Universidades Públicas de Andalucía

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2016-2017

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Instrucciones:	**a)** Duración: 1 hora y 30 minutos **b)** Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida. **c)** En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde. **d)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. **e)** Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Calcule la matriz A^{2017}.

b) **(1.5 puntos)** ¿Se verifica la expresión $(B+A)\cdot(B-A)=B^2-A^2$?

EJERCICIO 2

Sea *f(t)* el porcentaje de ocupación de un determinado complejo hotelero en función del tiempo *t*, medido en meses, transcurrido desde su inauguración:

$$f(t)=\begin{cases} -\dfrac{5}{2}t^2+20t & si \;\; 0\le t\le 6 \\ \dfrac{90t-240}{t+4} & si \;\; t>6 \end{cases}$$

a) **(0.5 puntos)** ¿Evoluciona la función *f* de forma continua?

b) **(0.5 puntos)** ¿Cuál sería el porcentaje de ocupación al finalizar el segundo año?

c) **(1 punto)** ¿En qué momentos el porcentaje de ocupación sería del 40%?

d) **(0.5 puntos)** ¿Llegaría en algún momento a estar completo en caso de que estuviese abierto indefinidamente?

EJERCICIO 3

Se sabe que el 90 % de los alumnos de un centro docente está interesado por las redes sociales, el 60 % está interesado por sus notas y el 55 % por ambas cuestiones. Se elige al azar un alumno de ese centro.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que dicho alumno esté interesado por alguna de las dos cuestiones?

b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que esté interesado por sus notas, sabiendo que no está interesado por las redes sociales.

c) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que no esté interesado por ninguna de estas dos cuestiones.

EJERCICIO 4

La altura de los estudiantes de 2º de bachillerato de un centro sigue una ley Normal de media 165 cm y desviación típica 10 cm.

a) **(1 punto)** ¿Qué distribución sigue la altura media de las muestras de tamaño 25?

b) **(1.5 puntos)** Se elige al azar una muestra de 25 estudiantes y se les mide la altura. ¿Cuál es la probabilidad de que la altura media de esa muestra supere 160 cm?

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un distribuidor de software informático tiene en su cartera de clientes tanto a empresas como a particulares. Ha de conseguir al menos 25 empresas como clientes y el número de clientes particulares deberá ser como mínimo el doble que el de empresas. Por razones de eficiencia del servicio postventa, tiene estipulado un límite global de 120 clientes anuales. Cada empresa le produce 386 € de beneficio, mientras que cada particular le produce 229 €. ¿Qué combinación de empresas y particulares le proporcionará el máximo beneficio? ¿A cuánto ascenderá ese beneficio?

EJERCICIO 2

a) **(1.5 puntos)** Calcule la derivada de las siguientes funciones

$$f(x)=\frac{e^{5x}-x}{x^2-x} \qquad g(x)=\left(2x^2-x\right)^3\cdot\ln\left(x^3+2\right)$$

b) **(1 punto)** Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x)=\dfrac{1}{x}$ en el punto de abscisa $x = 1$.

EJERCICIO 3

En una ciudad hay dos fábricas de pasta, F1 y F2, que producen dos tipos de productos, A y B, que venden a un distribuidor en paquetes de 1 kg. En un mes, la fábrica F1 produce 20000 kg de pasta, de los que 12000 son del tipo A y la fábrica F2 produce 25000 kg de pasta de los que 15000 kg son del tipo A. Se escoge al azar un paquete del distribuidor.

a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que sea del tipo B?

b) **(1 punto)** Si el paquete elegido resulta ser del tipo A, ¿qué es más probable, que proceda de la fábrica F1 o que proceda de la F2?

EJERCICIO 4

La puntuación obtenida por los participantes en una prueba es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con una desviación típica de 6 puntos. Se toma una muestra aleatoria de 64 participantes en esa prueba, resultando una puntuación media de 35 puntos.

a) **(1.25 puntos)** Calcule un intervalo de confianza, al 95 %, para la calificación media del total de participantes en la citada prueba.

b) **(1.25 puntos)** Halle el tamaño mínimo de la muestra necesaria para estimar la puntuación media del total de participantes, con un error inferior a 0.5 puntos y un nivel de confianza del 99 %.

