	Evaluación de Bachillerato para Acceder a Estudios Universitarios **Castilla y León**	**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES**	**EXAMEN** **Nº Páginas: 2 Y tabla**

OPTATIVIDAD: EL ALUMNO DEBERÁ ESCOGER UNA DE LAS DOS OPCIONES Y DESARROLLAR LAS PREGUNTAS DE LA MISMA.

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

Cada pregunta de la 1 a la 3 se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. La pregunta 4 se puntuará sobre un máximo de 1 punto. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de las cuatro preguntas. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos. Salvo que se especifique lo contrario, los apartados que figuran en los distintos problemas son equipuntuables.

Opción A

1A- Una empresa de asistencia ha de enviar enfermeros y médicos a una residencia de mayores para cubrir las vacaciones. Por limitación de espacio, sólo pueden acudir cada vez un máximo de 12 profesionales. Además, en cada visita cada enfermero acumula 2 descansos y cada médico acumula 4 descansos. La empresa sólo dispone de 8 médicos y no le interesa generar más de 36 descansos en cada asistencia. Si la empresa obtiene un beneficio neto de 50 euros por cada enfermero y de 80 euros por cada médico que va a la residencia, calcula, utilizando técnicas de programación lineal, cuántos enfermeros y médicos han de acudir cada vez a la residencia para obtener el máximo beneficio neto por parte de la empresa de asistencia. ¿Cuál es ese beneficio neto máximo?

2A- Se considera la función $f(x)=\begin{cases} x^3+ax+10 & si \ \ 0\le x\le 5 \\ \dfrac{100}{x-3}+bx^2 & si \ \ x>5 \end{cases}$ donde a y b son parámetros

a) Determina los valores de a y b para que $f(x)$ sea continua y tenga un mínimo relativo en $x=2$.

b) Para $a=0$, halla el área limitada por la función $f(x)$ y el eje OX en el intervalo [0,5].

3A- Se sabe que el salario mensual de los trabajadores de dos empresas A y B sigue la distribución normal.

a) Si en la empresa A el salario mensual medio es de 1200 euros y su desviación típica es 400 euros, ¿cuál es la probabilidad de que un trabajador cobre más de 1740 euros al mes?

b) Si en la empresa B el 80.23 % de los trabajadores cobra menos de 1570 euros, calcula la desviación típica del salario mensual sabiendo que el salario medio mensual es de 1400 euros.

4A- Se sabe que si ha ocurrido A, la probabilidad de que ocurra B es 0.3. Halla la probabilidad de que, si ha ocurrido A no ocurra B.

Opción B

1B- En un hotel se alojaron ayer 25 huéspedes procedentes de tres países, Italia, Portugal y Japón. Su gasto total en el hotel fue de 3610 €, correspondiendo 140 € a cada huésped italiano, 130 € a cada portugués y 160 € a cada japonés. El registro del hotel muestra que el número de portugueses fue la cuarta parte de la suma de los números de huéspedes de los otros dos países. Determina el número de huéspedes de cada uno de los 3 países.

2B- Una empresa de aguas realiza un estudio de mercado y descubre que la curva de beneficios mensuales viene dada, en miles de euros, por la función $B(x) = 10x - x^2 - 21$, donde x representa, en euros, el precio de venta de una caja de botellas. Si este producto se vende en cajas de 10 botellas, calcula el precio de venta de una botella para que el beneficio obtenido sea máximo y calcula el importe de ese beneficio.

3B- Una corporación informática utiliza 3 bufetes de abogados para resolver sus casos legales en los tribunales. El bufete A recibe el 30% de los casos legales y gana en los tribunales el 60% de los casos presentados, el bufete B recibe el 50% de los casos legales y gana el 80% de los casos presentados, mientras que el bufete C recibe el 20% de los casos legales y gana el 70% de los casos presentados. Se elige al azar uno de los casos presentados en los tribunales.

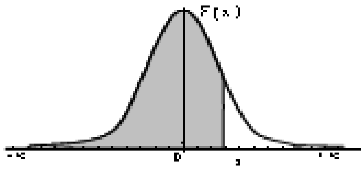
a) Determina la probabilidad de que la empresa gane el caso.

b) Si el caso elegido se ha ganado, calcula la probabilidad de que haya sido encargado al bufete A.

