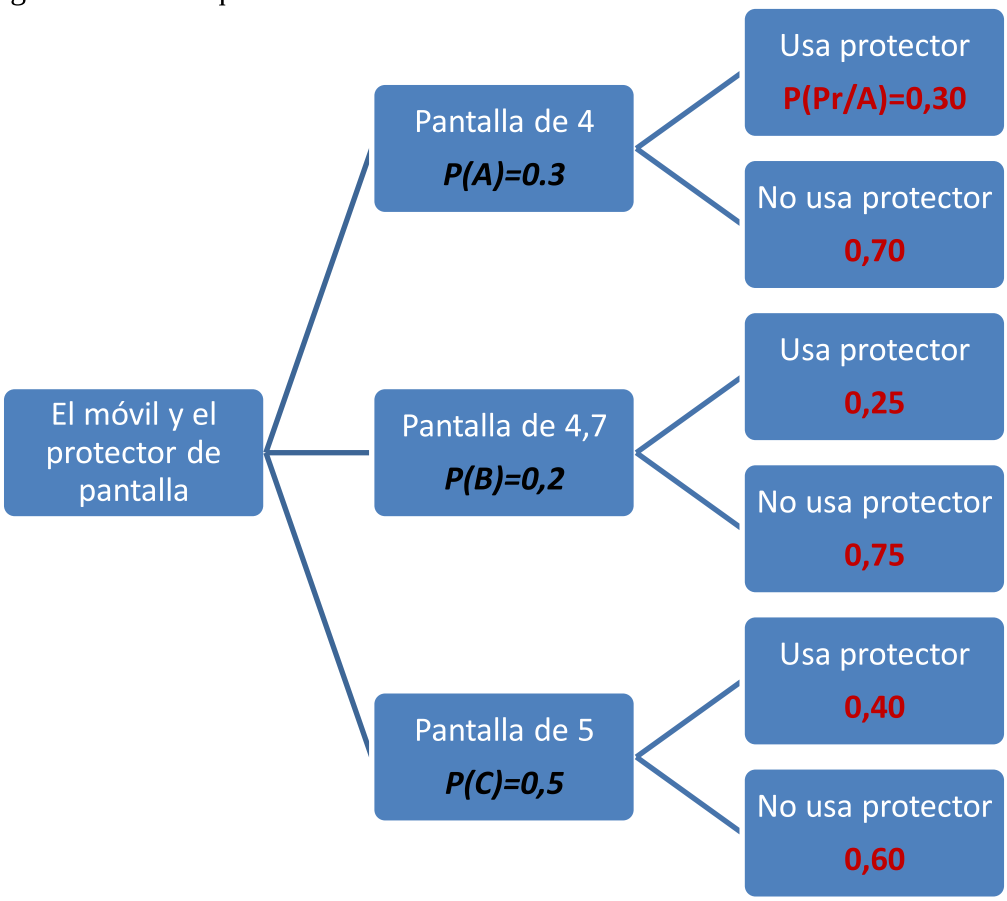
$$\Rightarrow 0,3\cdot 0,3+(0,7-p)0,25+p\cdot 0,4=0,34 \Rightarrow 0,09+0,175-0,25p+0,4p=0,34 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,15p=0,075 \Rightarrow \boxed{p=\frac{0,075}{0,15}=0,5}$$

Hay un 50 % de las personas que tienen pantalla de 5 pulgadas y el restante 20 % usan pantallas de 4,7 pulgadas.

b)

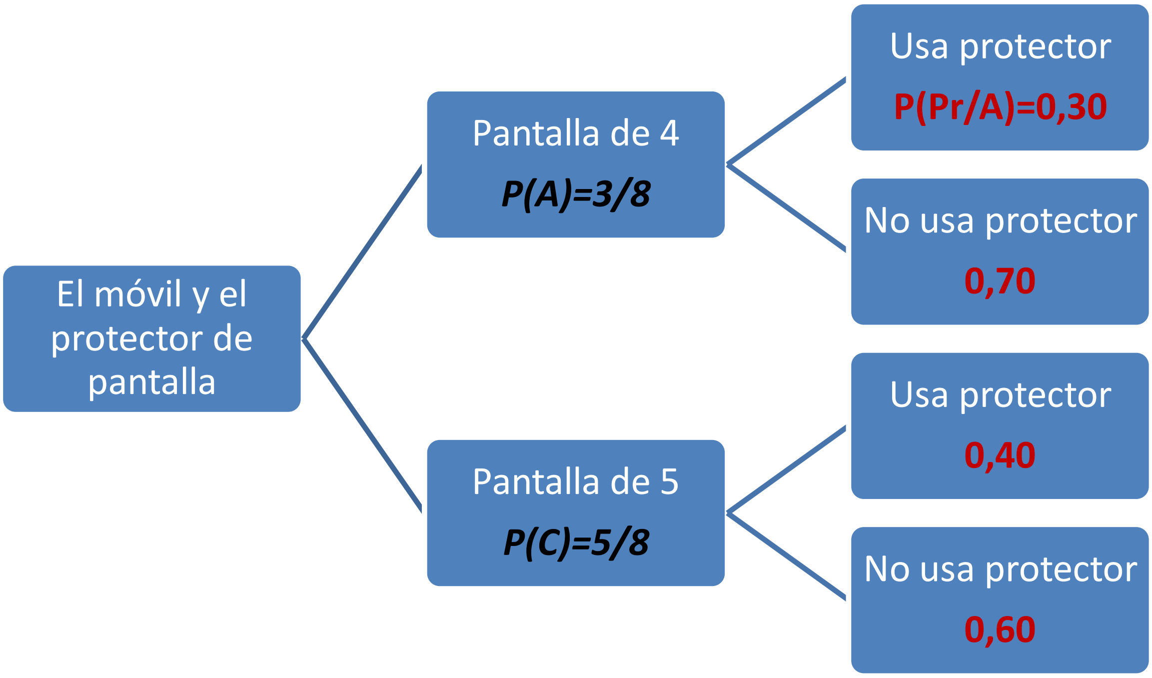
El diagrama de árbol queda:



Es una probabilidad a posteriori. Utilizamos teorema de Bayes.

$$P(C/\Pr)=\frac{P(C\cap \Pr)}{P(\Pr)}=\frac{P(C)P(\Pr/C)}{P(\Pr)}=\frac{0,5\cdot 0,4}{0,34}=\boxed{\frac{10}{17}\simeq 0,59}$$

c) Rehacemos el diagrama de árbol quitando las personas con móvil de 4,7 pulgadas. Considerando que hay 30 personas con móvil de 4 pulgadas y 50 con móvil de 5 pulgadas, serían un total de 80 personas.
La probabilidad de A pasa a valer 30/80 y la de B pasa a valer 50/80.



Nos piden calcular P(C/Pr).

$$P(C/\mathrm{Pr})=\frac{P(C\cap \mathrm{Pr})}{P(\mathrm{Pr})}=\frac{P(C)P(\mathrm{Pr}/C)}{P(A)P(\mathrm{Pr}/A)+P(C)P(\mathrm{Pr}/C)}=\frac{\frac{5}{8}\cdot 0,4}{\frac{3}{8}\cdot 0,3+\frac{5}{8}\cdot 0,4}=\boxed{\frac{20}{29}\simeq 0,69}$$