



PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE BACHILLERATO
159 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES. SEPTIEMBRE 2014

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá elegir una opción A o B y responder a todas las cuestiones de esa de opción. Nunca podrá mezclar cuestiones de la opción A con cuestiones de la opción B. En cada cuestión se indica su puntuación. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$,

Hallar a y b para que $A \cdot B = B + C^t$. (2,5 puntos)

CUESTIÓN A2. El beneficio semanal (en miles de euros) que obtiene una fábrica por la producción de aceite viene dado por la función $B(x) = -x^2 + 6x - 8$ donde x representa los hectolitros de aceite producidos en una semana.

- Representar la función $B(x)$ con $x \geq 0$. (0,5 puntos)
- Calcular los hectolitros de aceite que se debe producir cada semana para obtener el máximo beneficio. Calcular dicho beneficio máximo. (1 punto)

CUESTIÓN A3. Dada la función $f(x) = \frac{-2x^2 - 6x - 4}{x^2 - 4}$, hallar su dominio, los puntos de corte con los ejes y la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en $x = 1$. (2,5 puntos)

CUESTIÓN A4. Un archivador contiene 15 exámenes desordenados, entre los cuales se encuentran dos que tienen la puntuación máxima. Con el fin de encontrarlos, vamos sacando uno tras otro, ¿cuál es la probabilidad de que la tarea finalice exactamente en el tercer intento? (1,5 puntos)

CUESTIÓN A5. Según un informe de una universidad, la edad media de finalización de un determinado grado no supera los 23 años. Sabiendo que la edad de finalización sigue una normal con desviación típica de 2 años y que una muestra aleatoria de 100 graduados dio una media de finalización del grado a los 24 años, ¿se puede aceptar, con un nivel de significación del 0,05, la afirmación de la universidad? (2 puntos)

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. Un profesor proporciona a sus alumnos un listado con 20 problemas del tema 1 y 20 del tema 2. Cada problema del tema 1 vale 5 puntos y cada problema del tema 2 vale 8 puntos. Los alumnos pueden hacer problemas de los dos temas, pero con las siguientes condiciones:

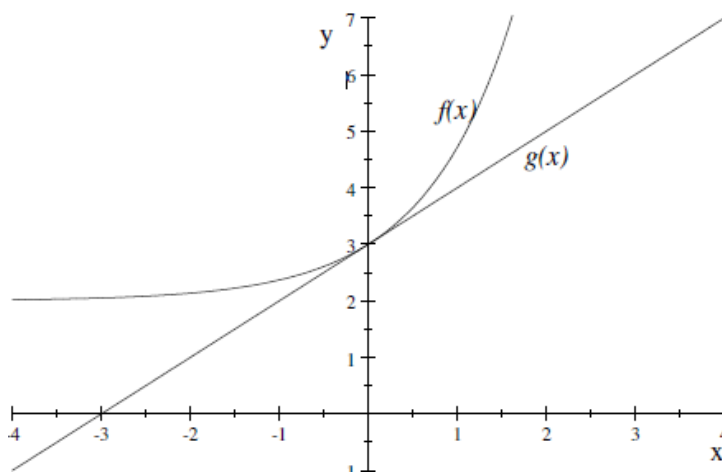
- 1) El número de problemas realizados del tema 1 no puede ser mayor que el número de problemas del tema 2 más 2, ni ser menor que el número de problemas del tema 2 menos 8.
- 2) La suma de 4 veces el número de problemas realizados del tema 1 con el número de problemas realizados del tema 2 no puede ser mayor que 38.

Hallar cuántos problemas del tema 1 y del tema 2 hay que hacer para obtener la máxima puntuación. (3 puntos)

CUESTIÓN B2. Dada la función $f(x) = \frac{ax^2 + x - a}{x^2 - b}$, donde a y b son números reales.

- a) Hallar a y b sabiendo que $x=1$ y $x=-1$ son sus asíntotas verticales y que $f(0) = -1$. (1 punto)
- b) Para los valores de a y b obtenidos en el apartado anterior, hallar el resto de las asíntotas y hallar su función derivada $f'(x)$. (1 punto)

CUESTIÓN B3. Dadas las funciones $f(x) = e^x + 2$ y $g(x) = x + 3$, cuyas gráficas están representadas en la siguiente figura, hallar el área comprendida entre las dos curvas y las rectas $x=0$ y $x=2$.



