PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA ALUMNOS DE BACHILLERATO LOE

Junio 2010

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II. CÓDIGO 159

OBSERVACIONES IMPORTANTES: *El alumno deberá elegir una opción A o B y responder a todas las cuestiones de esa opción. Nunca podrá mezclar cuestiones de la opción A con cuestiones de la opción B. Al principio de cada cuestión se indica su puntuación. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.*

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. (3 puntos) En una encuesta realizada por una televisión local se ha detectado que un programa con 20 minutos de variedades y 1 minuto de publicidad capta 30000 espectadores, mientras que otro programa con 10 minutos de variedades y 1 minuto de publicidad capta 10000 espectadores. Para un determinado periodo, la dirección de la red decide dedicar como máximo, 80 minutos de variedades y 6 minutos de publicidad. ¿Cuántas veces tendrá que aparecer cada programa con objeto de captar el máximo número de espectadores?

CUESTIÓN A2. (2 puntos) Dada la curva de ecuación $y=\frac{x-2}{x^2+2x-3}$ calcular:

a) Dominio.
b) Asíntotas

CUESTIÓN A3. (1,5 puntos) Calcular el área comprendida entre la curva $y=3x^2+2x-16$, el eje OX y las rectas $x=-2$ y $x=4$. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

CUESTIÓN A4. (2 puntos) Una fábrica de coches tiene tres cadenas de producción A, B y C. La cadena A fabrica el 50% del total de coches producidos, la B el 25% y la C el resto. La probabilidad de que un coche resulte defectuoso es: 1/2 en la cadena A, 1/4 en la cadena B y 1/6 en la cadena C. Calcular la probabilidad de que un coche elegido al azar sea defectuoso.

CUESTIÓN A5. (1,5 puntos) A una muestra aleatoria de 100 alumnos de segundo de bachillerato se les hizo una prueba de madurez, obteniendo una media muestral de 205 puntos. Suponiendo que la puntuación obtenida en la prueba de madurez es una variable aleatoria normal, ¿entre qué límites se encuentra la madurez media de los alumnos de segundo de bachillerato con un nivel de confianza de 0.99 si la varianza de la población es de 576?

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. (3 puntos) Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{rl} x \quad\quad + 2z &= 0 \\ x + \; y + 2z &= -\lambda \\ 2x + 3y \quad\quad &= \lambda \end{array}\right\}$$

a) Resolverlo para $\lambda = 3$
b) Estudiarlo para cualquier valor de λ

CUESTIÓN B2. (2 puntos) Un terrateniente posee unos terrenos al borde de un río. Allí desea cercar una parcela y montar una playa privada con todo tipo de servicios. Para ello dispone de 4000 metros de alambrada. ¿Cuál es la superficie máxima, de forma rectangular, que puede cercar y cuál la longitud de ribera apta para el baño?

CUESTIÓN B3. (1,5 puntos) Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = -x^2 + 8x$ y el eje OX. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

CUESTIÓN B4. (2 puntos) En un cajón de un armario, Juan guarda desordenadamente 3 pares de calcetines blancos y 4 pares de calcetines rojos; en otro cajón guarda 4 corbatas blancas, 3 rojas y 2 azules. Para vestirse saca al azar del primer cajón un par de calcetines y del segundo una corbata.
Hallar la probabilidad de que los calcetines y la corbata sean del mismo color.

CUESTIÓN B5. (1,5 puntos) Se sabe que las calificaciones de los alumnos de segundo de bachiller en matemáticas es una variable aleatoria normal de media 5.5 y varianza 1.69. Se extrae una muestra aleatoria de 81 alumnos que cursan el bachiller bilingüe obteniéndose una media muestral de 6.8 puntos en las calificaciones de dichos alumnos en la asignatura de matemáticas. Se quiere decidir si existe una diferencia significativa entre la media de las calificaciones en matemáticas de los alumnos del bachiller bilingüe y la media de las calificaciones en matemáticas de los alumnos de segundo de bachiller en general con un nivel de significación $\alpha = 0.01$.

SOLUCIONES

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. (3 puntos) En una encuesta realizada por una televisión local se ha detectado que un programa con 20 minutos de variedades y 1 minuto de publicidad capta 30000 espectadores, mientras que otro programa con 10 minutos de variedades y 1 minuto de publicidad capta 10000 espectadores. Para un determinado periodo, la dirección de la red decide dedicar como máximo, 80 minutos de variedades y 6 minutos de publicidad. ¿Cuántas veces tendrá que aparecer cada programa con objeto de captar el máximo número de espectadores?