SOLUCIONES

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$.

a) **(1 punto)** Calcule la matriz A^{2017}.

b) **(1.5 puntos)** ¿Se verifica la expresión $(B+A)\cdot(B-A)=B^2-A^2$?

a)

$$A^2=A\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2-2\\ 0 & (-1)(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=Id$$

$$A^3=A^2\cdot A=Id\cdot A=A$$

$$A^4=A^3\cdot A=A\cdot A=A^2=Id$$

$$A^5=A^4\cdot A=Id\cdot A=A$$

Observamos que las potencias de exponente par de A nos dan la matriz identidad y las potencias de exponente impar nos dan la matriz A.
Como 2017 es impar tenemos que:

$$A^{2017}=\{\text{Exponente impar}\}=A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

b) Calculamos el valor de los dos miembros de la igualdad y los comparamos.

$$(B+A)\cdot(B-A)=\left(\begin{pmatrix}3 & -1\\ 0 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}\right)\left(\begin{pmatrix}3 & -1\\ 0 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -3\\ 0 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & -12+3\\ 0 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & -9\\ 0 & 3\end{pmatrix}$$

$$B^2-A^2=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & -1\\ 0 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9 & -3-2\\ 0 & 4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 2-2\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & -5\\ 0 & 3\end{pmatrix}$$

Por lo tanto tenemos que $(B+A)\cdot(B-A)=\begin{pmatrix}8 & -9\\ 0 & 3\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}8 & -5\\ 0 & 3\end{pmatrix}=B^2-A^2$

Se comprueba que no es cierta la igualdad.

EJERCICIO 2

Sea *f(t)* el porcentaje de ocupación de un determinado complejo hotelero en función del tiempo *t*, medido en meses, transcurrido desde su inauguración:

$$f(t)=\begin{cases} -\frac{5}{2}t^2+20t & si\ \ 0\le t\le 6 \\ \frac{90t-240}{t+4} & si\ \ t>6 \end{cases}$$

a) **(0.5 puntos)** ¿Evoluciona la función *f* de forma continua?
b) **(0.5 puntos)** ¿Cuál sería el porcentaje de ocupación al finalizar el segundo año?
c) **(1 punto)** ¿En qué momentos el porcentaje de ocupación sería del 40%?
d) **(0.5 puntos)** ¿Llegaría en algún momento a estar completo en caso de que estuviese abierto indefinidamente?

a) La función $-\frac{5}{2}t^2+20t$ es una función polinómica, por tanto, continua en todo $\mathbb{R}$, en particular lo es en el intervalo (0,6).

La función $\frac{90t-240}{t+4}$ es una función racional, por tanto, continua en $\mathbb{R}-\{4\}$ (valor que anula el denominador), en particular lo es en el intervalo (6, +∞).

Veamos la continuidad de *f(t)* en *t = 6*.

$$\left.\begin{array}{l} f(6)=-\frac{5}{2}\cdot 6^2+20\cdot 6=30 \\ \lim\limits_{x\to 6^-} f(t)=\lim\limits_{x\to 6^-}-\frac{5}{2}t^2+20t=30 \\ \lim\limits_{x\to 6^+} f(t)=\lim\limits_{x\to 6^+}\frac{90t-240}{t+4}=\frac{90\cdot 6-240}{6+4}=30 \end{array}\right\}\Rightarrow \lim_{x\to 6^-} f(t)=\lim_{x\to 6^+} f(t)=f(6)=30$$

La función es continua en *t = 6*.

La función es continua en el intervalo de definición [0, +∞).

b) Como el valor de *t* viene dado en meses nos piden la ocupación en el mes 2 · 12 = 24.

$$f(24)=\frac{90\cdot 24-240}{24+4}=\frac{1920}{28}\simeq 68.57$$

La ocupación al finalizar el segundo año es de aproximadamente 68.57 %.

c) Nos piden averiguar el valor de *t* para que *f(t) = 40*.

$$f(t)=40\Rightarrow\begin{cases} -\frac{5}{2}t^2+20t=40\Rightarrow -5t^2+40t-80=0\Rightarrow t^2-8t+16=0\Rightarrow \\ \qquad\Rightarrow t=\frac{8\pm\sqrt{(-8)^2-64}}{2}=4 \\ \frac{90t-240}{t+4}=40\Rightarrow 90t-240=40t+160\Rightarrow 50t=400\Rightarrow t=\frac{400}{50}=8 \end{cases}$$