(2 puntos)

CUESTIÓN B4. Según un estudio, el 35% de una población utiliza el autobús, mientras que el 65% restante no lo hace. En cuanto al tranvía, es utilizado por la mitad y no por la otra mitad. Un 30% no utiliza ninguno de los dos transportes. Si se elige un individuo de la población al azar:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que utilice alguno de los dos transportes? (0,5 puntos)
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que utilice los dos? (0,5 puntos)
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que utilice el tranvía, sabiendo que utiliza el autobús? (0,5 puntos)

CUESTIÓN B5. Tomando al azar una muestra de 90 alumnos de una facultad, se encontró que 50 de ellos eran mujeres. Hallar, con un nivel de confianza del 90%, un intervalo de confianza para estimar la proporción de alumnos de la facultad que son mujeres. (1,5 puntos)

SOLUCIONES

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$,

Hallar a y b para que $A \cdot B = B + C^t$. (2,5 puntos)

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow C^t = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+0-a & 1+0+1 \\ 2a+1+a & 2+b-1 \\ -2a+1+0 & -2+b-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3a+1 & 1+b \\ 1-2a & b-2 \end{pmatrix}$$

$3 \times \boxed{3} \cdot \boxed{3} \times 2 \longrightarrow 3 \times 2$

$$A \cdot B = B + C^t$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3a+1 & 1+b \\ 1-2a & b-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3a+1 & 1+b \\ 1-2a & b-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-1 & 2 \\ 4 & b+1 \\ a-2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = a - 1 \\ 2 = 2 \\ 3a + 1 = 4 \\ 1 + b = 1 + b \\ 1 - 2a = a - 2 \\ b - 2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{a = 1} \\ \cancel{2 = 2} \\ 3a = 3 \rightarrow a = 1 \\ \cancel{1 + b = 1 + b} \\ 3 = 3a \rightarrow a = 1 \\ \boxed{b = 3} \end{cases}$$

Se cumple lo pedido con los valores $a = 1$ y $b = 3$.

CUESTIÓN A2. El beneficio semanal (en miles de euros) que obtiene una fábrica por la producción de aceite viene dado por la función $B(x) = -x^2 + 6x - 8$ donde x representa los hectolitros de aceite producidos en una semana.

a) Representar la función $B(x)$ con $x \geq 0$. (0,5 puntos)

b) Calcular los hectolitros de aceite que se debe producir cada semana para obtener el máximo beneficio. Calcular dicho beneficio máximo. (1 punto)

a) Es un trozo de parábola.

Averiguo las coordenadas del vértice.

$$B(x) = -x^2 + 6x - 8 \Rightarrow B'(x) = -2x + 6$$

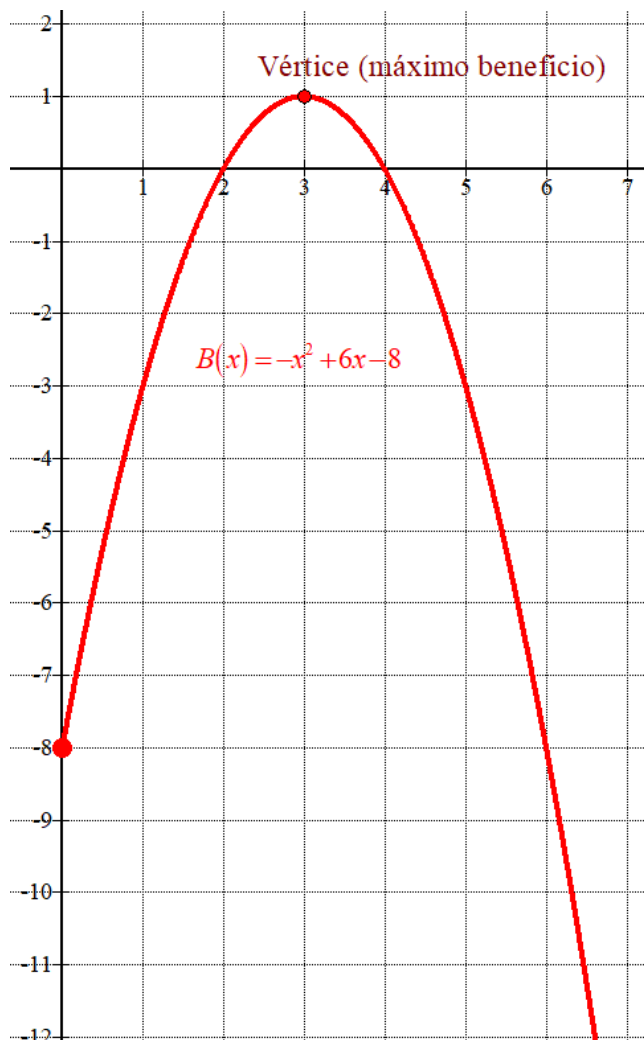
$$B'(x) = 0 \Rightarrow -2x + 6 = 0 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

$$B(3) = -3^2 + 6 \cdot 3 - 8 = 1$$

El vértice tiene coordenadas (3,1).

Obtengo una tabla de valores y dibujamos su gráfica.

x	$B(x) = -x^2 + 6x - 8$
0	-8
1	$-1 + 6 - 8 = -3$
3	1 <i>Vértice</i>
5	-3
6	-8



b) Como se observa en la gráfica el máximo absoluto se produce en $x = 3$. Y hemos calculado el beneficio en dicho punto siendo este valor $B(3) = 1$.

El máximo beneficio que se puede obtener es de 1000 € y se obtiene produciendo 3 hectolitros de aceite a la semana.

CUESTIÓN A3. Dada la función $f(x) = \frac{-2x^2 - 6x - 4}{x^2 - 4}$, hallar su dominio, los puntos de corte con los ejes y la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en $x=1$. (2,5 puntos)

El dominio de la función son todos los reales menos los que anulen el denominador.