Sean x = número de veces que aparece el programa de 20 m de variedades y 1 m de publicidad; y = número de veces que aparece el programa de 10 m de variedades y 1 m de publicidad.

	Minutos de variedades	Minutos de publicidad	Número de espectadores
Nº de veces del primero (x)	20x	x	30000x
Nº de veces del segundo (y)	10y	y	10000y
TOTALES	$20x+10y$	$x+y$	$30000x+10000y$

Deseamos maximizar el número de espectadores que viene dado por la función: $E(x,y)=30000x+10000y$

Las restricciones son:

"Las cantidades deben ser positivas" → $x \geq 0;\ y \geq 0$

"La dirección de la red decide dedicar como máximo, 80 minutos de variedades y 6 minutos de publicidad" → $\left.\begin{array}{l} 20x+10y \leq 80 \\ x+y \leq 6 \end{array}\right\}$

Reunimos todas las restricciones en un sistema.

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0;\ y \geq 0 \\ 20x+10y \leq 80 \\ x+y \leq 6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \geq 0;\ y \geq 0 \\ 2x+y \leq 8 \\ x+y \leq 6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \geq 0;\ y \geq 0 \\ y \leq 8-2x \\ y \leq 6-x \end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas asociadas a cada inecuación.

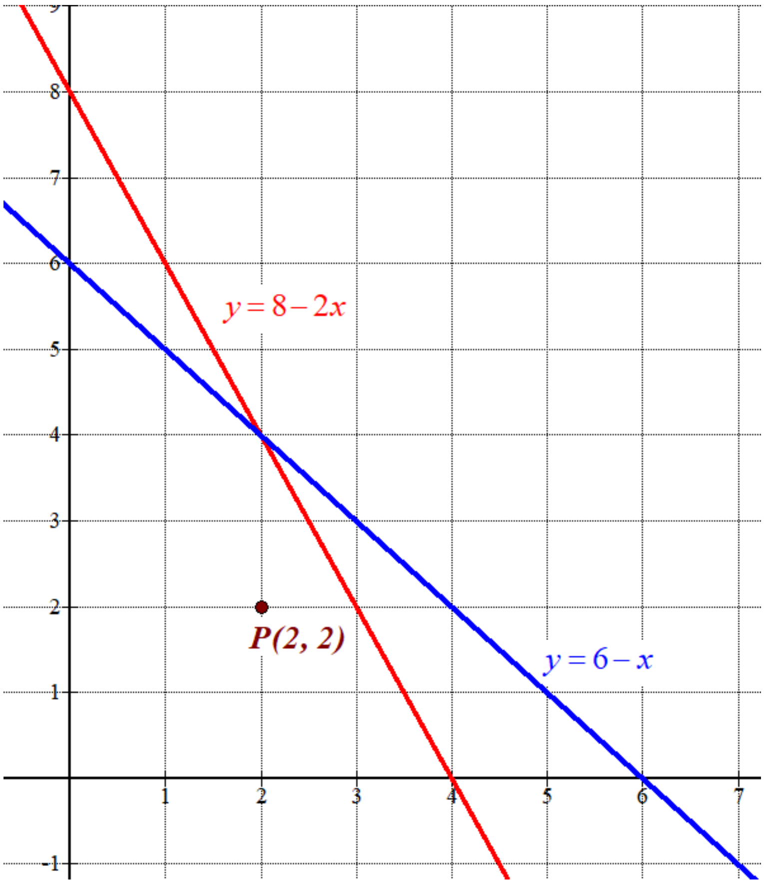
$x \geq 0;\ y \geq 0$ — Primer cuadrante

