

Proves d'accés a la universitat

Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales

Serie 1

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que permitan almacenar datos o que puedan transmitir o recibir información.

1. Considere las matrices M de la forma $M = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, donde a es un número real.

a) Determine a de forma que $M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 2a \\ -2a & -1 \end{pmatrix}$.
[1 punto]

b) Determine a de forma que $M^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, donde M^{-1} representa la matriz inversa de M . Es decir, $M \cdot M^{-1} = I$, donde I es la matriz identidad de orden 2.
[1 punto]

2. Considere la función $f(x) = \frac{x^2}{x-a}$, donde a es un parámetro real.

a) Encuentre para qué valores del parámetro a la recta tangente a la función f en $x = 1$ es paralela a la recta $y + 3x + 5 = 0$.
[1 punto]

b) Para el valor del parámetro $a = 1$, encuentre los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los puntos donde se alcanzan los máximos y mínimos relativos de la función f .
[1 punto]

3. Pol quedó ayer con unos amigos en un bar y tomaron 4 refrescos, 3 bocadillos y 5 bolas de helado. Todo junto les costó 19,50 €. Días atrás, había ido al mismo bar con su primo Martí, y por 2 refrescos, 1 bocadillo y 2 bolas de helado habían pagado 8,10 €. En este bar todos los refrescos valen lo mismo, todos los bocadillos tienen el mismo precio y las bolas de helado se venden también a precio único.

a) Hoy Pol ha vuelto a ir con otros amigos y han tomado 6 refrescos, 5 bocadillos y 8 bolas de helado. Explique razonadamente cuánto han pagado en total.
[1 punto]

b) Si 1 refresco, 1 bocadillo y 1 bola de helado cuestan 5,10 €, ¿cuánto vale el refresco, el bocadillo y la bola de helado por separado?
[1 punto]

4. Una empresa de materiales para coches fabrica dos modelos de una determinada pieza, que se denominarán A y B. Cada modelo se fabrica en una hora, mediante un proceso que consta de dos fases. En la primera fase del proceso se destinan 5 trabajadores, y en la segunda, 12. Para fabricar cada modelo, en la primera fase se necesita 1 trabajador para cada pieza. En cambio, en la segunda fase se necesitan 2 trabajadores para el modelo A y 3 trabajadores para el modelo B. El beneficio que se obtiene es de 40 € por el modelo A y 50 € por el modelo B.
- a) Determine la función objetivo y las restricciones, y dibuje la región factible.
[1,25 puntos]
- b) ¿Cuántas piezas de cada modelo por hora tendrán que fabricarse para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es este beneficio máximo?
[0,75 puntos]
5. Una compañía de móviles presentó hace un año un teléfono inteligente al precio de 750 €. Recientemente, un estudio de mercado ha llegado a la conclusión de que, con este precio, compran el teléfono 2.000 clientes al mes, y de que la relación entre estas dos variables es lineal, de forma que por cada 10 € que se incrementa el precio del móvil, lo compran 100 clientes menos, y al revés: por cada 10 € de descuento sobre el precio inicial de 750 €, lo compran 100 clientes más.
- a) Deduzca que la función que determina los ingresos mensuales de la compañía según el precio del móvil es $I(p) = -10p^2 + 9.500p$.
[1 punto]
- b) Encuentre cuál tiene que ser el precio del móvil para obtener ingresos, el precio del móvil que da los ingresos mensuales más elevados y el valor de estos ingresos máximos.
[1 punto]
6. El número de individuos, en millones, de una población viene determinado por la función
- $$P(t) = \frac{5 + t^2}{(t + 1)^2},$$
- donde t mide el número de años transcurridos.
- a) ¿Cuál es la población inicial y la población después de 9 años? ¿A partir de qué momento la población será inferior a un millón de individuos?
[1 punto]
- b) Con el paso del tiempo, ¿hacia qué valor tenderá el número de individuos de la población?
[1 punto]



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a las ciencias sociales

Serie 5

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que permitan almacenar datos o que puedan transmitir o recibir información.

