Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

2021

Proves d'accés a la universitat

Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales

Serie 2

Qualificació			TR
Qüestions	1		
	2		
	3		
	4		
	5		
	6		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal ....

Número del tribunal ....

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2,5 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

1. Una fábrica estima que el beneficio mensual, en miles de euros, por cada tonelada de confeti vendida viene dado por la función $f(x) = \dfrac{-0{,}2x^2 + 5x - 20}{x}$, en la que x representa el número de toneladas de confeti vendidas.

a) Determine en qué intervalo de valores debe encontrarse la variable x para que la fábrica no tenga pérdidas.

[1,25 puntos]

***b*)** Calcule la cantidad de toneladas de confeti que proporciona el beneficio máximo y diga cuál es ese beneficio.

[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	*a*	
	b	
	Total	

2. En una pastelería quieren preparar cajitas de *panellets* para obsequiar a los mejores clientes durante la semana de la Castañada. En total, disponen de 120 *panellets* de piñones y de 150 *panellets* de coco. Quieren preparar cajitas de dos tipos: las del primer tipo contendrán 3 *panellets* de piñones y 2 de coco, y las del segundo tipo contendrán 4 *panellets* de piñones y 6 de coco. La idea de la pastelería es preparar el máximo número de cajitas posible con los *panellets* de los que disponen teniendo en cuenta que, como mínimo, deben preparar 9 cajitas de cada tipo.

***a*)** Determine la función objetivo y las restricciones. Dibuje la región factible.
[1,25 puntos]

***b*)** Determine cuántas cajitas hay que preparar de cada tipo para realizar el máximo número de obsequios posible. Indique si, en este caso, se utilizarán todos los *panellets* disponibles y, si no es así, cuántos sobrarán de cada tipo.
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	*a*	
	b	
	Total	

3. En una fiesta familiar se han reunido 20 personas. Contando el total de hombres y mujeres juntos, se observa que hay el triple que de niños. Además, se sabe que, si hubiera asistido una mujer más, el número de mujeres habría sido igual al número de hombres.

***a*)** Plantee un sistema de ecuaciones para averiguar cuántos hombres, cuántas mujeres y cuántos niños asistieron a la fiesta.

[0,75 puntos]

***b*)** Resuelva el sistema del apartado anterior e interprete el resultado.
[1,75 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	*a*	
	b	
	Total	

4. Un granjero quiere construir un corral rectangular para sus conejos. Se sabe que solo dispone de 40 m lineales de valla metálica.

***a*)** Se denomina x la anchura del corral e y su longitud. Escriba la función que permite calcular el área del corral teniendo en cuenta solo la anchura x.

[1,25 puntos]

***b*)** Calcule en qué punto alcanza su máximo la función que ha encontrado en el apartado anterior. Deduzca cuál debe ser la anchura x y cuál la longitud y para que el corral tenga el área máxima. ¿Cuál será esa área máxima?
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	*a*	
	b	
	Total	

5. Considere la matriz $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Encuentre la expresión general de $\boldsymbol{A}^n$. Demuestre que la inversa de $\boldsymbol{A}^n$ es $\begin{pmatrix} 1 & -n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
[1,25 puntos]

***b*)** Encuentre la matriz $\boldsymbol{X}$ que satisface la ecuación matricial $\boldsymbol{A}^{10} \cdot \boldsymbol{X} - \boldsymbol{A}^{20} = \boldsymbol{A}$.
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	*a*	
	b	
	Total	

6. Considere la función real de variable real $f(x) = 4x^3 + ax^2 - 2$.

a) Determine el valor del parámetro real a para que la función tenga un extremo relativo en el punto de abscisa $x = -1$.

[1,25 puntos]

***b*)** Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ cuando $a = 12$. Indique también los puntos en los que hay extremos relativos y clasifíquelos.
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	*a*	
	b	
	Total	

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

Etiqueta de l’alumne/a

Institut d’Estudis Catalans

L’Institut d’Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l’edició d’aquesta prova d’accés

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

2021

Proves d'accés a la universitat

Matemáticas

Serie 5

Qualificació			TR
Qüestions	1		
	2		
	3		
	4		
	5		
	6		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal ....

Número del tribunal ....