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm 2$$

$$\text{Dominio } f(x) = \mathbb{R} - \{-2, +2\}$$

Los puntos de corte con los ejes se obtienen igualando las variables a cero.

- $x=0 \Rightarrow f(0) = \frac{-2 \cdot 0^2 - 6 \cdot 0 - 4}{0^2 - 4} = \frac{-4}{-4} = 1$. $A(0,1)$ es el punto de corte con el eje vertical OY.

- $y=0 \Rightarrow 0 = \frac{-2x^2 - 6x - 4}{x^2 - 4} \Rightarrow -2x^2 - 6x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \begin{cases} = \frac{-3+1}{2} = -1 = x \\ = \frac{-3-1}{2} = -2 = x \end{cases}$$

Como $x = -2$ no pertenece al dominio de definición de la función el punto de corte con el eje horizontal OX tiene coordenadas $B(-1,0)$.

La pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = \frac{-2x^2 - 6x - 4}{x^2 - 4}$ en $x=1$ es el valor de la derivada en $x=1$.

$$f(x) = \frac{-2x^2 - 6x - 4}{x^2 - 4} \Rightarrow f'(x) = \frac{(-4x - 6)(x^2 - 4) - (-2x^2 - 6x - 4)2x}{(x^2 - 4)^2}$$

$$f'(1) = \frac{(-4 - 6)(1^2 - 4) - (-2 \cdot 1^2 - 6 - 4)2}{(1^2 - 4)^2} = \frac{30 - (-24)}{9} = 6$$

La pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en $x=1$ es $f'(1) = 6$

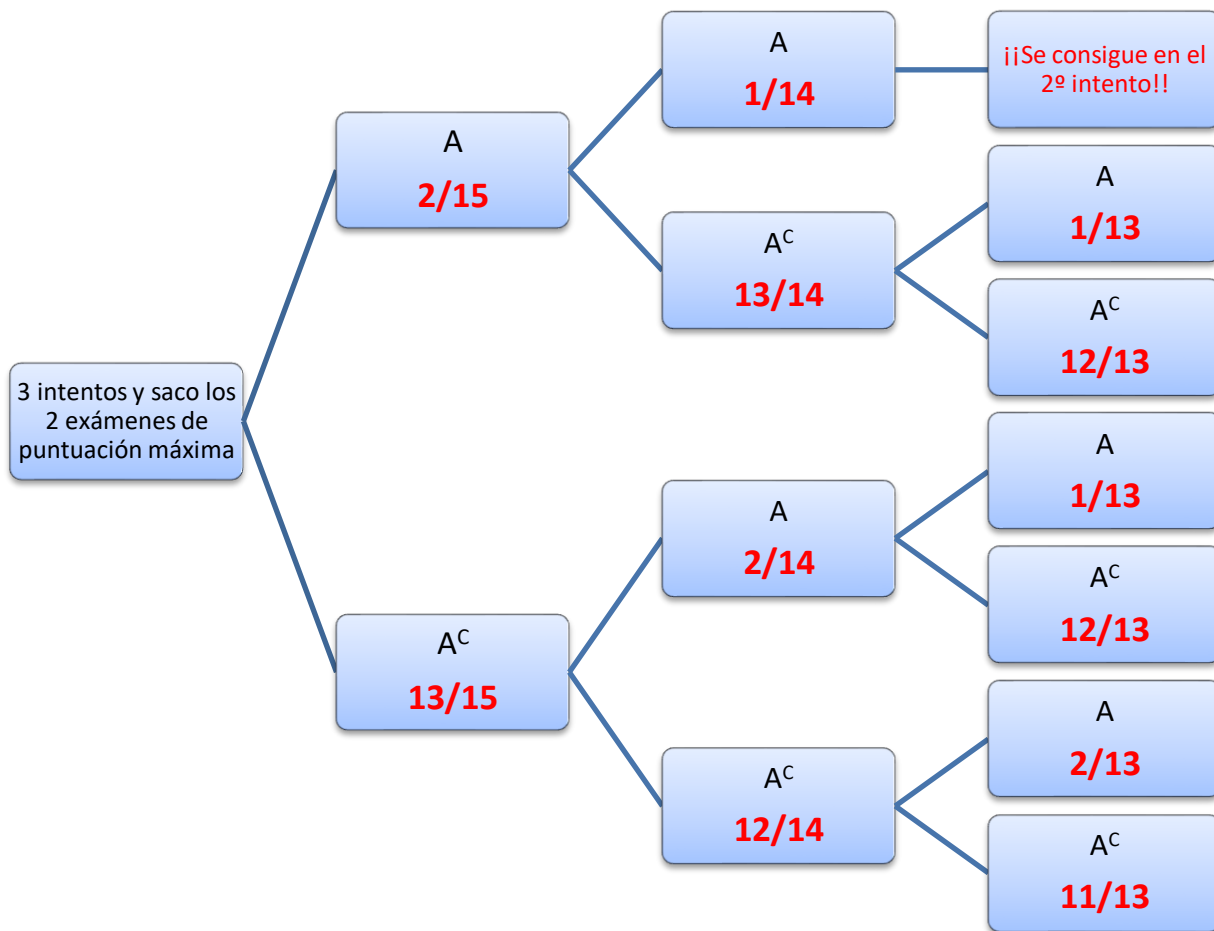
CUESTIÓN A4. Un archivador contiene 15 exámenes desordenados, entre los cuales se encuentran dos que tienen la puntuación máxima. Con el fin de encontrarlos, vamos sacando uno tras otro, ¿cuál es la probabilidad de que la tarea finalice exactamente en el tercer intento? (1,5 puntos)