$y=8-2x$

x	$y=8-2x$
0	8
2	4
4	0

$y=6-x$

x	$y=6-x$
0	6
2	4
6	0

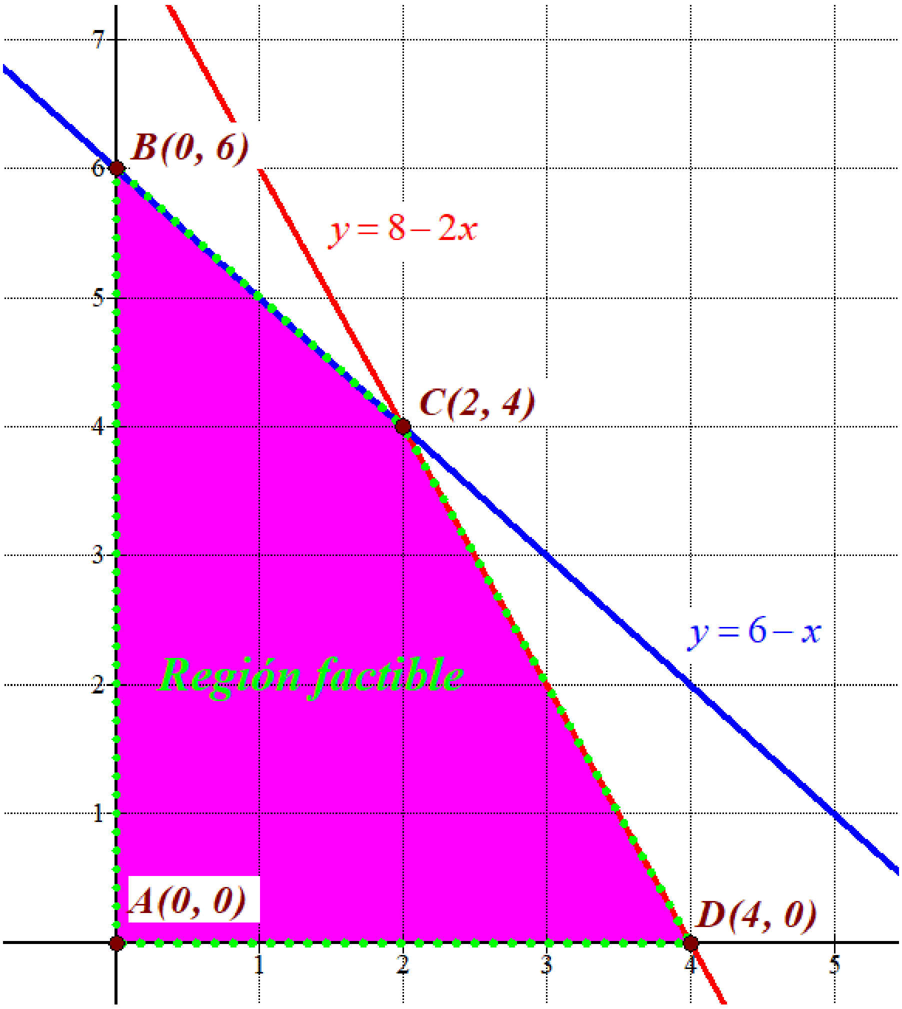


Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x \geq 0;\ y \geq 0 \\ y \leq 8-2x \\ y \leq 6-x \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante situada por debajo de las rectas roja y azul.

Comprobamos que el punto *P(2, 2)* perteneciente a esta región cumple todas las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 2 \geq 0;\ 2 \geq 0 \\ 2 \leq 8-2\cdot 2 \\ 2 \leq 6-2 \end{array}\right\} \text{ ¡¡Se cumplen todas!!}$$

Coloreamos de rosa la región factible e indicamos las coordenadas de sus vértices.



Las coordenadas de los vértices A, B, C y D están claras.

Valoramos la función objetivo $E(x, y) = 3000x + 10000y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

A(0, 0) → $E(0,0) = 0$

B(0, 6) → $E(0,6) = 0 + 60000 = 60000$

C(2, 4) → $E(2,4) = 60000 + 40000 = 100000$

D(4, 0) → $E(4,0) = 120000 + 0 = 120000$ Máximo

La máxima audiencia es de 120000 espectadores. Se consigue con 4 programas de 20 m de variedades y 1 m de publicidad y ninguno de los de 10 m de variedades y 1 m de publicidad.

CUESTIÓN A2. (2 puntos) Dada la curva de ecuación $y=\dfrac{x-2}{x^2+2x-3}$ calcular:

a) Dominio.
b) Asíntotas

a) Averiguamos cuando se anula el denominador de la función.

$$x^2+2x-3=0 \Rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{16}}{2}=\begin{cases}\dfrac{-2+4}{2}=1=x\\ \dfrac{-2-4}{2}=-3=x\end{cases}$$

El dominio de la función es $\mathbb{R}-\{-3,1\}$

b) **Asíntota vertical.** $x=a$

¿ $x=-3$ es asíntota?

$$\lim_{x\to -3}\frac{x-2}{x^2+2x-3}=\frac{-3-2}{(-3)^2+2(-3)-3}=\frac{-5}{0}=\infty$$

$x=-3$ es asíntota vertical

¿ $x=1$ es asíntota?