4B- En una clase de yoga hay 7 mujeres y 12 hombres. Si se escoge a tres personas al azar, halla la probabilidad de que se seleccionen dos mujeres y un hombre.

Distribución Normal

$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2}\,dt$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

SOLUCIONES

Opción A

1A- Una empresa de asistencia ha de enviar enfermeros y médicos a una residencia de mayores para cubrir las vacaciones. Por limitación de espacio, sólo pueden acudir cada vez un máximo de 12 profesionales. Además, en cada visita cada enfermero acumula 2 descansos y cada médico acumula 4 descansos. La empresa sólo dispone de 8 médicos y no le interesa generar más de 36 descansos en cada asistencia. Si la empresa obtiene un beneficio neto de 50 euros por cada enfermero y de 80 euros por cada médico que va a la residencia, calcula, utilizando técnicas de programación lineal, cuántos enfermeros y médicos han de acudir cada vez a la residencia para obtener el máximo beneficio neto por parte de la empresa de asistencia. ¿Cuál es ese beneficio neto máximo?

Llamamos "x" al número de médicos que van a la residencia e "y" al número de enfermeros.

Realizamos una tabla para ordenar toda la información ofrecida por el ejercicio.

	Descansos	**Beneficio**
Nº médicos (x)	$4x$	$80x$
Nº enfermeros (y)	$2y$	$50y$
TOTALES	$4x+2y$	$80x+50y$

FUNCIÓN OBJETIVO

La función a maximizar es el beneficio que viene expresado por la función $B(x,y)=80x+50y$

RESTRICCIONES

Los valores del número de personas debe ser mayor o igual que 0 → $x\geq 0;\ y\geq 0$

"*Sólo pueden acudir cada vez un máximo de 12 profesionales*" → $x+y\leq 12$

"*La empresa sólo dispone de 8 médicos*" → $x\leq 8$

"*No le interesa generar más de 36 descansos en cada asistencia*" → $4x+2y\leq 36$

Reunimos todas las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x\geq 0;\ y\geq 0 \\ x+y\leq 12 \\ x\leq 8 \\ 4x+2y\leq 36 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\geq 0;\ y\geq 0 \\ x+y\leq 12 \\ x\leq 8 \\ 2x+y\leq 18 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\geq 0;\ y\geq 0 \\ y\leq 12-x \\ x\leq 8 \\ y\leq 18-2x \end{array}\right\}$$

Dibujamos la región factible, empezando por dibujar las rectas asociadas.