La ocupación es del 40 % en el cuarto y octavo mes.

d) Nos preguntan si la ocupación llegará a ser del 100 % en algún momento.
Veamos que la función no toma ese valor en ningún momento.

$$f(t)=100 \Rightarrow \begin{cases} -\frac{5}{2}t^2+20t=100 \Rightarrow -5t^2+40t-200=0 \Rightarrow t^2-8t+40=0 \Rightarrow \\ \Rightarrow t=\frac{8\pm\sqrt{(-8)^2-160}}{2}=\frac{8\pm\sqrt{-36}}{2}= \text{¡No es posible!} \\ \frac{90t-240}{t+4}=100 \Rightarrow 90t-240=100t+400 \Rightarrow -10t=640 \Rightarrow t=\frac{640}{-10}=-64 \\ \text{Valor negativo } \rightarrow \text{¡No es posible!} \end{cases}$$

También determinamos la tendencia de la ocupación cuando el número de meses es muy grande, es decir cuando t tiende a $+\infty$.

$$\lim_{t\to+\infty} f(t)=\lim_{t\to+\infty}\frac{90t-240}{t+4}=\frac{90}{1}=90$$

Cuando pasen muchos meses la ocupación tiende a ser del 90 %. La ocupación tiende a acercarse al 90 % con el paso de los meses, aunque no llegará nunca a ese porcentaje ni a superarlo.

EJERCICIO 3

Se sabe que el 90 % de los alumnos de un centro docente está interesado por las redes sociales, el 60 % está interesado por sus notas y el 55 % por ambas cuestiones. Se elige al azar un alumno de ese centro.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que dicho alumno esté interesado por alguna de las dos cuestiones?

b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que esté interesado por sus notas, sabiendo que no está interesado por las redes sociales.

c) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que no esté interesado por ninguna de estas dos cuestiones.

Realizamos una tabla de contingencia para obtener el resto de porcentajes no proporcionados en el enunciado, aunque vienen implícitos en él.

	Interesados por sus notas (N)	No interesados por sus notas ($\overline{N}$)	
Interesados por las redes sociales (R)	**55**		**90**
No interesados por las redes sociales ($\overline{R}$)			
	60		**100**

Completamos la tabla.

	Interesados por las notas (N)	No interesados por las notas ($\overline{N}$)	
Interesados por las redes sociales (R)	**55**	**35**	**90**
No interesados por las redes sociales ($\overline{R}$)	**5**	**5**	**10**
	60	**40**	**100**

Con estos datos respondemos a las preguntas planteadas utilizando la regla de Laplace.

a) Sabemos que del 100 % de los alumnos hay 55 % que están interesados en las dos cuestiones, un 35 % solo están interesados en las redes sociales y un 5 % solo en interesados por las notas.

$$P\left(R \cup N\right) = \frac{55+35+5}{100} = \boxed{0.95}$$

b) Sabemos que del 10 % que no están interesados por las redes sociales (última celda de la segunda fila) solo el 5 % está interesado por sus notas (primera celda de segunda fila).

$$P\left(N / \overline{R}\right) = \frac{5}{10} = \boxed{0.5}$$

c) Observando los datos de la tabla tenemos que $P\left(\overline{N} \cap \overline{R}\right) = \dfrac{5}{100} = \boxed{0.05}$

EJERCICIO 4

La altura de los estudiantes de 2º de bachillerato de un centro sigue una ley Normal de media 165 cm y desviación típica 10 cm.

a) **(1 punto)** ¿Qué distribución sigue la altura media de las muestras de tamaño 25?

b) **(1.5 puntos)** Se elige al azar una muestra de 25 estudiantes y se les mide la altura. ¿Cuál es la probabilidad de que la altura media de esa muestra supere 160 cm?

a) X = Altura de un estudiante de 2º de bachillerato.