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-2}{x^2+2x-3}=\frac{1-2}{1^2+2-3}=\frac{-1}{0}=\infty$$

$x=1$ es asíntota vertical

Asíntota horizontal. $y=b$

$$b=\lim_{x\to\infty}\frac{x-2}{x^2+2x-3}=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{x}{x^2}-\dfrac{2}{x^2}}{\dfrac{x^2}{x^2}+\dfrac{2x}{x^2}-\dfrac{3}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}}{1+\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2}}=\frac{0-0}{1+0-0}=\frac{0}{1}=0$$

$y=0$ es asíntota horizontal

Asíntota oblicua. $y=mx+n$

No tiene asíntota oblicua pues tiene asíntota horizontal.

CUESTIÓN A3. (1,5 puntos) Calcular el área comprendida entre la curva $y=3x^2+2x-16$, el eje OX y las rectas $x=-2$ y $x=4$. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

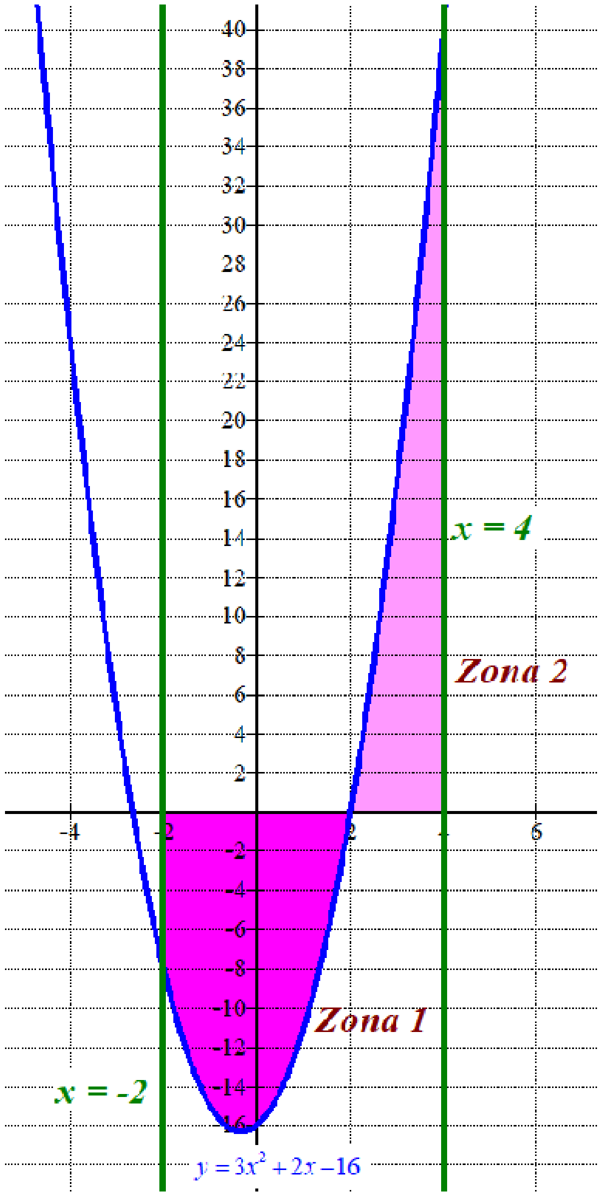
Hallamos los puntos de corte de la parábola con el eje OX.

$$\left.\begin{array}{l} y=3x^2+2x-16 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0=3x^2+2x-16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 3\cdot(-16)}}{2\cdot 3}=\frac{-2\pm\sqrt{196}}{6}=\begin{cases} \dfrac{-2+14}{6}=2=x \\ \dfrac{-2-14}{6}=\dfrac{-8}{3}=x \end{cases}$$

Hacemos una tabla de valores y representamos la gráfica de la parábola, así como la región de la cual queremos hallar su área.

x	$y=3x^2+2x-16$
$-8/3$	0
-2	-8
-1	-15
0	-16
1	-11
2	0
4	40



El área a calcular se divide en dos zonas. Calculamos el área de cada una de ellas usando el cálculo integral.