Realizamos un diagrama de árbol para establecer las distintas opciones que pueden ocurrir y sus probabilidades.

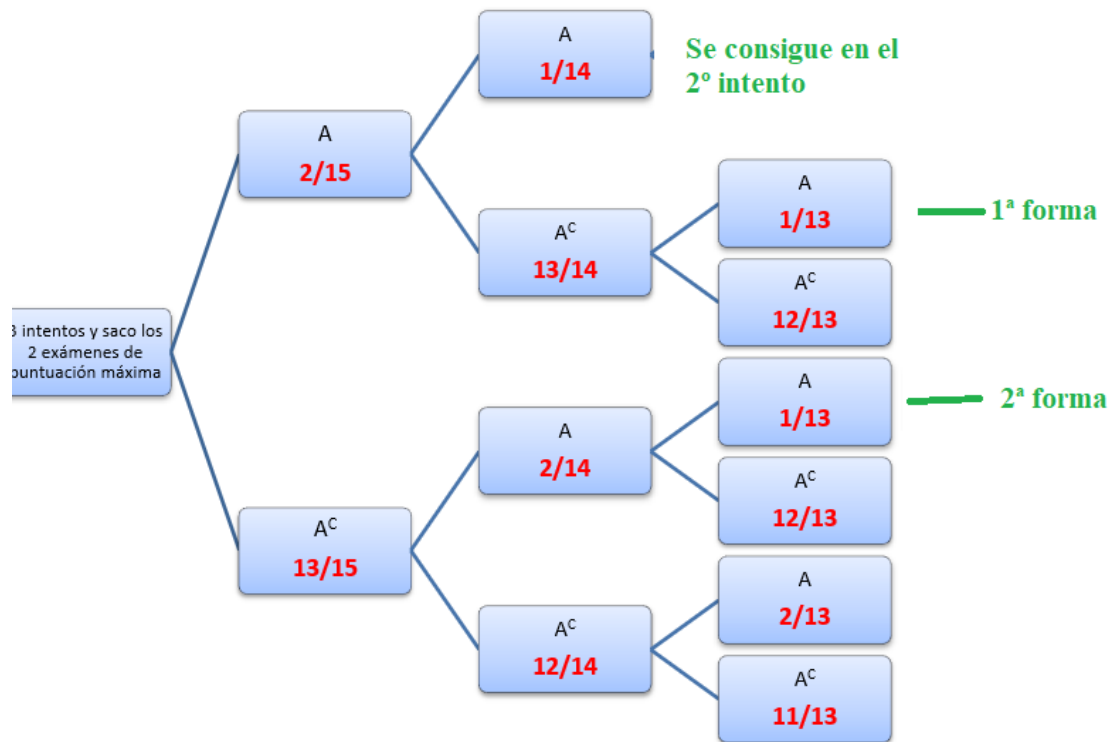
Llamamos A al suceso “Saco un examen y es de puntuación máxima”.

Por lo tanto, el suceso contrario A^C es el suceso “Saco un examen y no es de puntuación máxima”.

La probabilidad de estos sucesos varía en función de lo que vaya pasando en cada extracción.



Se consigue lo pedido en dos de las ramas del árbol



La probabilidad pedida es:

$$P(\text{Obtener los 2 exámenes de máxima puntuación en 3 intentos}) = \frac{2}{15} \cdot \frac{13}{14} \cdot \frac{1}{13} + \frac{13}{15} \cdot \frac{2}{14} \cdot \frac{1}{13} = \boxed{\frac{2}{105}}$$

CUESTIÓN A5. Según un informe de una universidad, la edad media de finalización de un determinado grado no supera los 23 años. Sabiendo que la edad de finalización sigue una normal con desviación típica de 2 años y que una muestra aleatoria de 100 graduados dio una media de finalización del grado a los 24 años, ¿se puede aceptar, con un nivel de significación del 0,05, la afirmación de la universidad? (2 puntos)

Contrastamos $H_0: \mu = 23$ frente a $H_1: \mu > 23$.

La desviación típica es $\sigma = 2$.

El tamaño muestral es $n = 100$.