$X = N(165,10)$

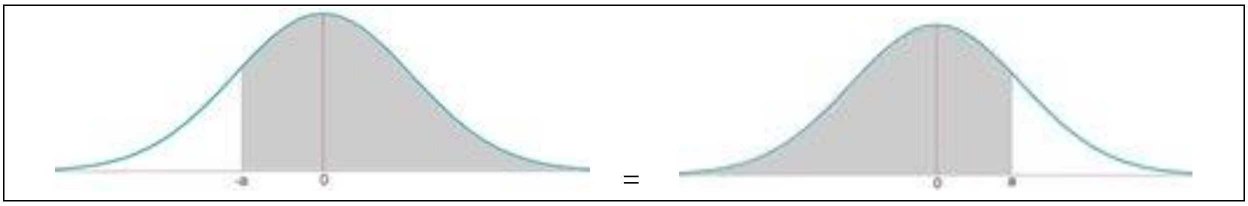
La distribución muestral de medias $\overline{X}$ sigue una normal $\overline{X} = N\left(165, \frac{10}{\sqrt{25}}\right)$.

$$\overline{X} = N(165,2).$$

b) Nos piden calcular $P\left(\overline{X} > 160\right)$.

$$P\left(\overline{X} > 160\right) = \left\{ \begin{array}{l} \textit{Tipificamos} \\ \overline{X} = N(165,2) \rightarrow Z = \dfrac{\overline{X} - 165}{2} = N(1,0) \end{array} \right\} =$$

$$= P\left(\frac{\overline{X} - 165}{2} > \frac{160 - 165}{2}\right) = P(Z > -2.5) = \ldots$$



$$\ldots = P(Z < 2.5) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Buscamos en la tabla} \\ \text{de la N}(0,1) \end{array} \right\} = \boxed{0.9938}$$

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un distribuidor de software informático tiene en su cartera de clientes tanto a empresas como a particulares. Ha de conseguir al menos 25 empresas como clientes y el número de clientes particulares deberá ser como mínimo el doble que el de empresas. Por razones de eficiencia del servicio postventa, tiene estipulado un límite global de 120 clientes anuales. Cada empresa le produce 386 € de beneficio, mientras que cada particular le produce 229 €. ¿Qué combinación de empresas y particulares le proporcionará el máximo beneficio? ¿A cuánto ascenderá ese beneficio?

Llamamos "***x***" al número de empresas clientes e "***y***" al número de clientes particulares.

La función que deseamos maximizar es el beneficio que viene dado por la expresión:

$$B(x, y) = 386x + 229y$$

Obtenemos las restricciones expresadas como inecuaciones.

"*Ha de conseguir al menos 25 empresas como clientes*" → $x \geq 25$

"*El número de clientes particulares deberá ser como mínimo el doble que el de empresas*" → $y \geq 2x$

"*Tiene estipulado un límite global de 120 clientes anuales*" → $x + y \leq 120$

Las cantidades deben ser positivas → $x \geq 0;\ \ y \geq 0$

Reunimos todas las restricciones en un sistema.

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 25 \\ y \geq 2x \\ x+y \leq 120 \\ x \geq 0;\ \ y \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \geq 25 \\ y \geq 2x \\ y \leq 120-x \\ x \geq 0;\ \ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

Representamos las rectas asociadas al sistema y que delimitan la región factible.