$$\text{Área Zona } 1=\left|\int_{-2}^{2} 3x^2+2x-16dx\right|=$$

$$=\left|\left[x^3+x^2-16x\right]_{-2}^{2}\right|=$$

$$=\left|\left[2^3+2^2-16\cdot 2\right]-\left[(-2)^3+(-2)^2-16(-2)\right]\right|=$$

$$=|8+4-32+8-4-32|=|-48|=48$$

$$\text{Área Zona } 2=\int_{2}^{4} 3x^2+2x-16dx=$$

$$=\left[x^3+x^2-16x\right]_{2}^{4}=$$

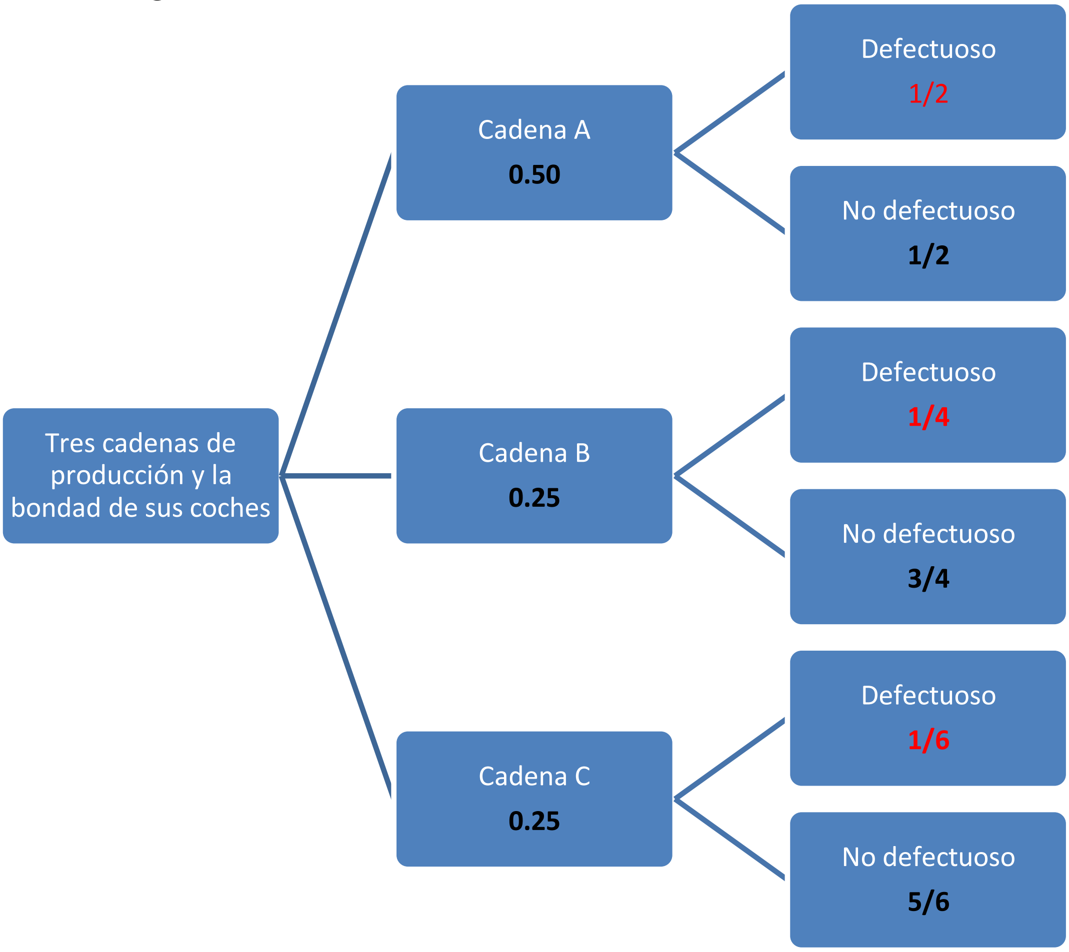
$$=\left[4^3+4^2-16\cdot 4\right]-\left[2^3+2^2-16\cdot 2\right]=$$

$$=\cancel{64}+16-\cancel{64}-8-4+32=36$$

El área total es la suma de ambas áreas: *Área total = 48 + 36 = 84 u*^{2}

CUESTIÓN A4. (2 puntos) Una fábrica de coches tiene tres cadenas de producción A, B y C. La cadena A fabrica el 50% del total de coches producidos, la B el 25% y la C el resto. La probabilidad de que un coche resulte defectuoso es: 1/2 en la cadena A, 1/4 en la cadena B y 1/6 en la cadena C. Calcular la probabilidad de que un coche elegido al azar sea defectuoso.