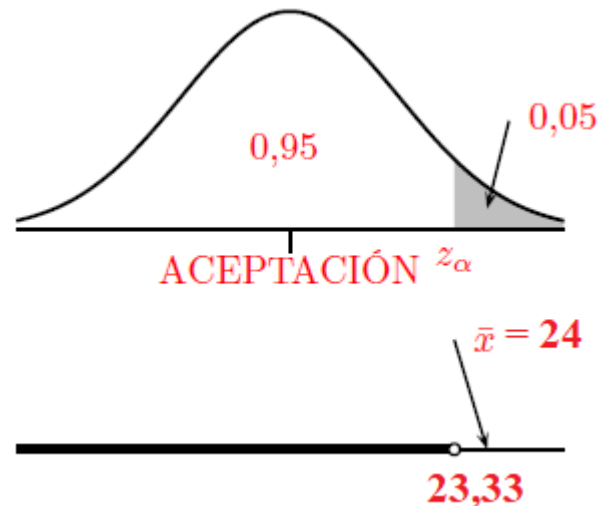
El nivel de significación $\alpha = 0.05$, corresponde con $z_\alpha = 1.65$.

Entonces el intervalo de aceptación tiene de extremo:

$$\bar{x} + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 23 + 1,65 \cdot \frac{2}{\sqrt{100}} = 23,33$$

El intervalo de aceptación es $(-\infty; 23,33)$

Como $\bar{x} = 24$ queda fuera del intervalo, se rechaza H_0 y no se acepta la afirmación de la universidad con el nivel de significación del 0,05.



OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. Un profesor proporciona a sus alumnos un listado con 20 problemas del tema 1 y 20 del tema 2. Cada problema del tema 1 vale 5 puntos y cada problema del tema 2 vale 8 puntos. Los alumnos pueden hacer problemas de los dos temas, pero con las siguientes condiciones:

- 1) El número de problemas realizados del tema 1 no puede ser mayor que el número de problemas del tema 2 más 2, ni ser menor que el número de problemas del tema 2 menos 8.
- 2) La suma de 4 veces el número de problemas realizados del tema 1 con el número de problemas realizados del tema 2 no puede ser mayor que 38.

Hallar cuántos problemas del tema 1 y del tema 2 hay que hacer para obtener la máxima puntuación. (3 puntos)

Es un problema de programación lineal.

Llamamos x = “número de problemas del tema 1”, y = “número de problemas del tema 2”.

Deseamos maximizar la puntuación que viene dada por la expresión $f(x, y) = 5x + 8y$.

Las restricciones se expresan con las inecuaciones siguientes:

“Los valores deben ser positivos” $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$

“Solo hay 20 problemas del tema 1” $\rightarrow x \leq 20$

“Solo hay 20 problemas del tema 2” $\rightarrow y \leq 20$

“El número de problemas realizados del tema 1 no puede ser mayor que el número de problemas del tema 2 más 2” $\rightarrow x \leq y + 2$

“El número de problemas realizados del tema 1 no puede ser menor que el número de problemas del tema 2 menos 8” $\rightarrow x \geq y - 8$

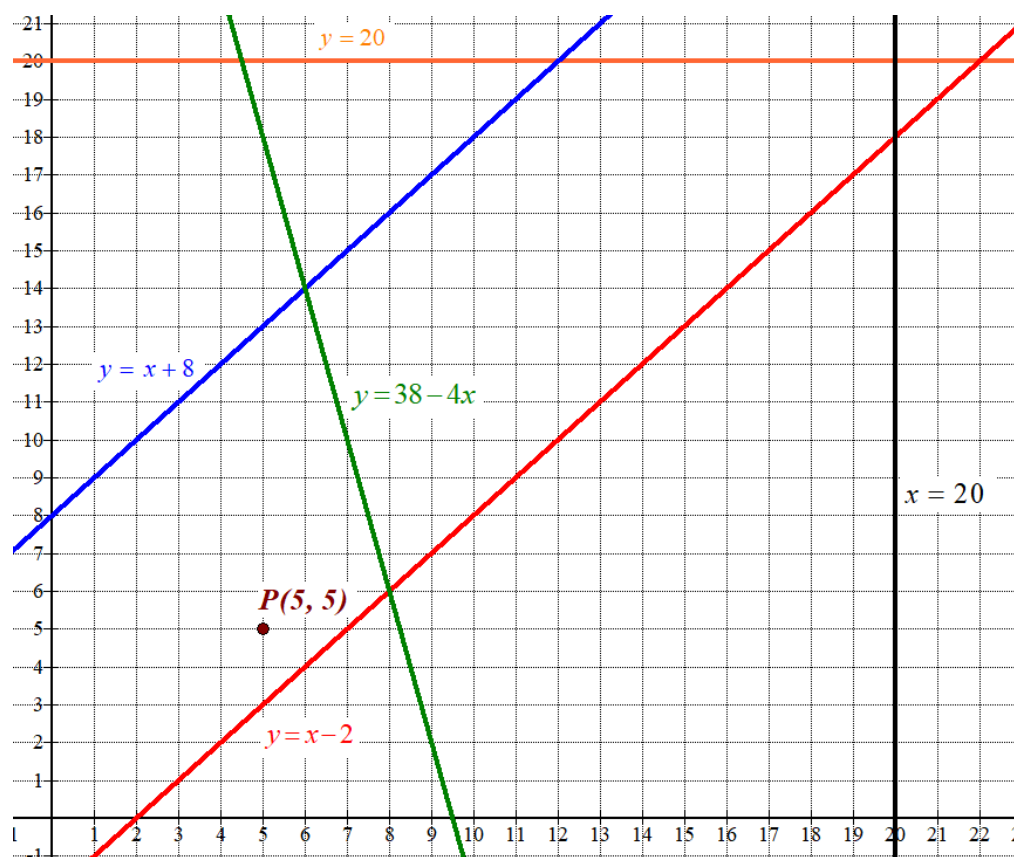
“La suma de 4 veces el número de problemas realizados del tema 1 con el número de problemas realizados del tema 2 no puede ser mayor que 38” $\rightarrow 4x + y \leq 38$