1. Sea la función $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 4}$.

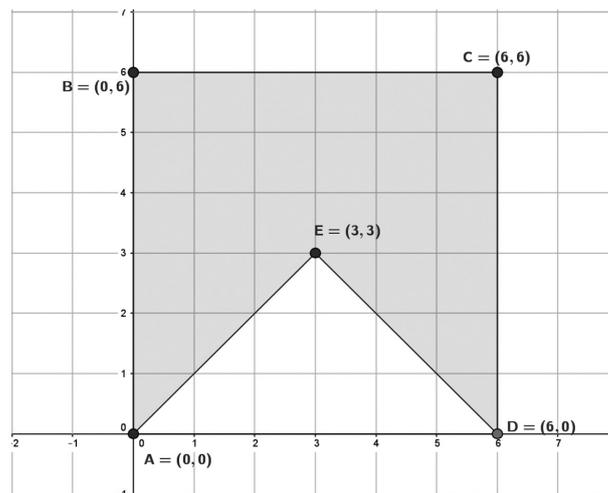
a) Indique justificadamente su dominio y determine los puntos donde el gráfico de f corta el eje de abscisas.

[1 punto]

b) Estudie su crecimiento y haga un esbozo aproximado del gráfico de la función.

[1 punto]

2. Considere el pentágono $ABCDE$ de la siguiente figura:



a) Justifique que la región sombreada no puede representarse por medio de un sistema de inecuaciones.

[1 punto]

b) Escriba el sistema de inecuaciones que determina los puntos de la frontera y del interior del triángulo AED .

[1 punto]

3. Sea $y = f(x)$ una parábola que tiene el vértice en el punto $V = (0, -4)$ y corta el eje de abscisas en los puntos $(-2, 0)$ y $(2, 0)$.
- a) Determine su ecuación.
[1 punto]
- b) Sea una función g tal que $g'(x) = f(x)$. Estudie el crecimiento de la función g , determine las abscisas de sus extremos relativos y clasifíquelos.
[1 punto]

4. Considere el sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{array}{l} 2x - y - 1 = 0 \\ -x - y + 2 = 0 \end{array} \right\}$$

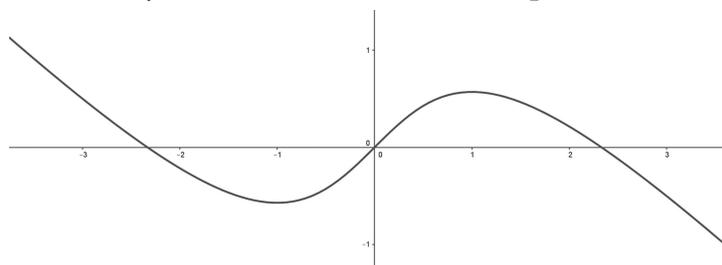
Justifique si las siguientes afirmaciones son ciertas:

- a) Este sistema de ecuaciones representa dos rectas paralelas porque ambas tienen pendiente -1 .
[1 punto]
- b) Este sistema es compatible determinado y su solución es $x = 1, y = 1$.
[1 punto]

5. Un fabricante de automóviles produce los modelos Record y Astrid. Guarda la producción en tres naves. En la primera nave tiene 150 vehículos del modelo Record y 120 vehículos del modelo Astrid. En la segunda nave guarda 80 Record y 140 Astrid. Finalmente, en la tercera nave almacena 250 Record y 125 Astrid. Además, el precio de los automóviles Record es de 6.520 €, mientras que cada Astrid vale 8.130 €. Toda esta información se recoge en las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 150 & 120 \\ 80 & 140 \\ 250 & 125 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 6.520 \\ 8.130 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) ¿Qué representa la matriz $B \cdot A$? Calcúlela.
[1 punto]
- b) ¿Qué representa la matriz $B \cdot A \cdot P$? Calcúlela.
[1 punto]
6. A continuación se muestra el gráfico de una función f que presenta un mínimo relativo en el punto de abscisa $x = -1$ y un máximo relativo en el punto de abscisa $x = 1$.



- a) Sabiendo que $f'(0) = 1$, determine la ecuación de la recta tangente a f que pasa por el origen de coordenadas.
[1 punto]
- b) Haga un esbozo del gráfico de la función f' con los datos de los que dispone.
[1 punto]