Realizamos un diagrama de árbol.



Observando el diagrama y utilizando el teorema de la probabilidad total tenemos que:

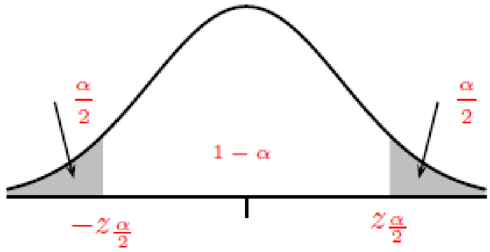
$$P(\text{Defectuoso}) = P(A)P(\text{Defectuoso/A}) + P(B)P(\text{Defectuoso/B}) + P(C)P(\text{Defectuoso/C}) =$$

$$= 0.5\cdot\frac{1}{2} + 0.25\cdot\frac{1}{4} + 0.25\cdot\frac{1}{6} = \boxed{\frac{17}{48} \simeq 0.3542}$$

CUESTIÓN A5. (1,5 puntos) A una muestra aleatoria de 100 alumnos de segundo de bachillerato se les hizo una prueba de madurez, obteniendo una media muestral de 205 puntos. Suponiendo que la puntuación obtenida en la prueba de madurez es una variable aleatoria normal, ¿entre qué límites se encuentra la madurez media de los alumnos de segundo de bachillerato con un nivel de confianza de 0.99 si la varianza de la población es de 576?

X = Resultado de una prueba de madurez.
Varianza = 576 → $\sigma = \sqrt{576} = 24$
X = N(μ, 24)

Buscamos en la tabla de la normal para un nivel de confianza del 99% el $z_{\alpha/2}$.



$$1-\alpha = 0.99 \rightarrow \alpha = 0.01 \rightarrow \alpha/2 = 0.005 \rightarrow 1-\alpha/2 = 0.995 \rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{2.57+2.58}{2} = 2.575$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.

El error sigue la fórmula: $Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.575 \cdot \frac{24}{\sqrt{100}} = 6.18$

El intervalo de confianza es:

$$\left(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error\right) = \left(205 - 6.18,\ 205 + 6.18\right) = \left(198.82,\ 211.18\right)$$

El intervalo de confianza para la madurez media es $\left(198.82,\ 211.18\right)$.

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. (3 puntos) Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{l} x \quad\quad +2z=0 \\ x+\ \ y+2z=-\lambda \\ 2x+3y \quad\quad =\lambda \end{array}\right\}$$

a) Resolverlo para $\lambda=3$

b) Estudiarlo para cualquier valor de λ

a) Para $\lambda=3$ el sistema queda $\left.\begin{array}{l} x \quad\quad +2z=0 \\ x+\ \ y+2z=-3 \\ 2x+3y \quad\quad =3 \end{array}\right\}$

Lo resolvemos triangulándolo.

$$\left.\begin{array}{l} x \quad\quad +2z=0 \\ x+\ \ y+2z=-3 \\ 2x+3y \quad\quad =3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{Ecuación } 2^{\text{a}} - \text{Ecuación } 1^{\text{a}} \\ x \quad +y \quad +2z \quad =-3 \\ -x \quad\quad\quad -2z \quad =0 \\ \hline \quad\quad y \quad\quad\quad\quad =-3 \rightarrow \text{Nueva ecuación } 2^{\text{a}} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \quad\quad +2z=0 \\ \boxed{y \quad =-3} \\ 2x+3y \quad\quad =3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \quad\quad +2z=0 \\ 2x+3(-3) \quad =3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+2z=0 \\ 2x=12 \rightarrow \boxed{x=6} \end{array}\right\} \Rightarrow 6+2z=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2z=-6 \Rightarrow \boxed{z=-3}$$

La solución es: $x=6;\ \ y=-3;\ \ z=-3$

b) Triangulamos el sistema.