$x\geq 0;\ y\geq 0$ — *Primer cuadrante*

$y=12-x$

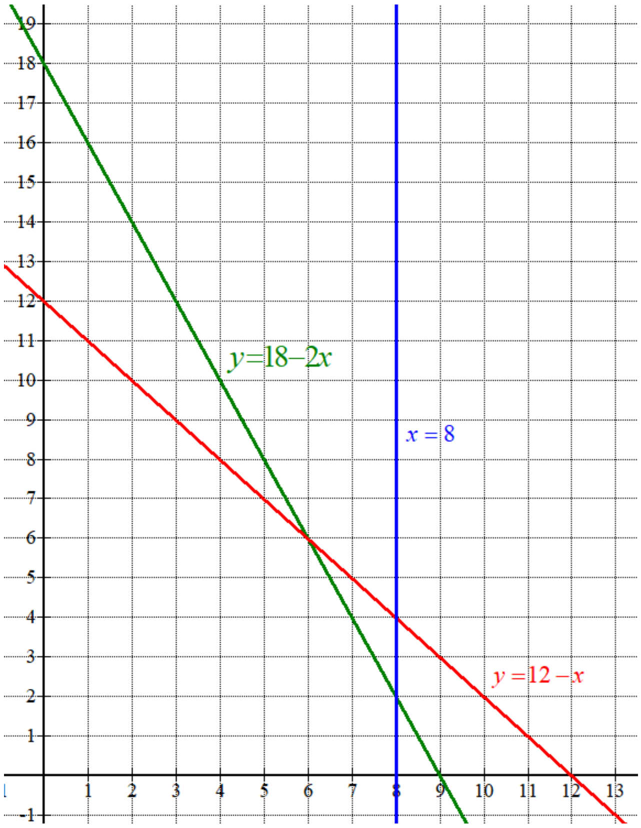
x	$y=12-x$
0	12
12	0

$x=8$

x	$y=12-x$
8	0
8	4

$y=18-2x$

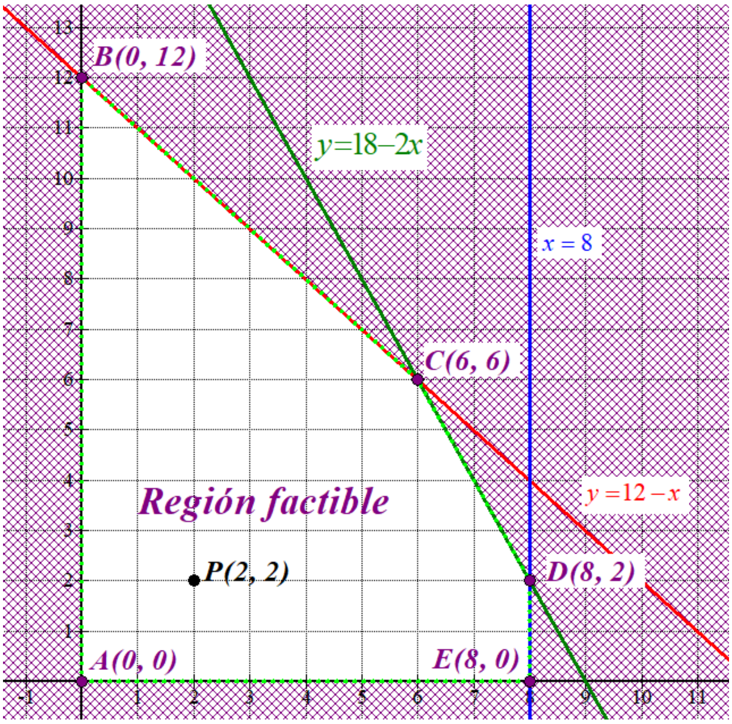
x	$y=18-2x$
0	18
5	8



Probamos si un punto cualquiera situado en el primer cuadrante por debajo de las rectas verde y roja y a la izquierda de la recta vertical azul cumple las inecuaciones, por ejemplo P(2, 2).

$$\left.\begin{array}{l} 2 \geq 0;\ 2 \geq 0 \\ 2 \leq 12-2 \\ 2 \leq 8 \\ 2 \leq 18-4 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{¡¡¡Se cumplen todas!!!}$$

La región factible es la que contiene dicho punto y limitada por los ejes de coordenadas y las rectas verde, azul y roja. La dejamos en blanco en el siguiente dibujo.



Valoramos la función beneficios $B(x,y)=80x+50y$ en cada uno de los vértices de la región factible, en busca del valor máximo.

A(0, 0) → $B(0,0)=0$
B(0, 12) → $B(0,12)=600$
C(6, 6) → $B(6,6)=480+300=780$
D(8, 2) → $B(8,2)=640+100=740$
E(8, 0) → $B(8,0)=640$

De modo que el beneficio máximo es 780 € y se obtiene enviando a 6 enfermeros y 6 médicos al centro.

2A- Se considera la función $f(x)=\begin{cases} x^3+ax+10 & si \;\; 0\le x\le 5 \\ \dfrac{100}{x-3}+bx^2 & si \;\; x>5 \end{cases}$ donde a y b son parámetros

a) Determina los valores de a y b para que $f(x)$ sea continua y tenga un mínimo relativo en $x = 2$.

b) Para $a = 0$, halla el área limitada por la función $f(x)$ y el eje OX en el intervalo [0,5].

a) La única posible discontinuidad de la función está en el punto de abscisa $x = 5$, por lo que para que la función sea continua, ha de cumplirse:

$$\left.\begin{array}{l} f(5)=\lim\limits_{x\to 5^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 5^+} f(x) \\ f(5)=5^3+5a+10=135+5a \\ \lim\limits_{x\to 5^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 5^-} x^3+ax+10=135+5a \\ \lim\limits_{x\to 5^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 5^+} \dfrac{100}{x-3}+bx^2=\dfrac{100}{5-3}+25b=50+25b \end{array}\right\} \Rightarrow 135+5a=50+25b \Rightarrow \boxed{5b-a=17}$$