$x = 25$

$x = 25$	y
25	50
25	95

$y = 2x$

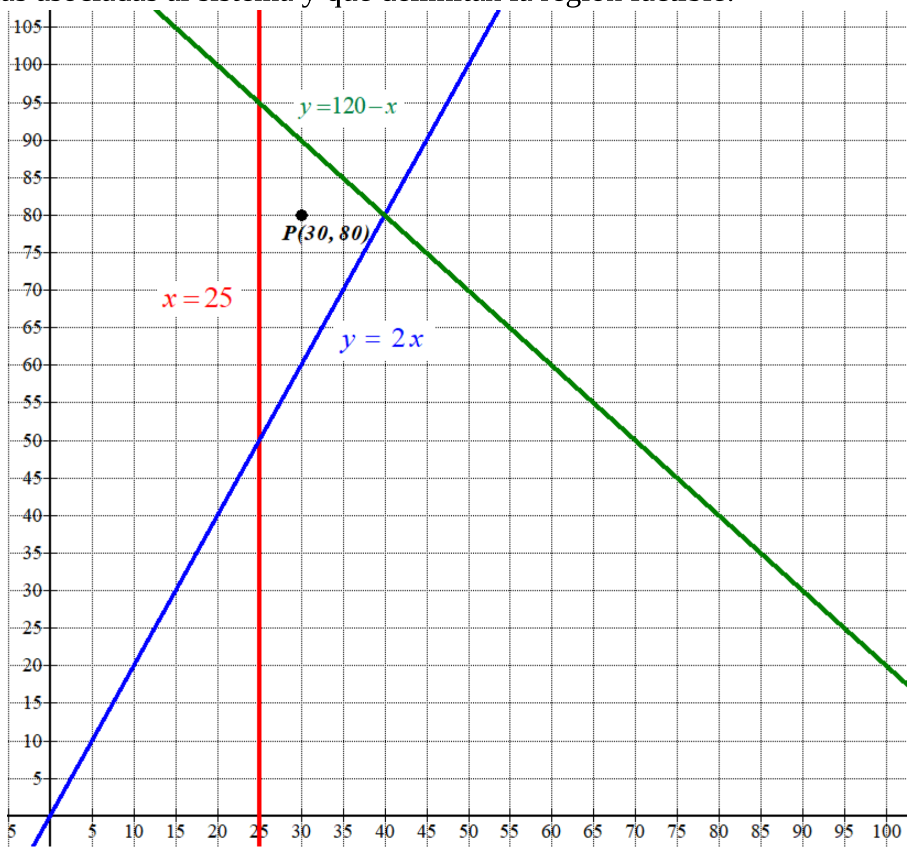
x	$y = 2x$
0	0
40	80

$y = 120 - x$

x	$y = 120 - x$
0	120
40	80

$x \geq 0;\ \ y \geq 0$

Primer cuadrante

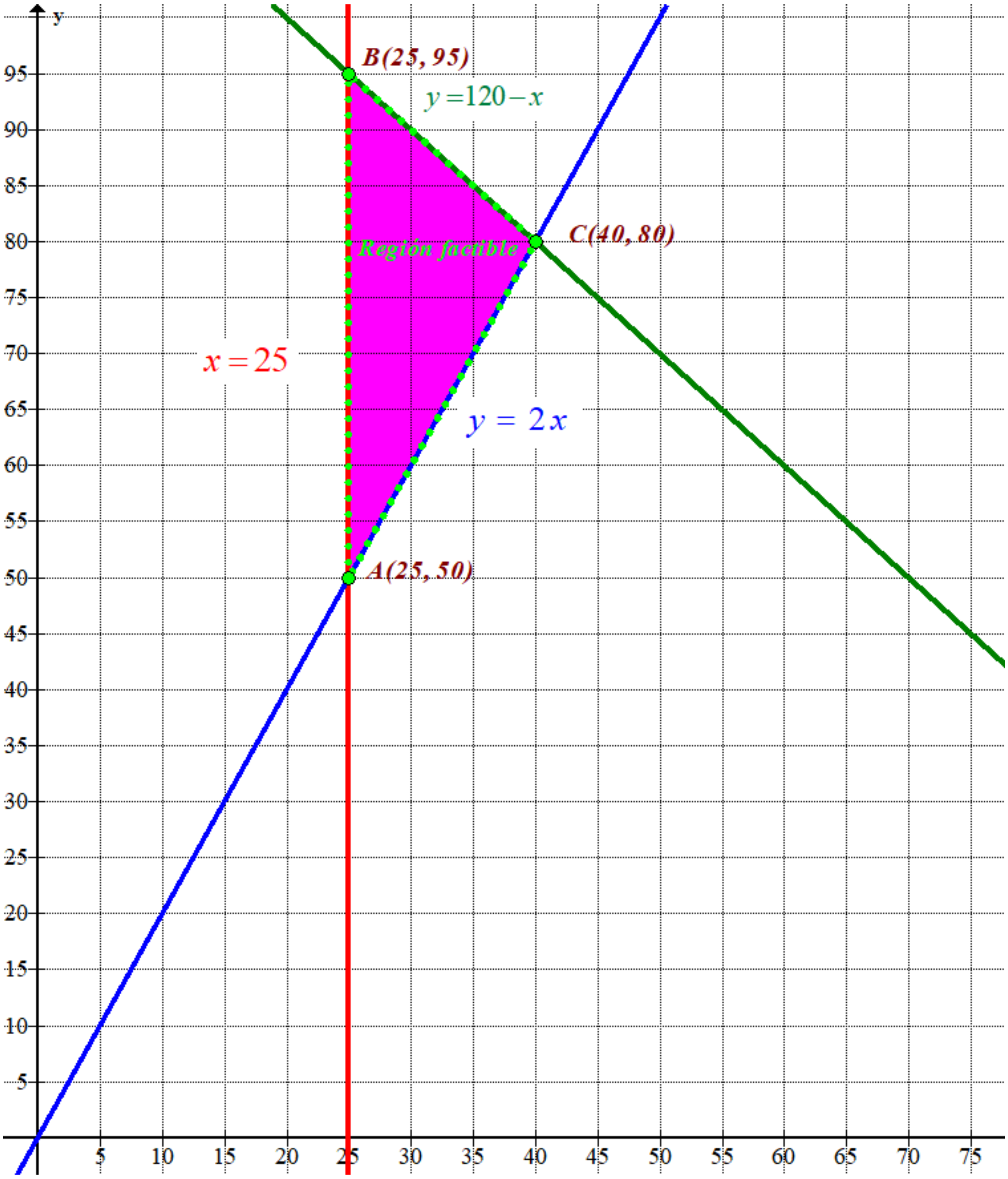


Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x \geq 25 \\ y \geq 2x \\ y \leq 120 - x \\ x \geq 0;\ \ y \geq 0 \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante situada a la derecha de la recta vertical roja, por encima de la recta azul y por debajo de la recta verde.

Como el punto P(30, 80) pertenece a esta región comprobamos que cumple todas las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 30 \geq 25 \rightarrow !OK¡ \\ 80 \geq 2 \cdot 30 \rightarrow !OK¡ \\ 80 \leq 120 - 30 \rightarrow !OK¡ \\ 30 \geq 0;\ \ 80 \geq 0 \rightarrow !OK¡ \end{array}\right\}$$

Coloreamos de rosa la región factible en el siguiente dibujo.



Las coordenadas de los vértices se obtienen de resolver los sistemas de ecuaciones correspondientes.

A → $\left.\begin{matrix} x = 25 \\ y = 2x \end{matrix}\right\} \Rightarrow y = 2 \cdot 25 = 50 \Rightarrow \boxed{A(25,50)}$

B → $\left.\begin{matrix} x = 25 \\ y = 120 - x \end{matrix}\right\} \Rightarrow y = 120 - 25 = 95 \Rightarrow \boxed{B(25,95)}$