$$\left.\begin{array}{l} x \quad\quad +2z=0 \\ x+\ \ y+2z=-\lambda \\ 2x+3y \quad\quad =\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{Ecuación } 2^{\text{a}} - \text{Ecuación } 1^{\text{a}} \\ x \quad +y \quad +2z \quad =-\lambda \\ -x \quad\quad\quad -2z \quad =0 \\ \hline \quad\quad y \quad\quad\quad\quad =-\lambda \rightarrow \text{Nueva ecuación } 2^{\text{a}} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Ecuación } 3^{\text{a}} - 2\cdot\text{Ecuación } 1^{\text{a}} \\ 2x \quad +3y \quad\quad\quad =\lambda \\ -2x \quad\quad\quad -4z \quad =0 \\ \hline \quad\quad 3y \quad -4z \quad =\lambda \rightarrow \text{Nueva ecuación } 3^{\text{a}} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \quad\quad +2z=0 \\ \quad y \quad\quad =-\lambda \\ 3y \quad -4z=\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{cases} \text{Ecuación } 3^{\text{a}} - 3 \cdot \text{Ecuación } 2^{\text{a}} \\ \quad 3y \quad -4z \quad = \lambda \\ \quad -3y \qquad\quad = 3\lambda \\ \hline \qquad\qquad -4z \quad = 4\lambda \rightarrow \text{Nueva ecuación } 3^{\text{a}} \end{cases}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x \qquad +2z = 0 \\ y \qquad = -\lambda \\ -4z = 4\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow$$

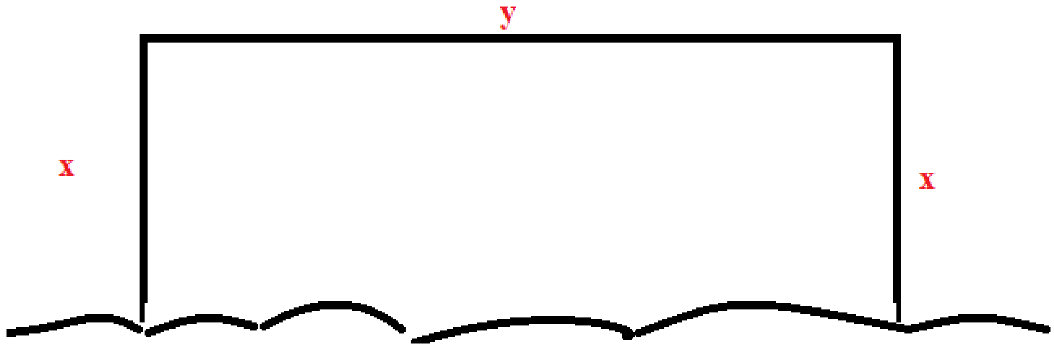
$$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x \qquad +2z = 0 \\ y \qquad = -\lambda \\ z = -\lambda \end{array}\right\}$$

El sistema es compatible determinado, independientemente del valor de λ.
Obtenemos la solución:

$$\left.\begin{array}{r} x \qquad +2z = 0 \\ y \qquad = -\lambda \\ z = -\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x \qquad +2(-\lambda) = 0 \\ y \qquad = -\lambda \\ z = -\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x \qquad -2\lambda = 0 \\ y \qquad = -\lambda \\ z = -\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\left.\begin{array}{l} x = 2\lambda \\ y = -\lambda \\ z = -\lambda \end{array}\right\}}$$

CUESTIÓN B2. (2 puntos) Un terrateniente posee unos terrenos al borde de un río. Allí desea cercar una parcela y montar una playa privada con todo tipo de servicios. Para ello dispone de 4000 metros de alambrada. ¿Cuál es la superficie máxima, de forma rectangular, que puede cercar y cuál la longitud de ribera apta para el baño?

Suponemos que no se valla el lateral que da al rio.



Debe ser el perímetro igual a 4000 metros → $2x + y = 4000 \Rightarrow y = 4000 - 2x$

Deseamos maximizar la función superficie: $S(x,y) = x \cdot y \Rightarrow S(x) = x(4000-2x) = 4000x - 2x^2$

Hallamos la derivada e igualamos a cero.

$$S(x) = 4000x - 2x^2 \Rightarrow S'(x) = 4000 - 4x$$

$$S'(x) = 0 \Rightarrow 4000 - 4x = 0 \Rightarrow 4x = 4000 \Rightarrow x = 1000$$

Vemos si para *x = 1000* es un máximo de la función superficie evaluando el valor de la derivada antes y después de este valor.