Reunimos todas las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0; y \geq 0 \\ x \leq 20 \\ y \leq 20 \\ x \leq y + 2 \\ x \geq y - 8 \\ 4x + y \leq 38 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq 0; y \geq 0 \\ x \leq 20 \\ y \leq 20 \\ y \geq x - 2 \\ y \leq x + 8 \\ y \leq 38 - 4x \end{array} \right\}$$

Dibujamos las rectas asociadas a las inecuaciones.

$x \geq 0; y \geq 0$	$x = 20$	$y = 20$	$y = x - 2$	$y = x + 8$	$y = 38 - 4x$
<i>Primer cuadrante</i>	$x = 20 \mid y$	$x \mid y = 20$	$x \mid y = x - 2$	$x \mid y = x + 8$	$x \mid y = 38 - 4x$
	20 0	0 20	2 0	6 14	6 14
	20 20	20 20	10 8	12 20	8 6



Como las restricciones son

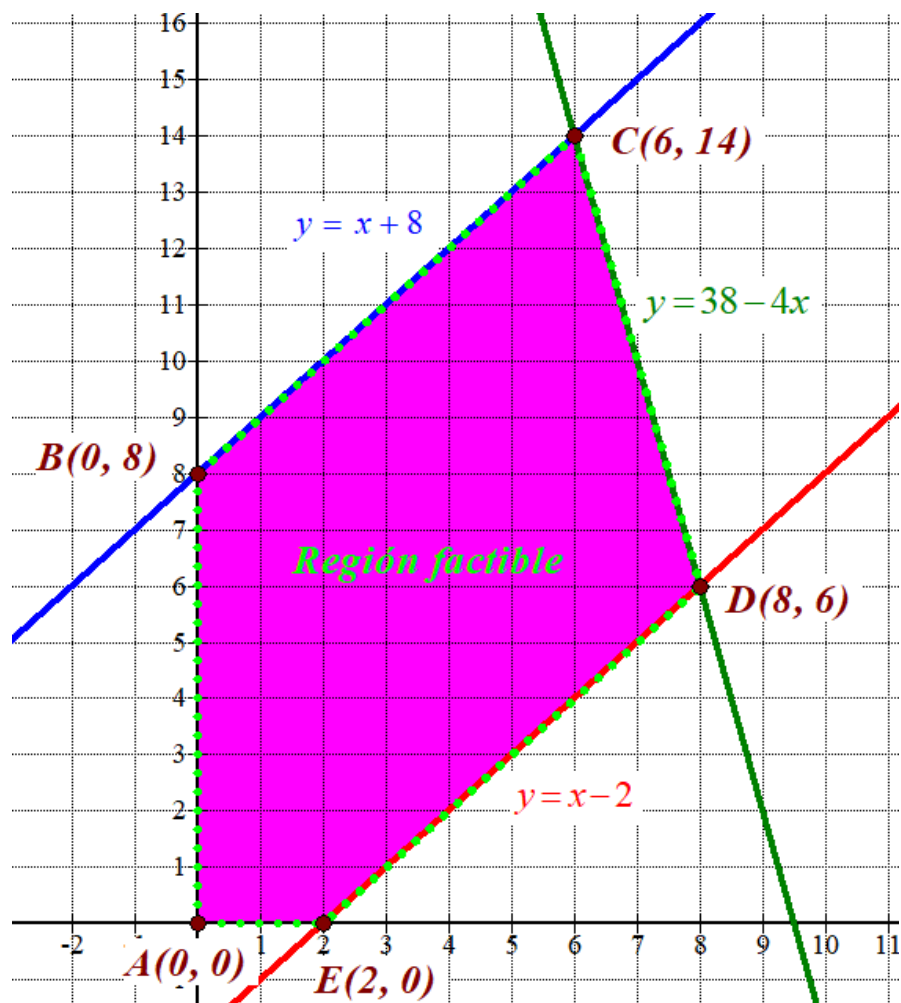
$x \geq 0; y \geq 0$	Primer cuadrante	} la región factible es la región del
$x \leq 20$		
$y \leq 20$	→ por debajo	
$y \geq x - 2$	→ por encima	
$y \leq x + 8$	→ por debajo	
$y \leq 38 - 4x$	→ por debajo	

primer cuadrante situada por debajo de la recta horizontal naranja y a la izquierda de la recta vertical negra, además está situada por debajo de la recta azul, a la izquierda de la recta verde y por encima de la recta roja.