C → $\left.\begin{matrix} y = 2x \\ y = 120 - x \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2x = 120 - x \Rightarrow 3x = 120 \Rightarrow x = \dfrac{120}{3} = 40 \Rightarrow y = 2 \cdot 40 = 80 \Rightarrow \boxed{C(40,80)}$

Valoramos la función beneficio $B(x, y) = 386x + 229y$ en cada uno de los vértices de la región factible.

- A(25, 50) → $B(25,50) = 386 \cdot 25 + 229 \cdot 50 = 21100$
- B(25, 95) → $B(25,95) = 386 \cdot 25 + 229 \cdot 95 = 31405$
- C(40, 80) → $B(40,80) = 386 \cdot 40 + 229 \cdot 80 = 33760$ ¡¡MÁXIMO!!

El máximo beneficio se consigue en el punto C(40, 80) que significa tener 40 empresas y 80 particulares como clientes. Siendo el valor de dicho beneficio máximo de 33760 €.

EJERCICIO 2

a) **(1.5 puntos)** Calcule la derivada de las siguientes funciones

$$f(x)=\frac{e^{5x}-x}{x^2-x} \qquad g(x)=\left(2x^2-x\right)^3\cdot\ln\left(x^3+2\right)$$

b) **(1 punto)** Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x)=\frac{1}{x}$ en el punto de abscisa $x = 1$.

a)

$$f(x)=\frac{e^{5x}-x}{x^2-x}\Rightarrow f\,'(x)=\frac{\left(5e^{5x}-1\right)\left(x^2-x\right)-\left(2x-1\right)\left(e^{5x}-x\right)}{\left(x^2-x\right)^2}$$

$$f\,'(x)=\frac{5x^2e^{5x}-5xe^{5x}-x^2+x-\left(2xe^{5x}-2x^2-e^{5x}+x\right)}{\left(x^2-x\right)^2}$$

$$f\,'(x)=\frac{5x^2e^{5x}-5xe^{5x}-x^2+\cancel{x}-2xe^{5x}+2x^2+e^{5x}-\cancel{x}}{\left(x^2-x\right)^2}=\frac{5x^2e^{5x}-7xe^{5x}+e^{5x}+x^2}{\left(x^2-x\right)^2}$$