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2,5 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

1. Considere las matrices $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$.

a) Razone que la matriz $\boldsymbol{B}$ es invertible y después calcule $\boldsymbol{B}^{-1}$.
[1,25 puntos]

***b*)** Calcule la matriz $\boldsymbol{X}$ que satisface la igualdad $\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{X} = \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{A}$.
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	*a*	
	b	
	Total	

2. Sean las funciones $f(x) = x^3 - 9x$ y $g(x) = 7x$.

***a*)** Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

[1,25 puntos]

***b*)** Calcule el área de la región del semiplano $x \geq 0$ comprendida entre las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$.
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	*a*	
	b	
	Total	

3. Considere los puntos del espacio tridimensional $A = (1, a, 1)$, $B = (a, 1, 2)$, $C = (1, 1, 1)$ y $D = (0, 0, 0)$, donde a es un parámetro real.

***a*)** Determine el valor del parámetro a para el cual los puntos son diferentes y coplanarios (es decir, que existe un plano que los contiene).

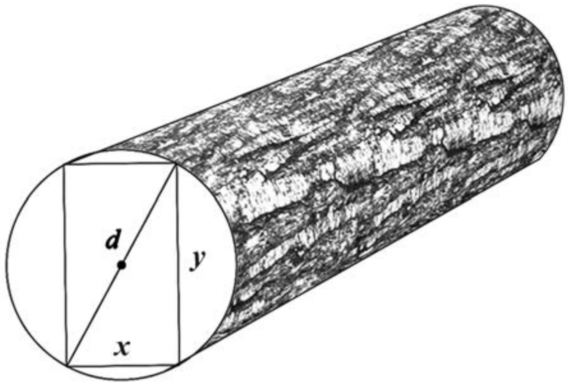
[1,25 puntos]

***b*)** Para el valor $a = 2$, calcule el área del triángulo de vértices A, B y C.
[1,25 puntos]

NOTA: Para calcular el área del triángulo definido por los vectores $\boldsymbol{v}$ y $\boldsymbol{w}$, puede usar la expresión $S = \frac{1}{2}\left\| \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w} \right\|$, donde $\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w}$ es el producto vectorial de los vectores $\boldsymbol{v}$ y $\boldsymbol{w}$.

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	*a*	
	b	
	Total	

4. La resistencia a la rotura R de una viga de sección rectangular de base x y altura y es directamente proporcional al producto xy^2; por lo tanto, $R = kxy^2$, donde k es una constante positiva. Se dispone de un tronco de madera en forma de cilindro de diámetro d como el de la figura.



***a*)** Compruebe que la resistencia R de la viga rectangular de base x que puede construirse con este tronco viene dada por la expresión $R = kx(d^2 - x^2)$.

[1,25 puntos]

***b*)** Calcule las dimensiones de la viga rectangular de resistencia máxima que puede construirse a partir de este tronco y calcule esa resistencia máxima.

[1,25 puntos]

<table>
<tr><td colspan="3">Espai per al corrector/a</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Qüestió 4</td><td>a</td><td></td></tr>
<tr><td>b</td><td></td></tr>
<tr><td>Total</td><td></td></tr>
</table>

5. Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales, que depende del parámetro real a:

$$\begin{cases} x + 2y + az = 8 \\ 2x + y - az = 1 \\ \quad 3x - 3az = 1 \end{cases}$$

***a*)** Compruebe que, para cualquier valor del parámetro a, el sistema de ecuaciones lineales no tiene solución.
[1,25 puntos]

b) Interprete geométricamente el sistema de ecuaciones lineales. Haga un dibujo esquemático que represente la posición relativa de los tres planos.

[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	*a*	
	b	
	Total	

6. Resuelva las dos cuestiones siguientes:

a) Sea $f(x) = 2x^3 + mx^2 + nx + p$ una función que tiene dos extremos relativos en $x = -3$ y en $x = 1$ y que pasa por el punto $(3, 4)$. Calcule los valores de m, n y p.

[1,25 puntos]

***b*)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$ en $x = -3$.
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	*a*	
	b	
	Total	

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

Etiqueta de l’alumne/a

Institut d’Estudis Catalans

L’Institut d’Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l’edició d’aquesta prova d’accés