Además, $f(x)$ posee un mínimo relativo en $x = 2$, por lo que ha de cumplirse que $f'(2) = 0$. Como en el entorno de $x = 2$ la función es $f(x)=x^3+ax+10$, tenemos que:

$$\left.\begin{array}{r} f(x)=x^3+ax+10 \Rightarrow f'(x)=3x^2+a \\ f'(2)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 3\cdot 2^2+a=0 \Rightarrow \boxed{a=-12}$$

Siendo $a = -12$, sustituimos este valor en la ecuación obtenida anteriormente y hallamos el valor de b.

$$\left.\begin{array}{l} 5b-a=17 \\ a=-12 \end{array}\right\} \Rightarrow 5b+12=17 \Rightarrow 5b=5 \Rightarrow \boxed{b=1}$$

Los valores buscados son $a = -12$ y $b = 1$.

b) Para $a = 0$ la función es $f(x)=\begin{cases} x^3+10 & si \;\; 0\le x\le 5 \\ \dfrac{100}{x-3}+bx^2 & si \;\; x>5 \end{cases}$

El intervalo [0,5] corresponde al primer tramo de la función que está definido por $f(x)=x^3+10$.

Hallamos los puntos de corte de la gráfica de la función con el eje OX.

$$\left.\begin{array}{r} f(x)=x^3+10 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow x^3+10=0 \Rightarrow x^3=-10 \Rightarrow x=-\sqrt[3]{10}$$

Como $x=-\sqrt[3]{10} \notin [0,5]$ el área pedida se obtiene con el cálculo de la integral definida:

$$Área=\int_0^5 x^3+10dx=\left[\frac{x^4}{4}+10x\right]_0^5=\left[\frac{5^4}{4}+50\right]-\left[\frac{0^4}{4}+0\right]=\boxed{\frac{825}{4}=206.25\,u^2}$$

3A- Se sabe que el salario mensual de los trabajadores de dos empresas A y B sigue la distribución normal.
a) Si en la empresa A el salario mensual medio es de 1200 euros y su desviación típica es 400 euros, ¿cuál es la probabilidad de que un trabajador cobre más de 1740 euros al mes?
b) Si en la empresa B el 80.23 % de los trabajadores cobra menos de 1570 euros, calcula la desviación típica del salario mensual sabiendo que el salario medio mensual es de 1400 euros.

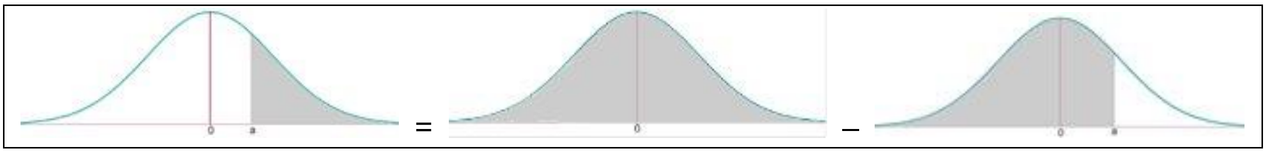
a) El salario mensual de los trabajadores de la empresa A es una variable aleatoria X que sigue una distribución normal, de media $\mu = 1200$ € y desviación típica $\sigma = 400$ €:

$$X \sim N(\mu,\sigma) \longrightarrow X \sim N(1200,400)$$

Se nos pide la probabilidad de que el sueldo de un trabajador supere los 1 740 € mensuales, es decir: $P(X > 1740)$

Tipificando la variable, podemos recurrir a la tabla de desviación normal estándar $N(0,1)$ y conocer esta probabilidad:

$$P(X > 1740) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{1740-1200}{400}\right) = P(Z > 1.35) = \ldots$$



$$\ldots = 1 - P(Z < 1.35) = \ldots$$

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,0
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,52
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,56
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,60
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,64
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,67
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,71
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,74
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,77
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,80
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,83
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,85
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,87
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,89
1,3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,9115	0,91
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,92
1,5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

$$\ldots = 1 - 0.9115 = \boxed{0.0885}$$

Es decir, el 8,85 % de los trabajadores cobrarían más de 1 740 euros al mes.