$$\boxed{f\,'(x)=\frac{e^{5x}\left(5x^2-7x+1\right)+x^2}{\left(x^2-x\right)^2}}$$

$$g(x)=\left(2x^2-x\right)^3\cdot\ln\left(x^3+2\right)\Rightarrow g\,'(x)=3\left(2x^2-x\right)^2\left(4x-1\right)\cdot\ln\left(x^3+2\right)+\left(2x^2-x\right)^3\cdot\frac{3x^2}{x^3+2}$$

$$g\,'(x)=3x^2\left(2x-1\right)^2\left(4x-1\right)\cdot\ln\left(x^3+2\right)+x^3\left(2x-1\right)^3\cdot\frac{3x^2}{x^3+2}$$

$$\boxed{g\,'(x)=3x^2\left(2x-1\right)^2\left(4x-1\right)\cdot\ln\left(x^3+2\right)+\frac{3x^5\left(2x-1\right)^3}{x^3+2}}$$

b) La ecuación de la recta tangente a la función $h(x)=\frac{1}{x}$ en $x = 1$ es $y-h(1)=h\,'(1)\cdot(x-1)$

$$\left.\begin{array}{l} h(1)=\frac{1}{1}=1 \\ h(x)=\frac{1}{x}\Rightarrow h\,'(x)=-\frac{1}{x^2} \\ h\,'(1)=-\frac{1}{1^2}=-1 \\ y-h(1)=h\,'(1)\cdot(x-1) \end{array}\right\}\Rightarrow y-1=(-1)(x-1)\Rightarrow y-1=-x+1\Rightarrow \boxed{y=-x+2}$$

La recta tangente a la función $h(x)=\frac{1}{x}$ en $x = 1$ tiene como ecuación $y=-x+2$.

EJERCICIO 3

En una ciudad hay dos fábricas de pasta, F1 y F2, que producen dos tipos de productos, A y B, que venden a un distribuidor en paquetes de 1 kg. En un mes, la fábrica F1 produce 20000 kg de pasta, de los que 12000 son del tipo A y la fábrica F2 produce 25000 kg de pasta de los que 15000 kg son del tipo A. Se escoge al azar un paquete del distribuidor.

a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que sea del tipo B?

b) **(1 punto)** Si el paquete elegido resulta ser del tipo A, ¿qué es más probable, que proceda de la fábrica F1 o que proceda de la F2?

Realizamos una tabla de contingencia para obtener el resto de datos no proporcionados en el enunciado, aunque vienen implícitos en él.

	Kilos de pasta del tipo A	Kilos de pasta del tipo B	
Kilos producidos por F1	**12000**		**20000**
Kilos producidos por F2	**15000**		**25000**

Completamos la tabla.

	Kilos de pasta del tipo A	Kilos de pasta del tipo B	
Kilos producidos por F1	**12000**	**8000**	**20000**
Kilos producidos por F2	**15000**	**10000**	**25000**
	27000	**18000**	**45000**

Con estos datos respondemos a las preguntas planteadas utilizando la regla de Laplace.

a) $$P(B)=\frac{\text{nº kilos de pasta del tipo B}}{\text{nº total de kilos de pasta}}=\frac{18000}{45000}=\boxed{\frac{2}{5}=0.40}$$

b) Observamos en la tabla que de los 27000 kilos de pasta del tipo A 12000 proceden de la fábrica F1 y 15000 proceden de la fábrica F2. Por lo que es más probable que proceda de la fábrica F2.

OTRA FORMA DE HACERLO

Calculamos la probabilidad de que proceda de F1 y la probabilidad de que proceda de F2.

$$P(F1/A)=\frac{\text{nº de kilos de pasta del tipo A de la fábrica F1}}{\text{nº kilos de pasta del tipo A}}=\frac{12000}{27000}=\boxed{\frac{4}{9}\simeq 0.44}$$

$$P(F2/A)=\frac{\text{nº de kilos de pasta del tipo A de la fábrica F2}}{\text{nº kilos de pasta del tipo A}}=\frac{15000}{27000}=\boxed{\frac{5}{9}\simeq 0.55}$$

Es mayor la probabilidad de que proceda de la fábrica F2 (0.55) que de que proceda de F1 (0.44).