Para mayor certeza comprobamos que el punto $P(5, 5)$ cumple todas las restricciones.

$5 \geq 0; 5 \geq 0$	} ¡Se cumplen todas!
$5 \leq 20$	
$5 \leq 20$	
$5 \geq 5 - 2$	
$5 \leq 5 + 8$	
$5 \leq 38 - 4 \cdot 5$	

Coloreamos de rosa la región factible en el siguiente dibujo.



Valoro la función objetivo en cada uno de los vértices en busca del valor máximo.

$$A(0, 0) \rightarrow f(0,0) = 0$$

$$B(0, 8) \rightarrow f(0,8) = 0 + 64 = 64$$

$$C(6, 14) \rightarrow f(6,14) = 30 + 112 = 142 \text{ ; Máxima puntuación!}$$

$$D(8, 6) \rightarrow f(8,6) = 40 + 48 = 88$$

$$E(2, 0) \rightarrow f(2,0) = 10 + 0 = 10$$

La máxima puntuación se obtiene en el punto C(6, 14) que significa hacer 6 exámenes del tema 1 y 14 del tema 2. La máxima puntuación es de 142 puntos

CUESTIÓN B2. Dada la función $f(x) = \frac{ax^2 + x - a}{x^2 - b}$, donde a y b son números reales.

- a) Hallar a y b sabiendo que $x=1$ y $x=-1$ son sus asíntotas verticales y que $f(0) = -1$. (1 punto)
 b) Para los valores de a y b obtenidos en el apartado anterior, hallar el resto de las asíntotas y hallar su función derivada $f'(x)$. (1 punto)

- a) Para que $x=1$ y $x=-1$ sean asíntotas verticales deben no estar excluidos estos valores del dominio, por lo que deben ser las raíces del denominador de la función.

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - b = 0 \Rightarrow x^2 = b \Rightarrow x = \pm\sqrt{b} \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{b=1}$$

$$\text{Como } f(0) = -1 \rightarrow f(0) = \frac{a \cdot 0^2 + 0 - a}{0^2 - 1} = -1 \Rightarrow \frac{-a}{-1} = -1 \Rightarrow \boxed{a=-1}$$

Los valores buscados son $a = -1$, $b = 1$.

- b) La función queda $f(x) = \frac{-x^2 + x + 1}{x^2 - 1}$.

$$\text{Su derivada es } f'(x) = \frac{(-2x+1)(x^2-1) - 2x(-x^2+x+1)}{(x^2-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(\cancel{-2x^3} + 2x + x^2 - 1) + \cancel{2x^3} - 2x^2 - \cancel{2x}}{(x^2-1)^2}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{-x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2}}$$

Tenemos determinadas las asíntotas verticales $x=1$ y $x=-1$. Nos faltan las horizontales y las oblicuas.

Asíntota horizontal. $y = b$

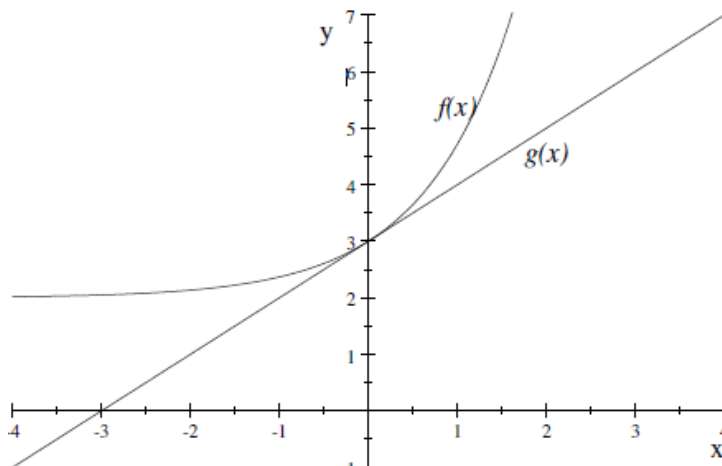
$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + x + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1$$

La asíntota horizontal es $y = -1$

Asíntota oblicua. $y = mx + n$.

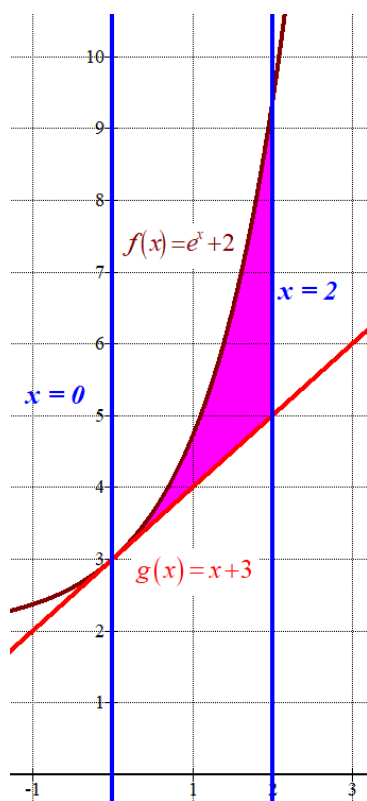
Al existir una asíntota horizontal no existe una asíntota oblicua.