b) El salario mensual de los trabajadores de la empresa B es una variable aleatoria Y que sigue una distribución normal, de media μ = 1400 € y desviación típica σ desconocida: $Y \sim N(1400, \sigma)$
En este caso se nos dice que el 80,23 % de los trabajadores cobra menos de 1570 €, lo que significa: $P(Y < 1570) = 0{,}8023$

Tipificando la variable y localizando esta probabilidad en la tabla de distribución normal estándar, se deduce el valor de la desviación típica σ:

$$P(Y < 1570) = 0.8023 \Rightarrow P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{1570-1400}{\sigma}\right) = 0.8023 \Rightarrow P\left(Z < \frac{170}{\sigma}\right) = 0.8023 \Rightarrow \ldots$$

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	[illegible]
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	[illegible]
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	[illegible]
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	[illegible]
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	[illegible]
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	[illegible]
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	[illegible]
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	[illegible]
0,8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	$\boxed{0{,}8023}$
[illegible]	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289

$$\ldots \Rightarrow \frac{170}{\sigma} = 0.85 \Rightarrow \sigma = \frac{170}{0.85} = 200$$

La desviación típica del salario mensual es de 200 €.

4A- Se sabe que si ha ocurrido A, la probabilidad de que ocurra B es 0.3. Halla la probabilidad de que, si ha ocurrido A no ocurra B.

Tenemos que $P(B/A)=0.3$ y nos piden la probabilidad: $P(\overline{B}/A)$

Utilizamos la probabilidad del suceso contrario.

$$P(\overline{B}/A)=1-P(B/A)=1-0.3=\boxed{0.7}$$

Opción B

1B- En un hotel se alojaron ayer 25 huéspedes procedentes de tres países, Italia, Portugal y Japón. Su gasto total en el hotel fue de 3610 €, correspondiendo 140 € a cada huésped italiano, 130 € a cada portugués y 160 € a cada japonés. El registro del hotel muestra que el número de portugueses fue la cuarta parte de la suma de los números de huéspedes de los otros dos países. Determina el número de huéspedes de cada uno de los 3 países.

Si llamamos "x" al número de huéspedes italianos, "y" al número de huéspedes portugueses y "z" al número de huéspedes japoneses:

"*En un hotel se alojaron ayer 25 huéspedes procedentes de tres países, Italia, Portugal y Japón*" → $x+y+z=25$

"*Su gasto total en el hotel fue de 3610 €, correspondiendo 140 € a cada huésped italiano, 130 € a cada portugués y 160 € a cada japonés*" → $140x+130y+160z=3610$

"*El número de portugueses fue la cuarta parte de la suma de los números de huéspedes de los otros dos países*" → $y=\frac{x+z}{4}$

Reunimos las ecuaciones en un sistema de ecuaciones y lo resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=25 \\ 140x+130y+160z=3610 \\ y=\dfrac{x+z}{4} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=25-y-z \\ 14x+13y+16z=361 \\ 4y=x+z \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 14(25-y-z)+13y+16z=361 \\ 4y=25-y-\cancel{z}+\cancel{z} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 350-14y-14z+13y+16z=361 \\ 5y=25 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -y+2z=11 \\ \boxed{y=5} \end{array}\right\} \Rightarrow -5+2z=11 \Rightarrow 2z=16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{z=8} \Rightarrow \boxed{x=25-5-8=12}$$

Hubieron alojados 12 italianos, 5 portugueses y 8 japoneses.

2B- Una empresa de aguas realiza un estudio de mercado y descubre que la curva de beneficios mensuales viene dada, en miles de euros, por la función $B(x)=10x-x^2-21$, donde x representa, en euros, el precio de venta de una caja de botellas. Si este producto se vende en cajas de 10 botellas, calcula el precio de venta de una botella para que el beneficio obtenido sea máximo y calcula el importe de ese beneficio.