Es más probable que proceda de la fábrica F2.

EJERCICIO 4

La puntuación obtenida por los participantes en una prueba es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con una desviación típica de 6 puntos. Se toma una muestra aleatoria de 64 participantes en esa prueba, resultando una puntuación media de 35 puntos.

a) **(1.25 puntos)** Calcule un intervalo de confianza, al 95 %, para la calificación media del total de participantes en la citada prueba.

b) **(1.25 puntos)** Halle el tamaño mínimo de la muestra necesaria para estimar la puntuación media del total de participantes, con un error inferior a 0.5 puntos y un nivel de confianza del 99 %.

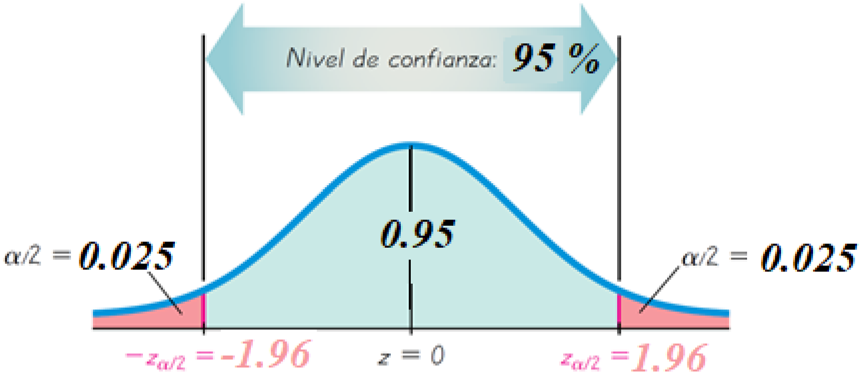
La desviación típica es 6 puntos

X = Puntuación obtenida por un participante en una prueba.

X = N(μ, 6)

n = 64 concursantes $\bar{x} = 35\ puntos$

a) Determinamos $z_{\alpha/2}$ con un nivel de confianza del 95 %.



1 – ∝ = 0.95 → ∝ = 0.05 → ∝/2 = 0.025 → 1 – ∝/2 = 0.975 → $z_{\alpha/2}$ = **1.96**

Calculamos el error del intervalo de confianza.

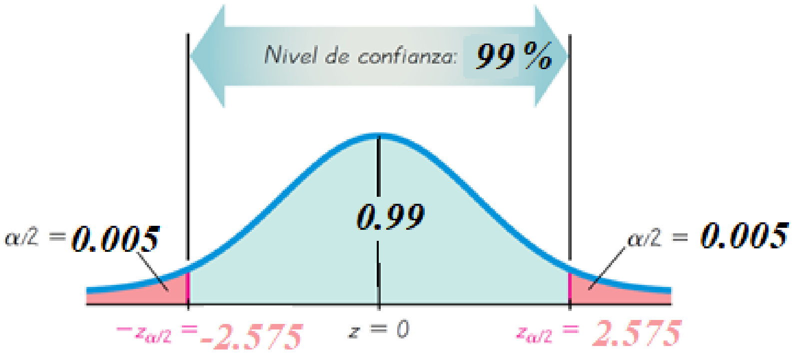
$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{6}{\sqrt{64}} = 1.47$$

El intervalo de confianza para la media es:

$$\left(\bar{x} - Error,\ \bar{x} + Error\right) = \left(35 - 1.47,\quad 35 + 1.47\right) = \left(33.53, 36.47\right)$$

b) ¿n?

Determinamos $z_{\alpha/2}$ con un nivel de confianza del 99 %.



1 – ∝ = 0.99 → ∝ = 0.01 → ∝/2 = 0.005 → 1 – ∝/2 = 0,995 → $z_{\alpha/2} = \dfrac{2.57 + 2.58}{2} = 2.575$

Igualamos el error del intervalo de confianza a 0.5.

$$Error = 0.5 \Rightarrow z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.5 \Rightarrow 2.575 \cdot \frac{6}{\sqrt{n}} = 0.5 \Rightarrow 2.575 \cdot 6 = 0.5\sqrt{n} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{6 \cdot 2.575}{0.5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \left(\frac{6 \cdot 2.575}{0.5} \right)^2 = 954.81$$

El tamaño mínimo de la muestra debe ser entero y superior al hallado, es decir, de 955 participantes.