CUESTIÓN B3. Dadas las funciones $f(x) = e^x + 2$ y $g(x) = x + 3$, cuyas gráficas están representadas en la siguiente figura, hallar el área comprendida entre las dos curvas y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.



(2 puntos)

Si completamos la gráfica con las rectas y coloreamos el recinto del cual nos piden calcular su área tenemos el siguiente dibujo.



Aproximadamente esta área tiene entre 2 y 3 cuadraditos. Calculamos su valor exacto haciendo uso del cálculo integral.

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \int_0^2 f(x) - g(x) dx = \int_0^2 e^x + 2 - (x + 3) dx = \int_0^2 e^x - x - 1 dx = \left[e^x - \frac{x^2}{2} - x \right]_0^2 \\ &= \left[e^2 - \frac{2^2}{2} - 2 \right] - \left[e^0 - \frac{0^2}{2} - 0 \right] = e^2 - 4 - 1 = \boxed{e^2 - 5 \approx 2.389 u^2} \end{aligned}$$

CUESTIÓN B4. Según un estudio, el 35% de una población utiliza el autobús, mientras que el 65% restante no lo hace. En cuanto al tranvía, es utilizado por la mitad y no por la otra mitad. Un 30% no utiliza ninguno de los dos transportes. Si se elige un individuo de la población al azar:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que utilice alguno de los dos transportes? (0,5 puntos)
 b) ¿Cuál es la probabilidad de que utilice los dos? (0,5 puntos)
 c) ¿Cuál es la probabilidad de que utilice el tranvía, sabiendo que utiliza el autobús? (0,5 puntos)

Realizamos una tabla de contingencia para establecer el porcentaje de personas que utilizan cada transporte.

	Usan autobús (A)	No usan autobús (\bar{A})	
Usan tranvía (T)			50
No usan tranvía (\bar{T})		30	50
	35	65	100

Completamos la tabla.

	Usan autobús (A)	No usan autobús (\bar{A})	
Usan tranvía (T)	15	35	50
No usan tranvía (\bar{T})	20	30	50
	35	65	100

$$a) \quad P(\text{Utilice algún transporte}) = \frac{100-30}{100} = \frac{70}{100} = \boxed{0.7}$$

$$b) \quad P(\text{Utilice tranvía y autobús}) = \frac{15}{100} = \boxed{0.15}$$

c)

$$P(\text{Utilice el tranvía / utiliza el autobús}) = \frac{\text{n}^\circ \text{ personas que utilizan el tranvía y el autobús}}{\text{n}^\circ \text{ personas que utilizan el autobús}} =$$

$$= \frac{15}{35} = \boxed{0.43}$$

OTRA FORMA DE HACERLO

Sabemos que $P(T) = 0.50$, $P(A) = 0.35$ y $P(\bar{A} \cap \bar{T}) = 0.30$

$$a) \quad P(\overline{A \cup T}) = P(\bar{A} \cap \bar{T}) = 0.30 \Rightarrow P(A \cup T) = 1 - P(\overline{A \cup T}) = 1 - 0.30 = \boxed{0.70}$$

$$b) \quad P(T \cup A) = P(T) + P(A) - P(T \cap A) = 0.5 + 0.35 - P(T \cap A) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Sabemos que} \\ P(T \cup A) = 0.70 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0.70 = 0.5 + 0.35 - P(T \cap A) \Rightarrow \boxed{P(T \cap A) = 0.5 + 0.35 - 0.7 = 0.15}$$

$$c) \quad P(T / A) = \frac{P(T \cap A)}{P(A)} = \frac{0.15}{0.35} = \boxed{0.43}$$

CUESTIÓN B5. Tomando al azar una muestra de 90 alumnos de una facultad, se encontró que 50 de ellos eran mujeres. Hallar, con un nivel de confianza del 90%, un intervalo de confianza para estimar la proporción de alumnos de la facultad que son mujeres. (1,5 puntos)

Buscamos en la tabla de la normal para un nivel de confianza del 90% el $z_{\alpha/2}$.

$$1 - \alpha = 0.90 \rightarrow \alpha = 0.10 \rightarrow \alpha/2 = 0.05 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.95 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1.65}$$

Conocemos $n = 90$ $p = \frac{50}{90} \approx 0.5556$ $1 - p = 1 - \frac{50}{90} = \frac{40}{90} \approx 0.4444$

El error sigue la fórmula $Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 1.65 \cdot \sqrt{\frac{\frac{50}{90} \cdot \frac{40}{90}}{90}} \approx 0.0524$

La fórmula del intervalo de confianza es $(p - Error, p + Error)$ y al 90 % de confianza y con los datos del ejercicio sería:

$$(0.5556 - 0.0524, 0.5556 + 0.0524) = (0.5032, 0.6079)$$

Con una confianza del 90 % la proporción de alumnos que son mujeres está entre el 50.32% y el 60.79 %.