Siendo $B(x)$ la función que proporciona el beneficio de la empresa en función del precio x de cada caja de botellas, el máximo beneficio se obtendrá, por tanto, cuando el precio x es tal que $B'(x) = 0$ y $B''(x) < 0$:

$$B(x)=10x-x^2-21 \Rightarrow B'(x)=10-2x$$

$$B'(x)=0 \Rightarrow 10-2x=0 \Rightarrow 10=2x \Rightarrow \boxed{x=5}$$

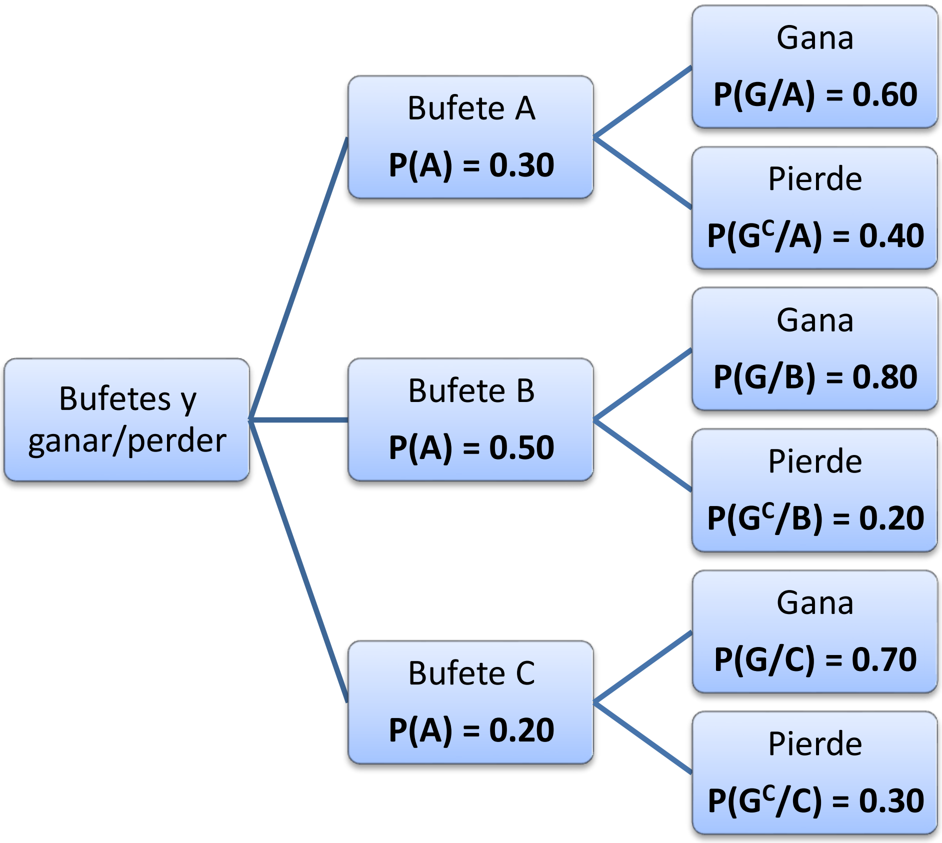
$$B'(x)=10-2x \Rightarrow B''(x)=-2 \Rightarrow B''(5)=-2<0$$

El beneficio es máximo para un precio de 5 € por una caja de 10 botellas. Por lo que el precio será máximo para un precio de $\frac{5}{10}=0.5$ € por botella.

El beneficio máximo lo obtenemos sustituyendo en la función beneficio $B(x)=10x-x^2-21$ el valor de $x = 5$ → $B(5)=50-5^2-21=50-46=4$.
El beneficio máximo es de 4000 €.

3B- Una corporación informática utiliza 3 bufetes de abogados para resolver sus casos legales en los tribunales. El bufete A recibe el 30% de los casos legales y gana en los tribunales el 60% de los casos presentados, el bufete B recibe el 50% de los casos legales y gana el 80% de los casos presentados, mientras que el bufete C recibe el 20% de los casos legales y gana el 70% de los casos presentados. Se elige al azar uno de los casos presentados en los tribunales.
a) Determina la probabilidad de que la empresa gane el caso.
b) Si el caso elegido se ha ganado, calcula la probabilidad de que haya sido encargado al bufete A.

a) Realizamos un diagrama de árbol de la situación planteada.



Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(G) = P(A)P(G/A) + P(B)P(G/B) + P(C)P(G/C) =$$

$$= 0.3\cdot 0.6 + 0.5\cdot 0.8 + 0.2\cdot 0.7 = 0.18 + 0.40 + 0.14 = \boxed{0.72}$$

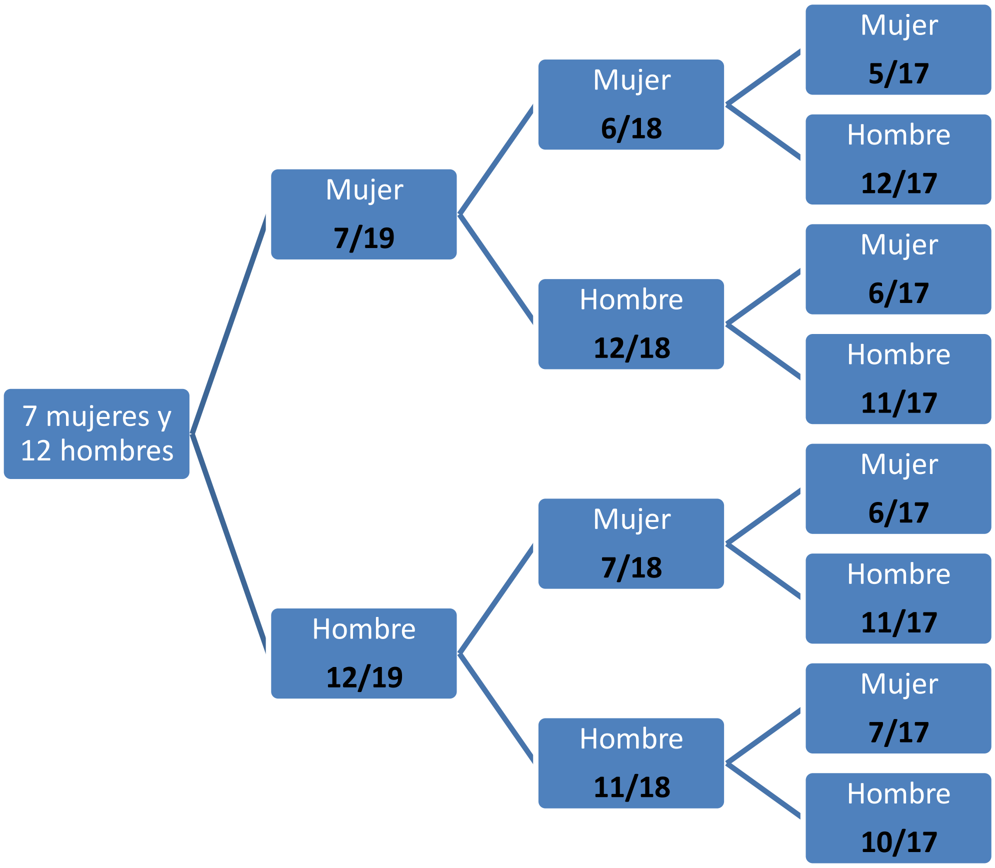
Tiene una probabilidad del 72 % de ganar el caso.

b) Es una probabilidad a posteriori, utilizamos el teorema de Bayes.

$$P(A/G) = \frac{P(A\cap G)}{P(G)} = \frac{P(A)P(G/A)}{P(G)} = \frac{0.3\cdot 0.6}{0.72} = \frac{0.18}{0.72} = \boxed{\frac{1}{4} = 0.25}$$

4B- En una clase de yoga hay 7 mujeres y 12 hombres. Si se escoge a tres personas al azar, halla la probabilidad de que se seleccionen dos mujeres y un hombre.

Realizamos un diagrama de árbol.



Las distintas formas de seleccionar 2 mujeres y 1 hombre son: MMH, MHM, HMM. Sumamos las probabilidades de cada suceso y obtenemos la probabilidad pedida.

$$P(\text{Elegir 2 mujeres y 1 hombre}) = P(MMH) + P(MHM) + P(HMM) =$$

$$= \frac{7}{19}\cdot\frac{6}{18}\cdot\frac{12}{17} + \frac{7}{19}\cdot\frac{6}{18}\cdot\frac{12}{17} + \frac{7}{19}\cdot\frac{12}{18}\cdot\frac{6}{17} + \frac{12}{19}\cdot\frac{7}{18}\cdot\frac{6}{17} = 3\cdot\frac{7}{19}\cdot\frac{6}{18}\cdot\frac{12}{17} = \boxed{\frac{84}{323} \approx 0.2601}$$