- En $(0,1000)$ tomamos *x = 100* y la derivada vale $S'(100) = 4000 - 400 = 3600 > 0$. La función crece en $(0,1000)$.
- En $(1000,4000)$ tomamos *x = 2000* y la derivada vale $S'(2000) = 4000 - 8000 = -4000 < 0$. La función decrece en $(1000,4000)$.

Por lo tanto, para un rectángulo de medidas *x = 1000 metros* e *y = 4000 – 2000 = 2000 metros* la superficie vallada es máxima.

Dicha superficie máxima es de $S(1000) = 4000000 - 2000000 = 2000000\,m^2$

La ribera apta para el baño será de 2000 metros.

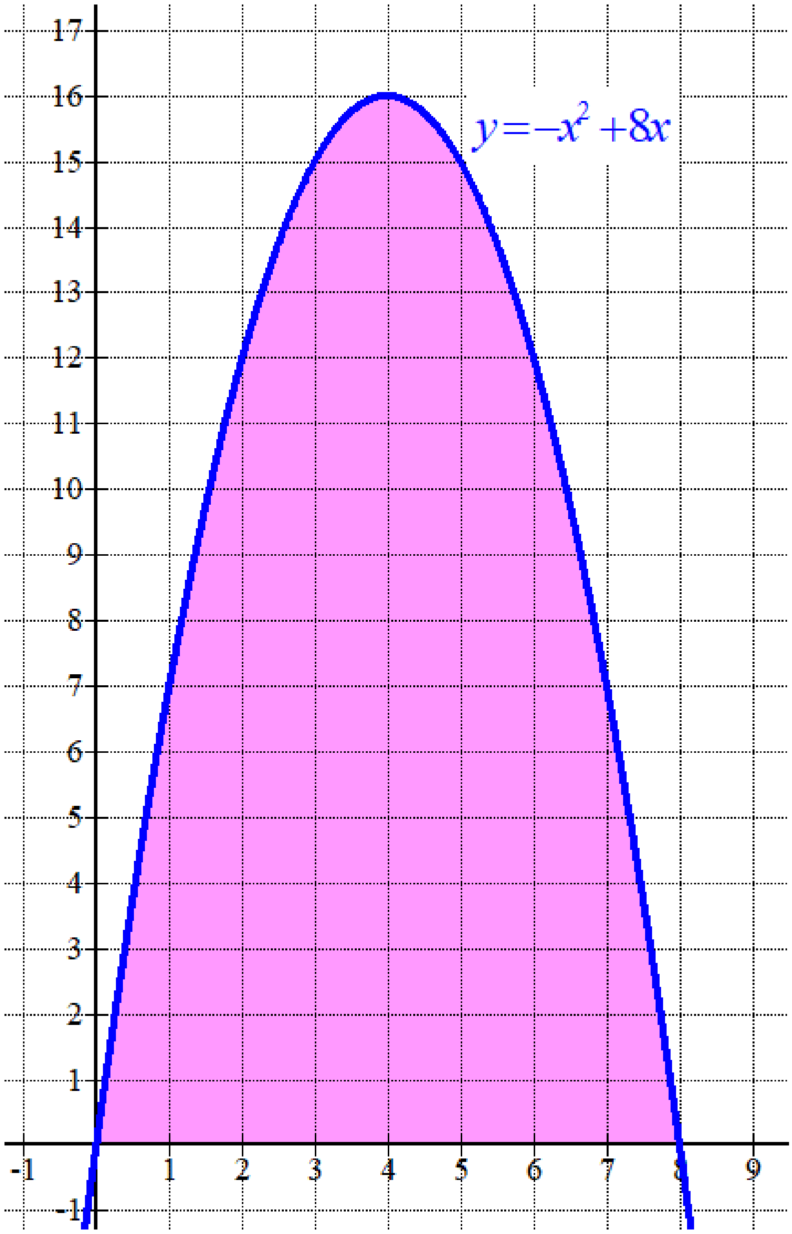
CUESTIÓN B3. (1,5 puntos) Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y=-x^2+8x$ y el eje OX. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

Hallamos los puntos de corte de la parábola con el eje OX.

$$\left.\begin{array}{l} y=-x^2+8x \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow -x^2+8x=0 \Rightarrow x(-x+8)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ -x+8=0 \Rightarrow x=8 \end{cases}$$

Hacemos una tabla de valores y dibujamos la gráfica de la parábola.

x	$y=-x^2+8x$
0	0
2	12
4	16
6	12
8	0

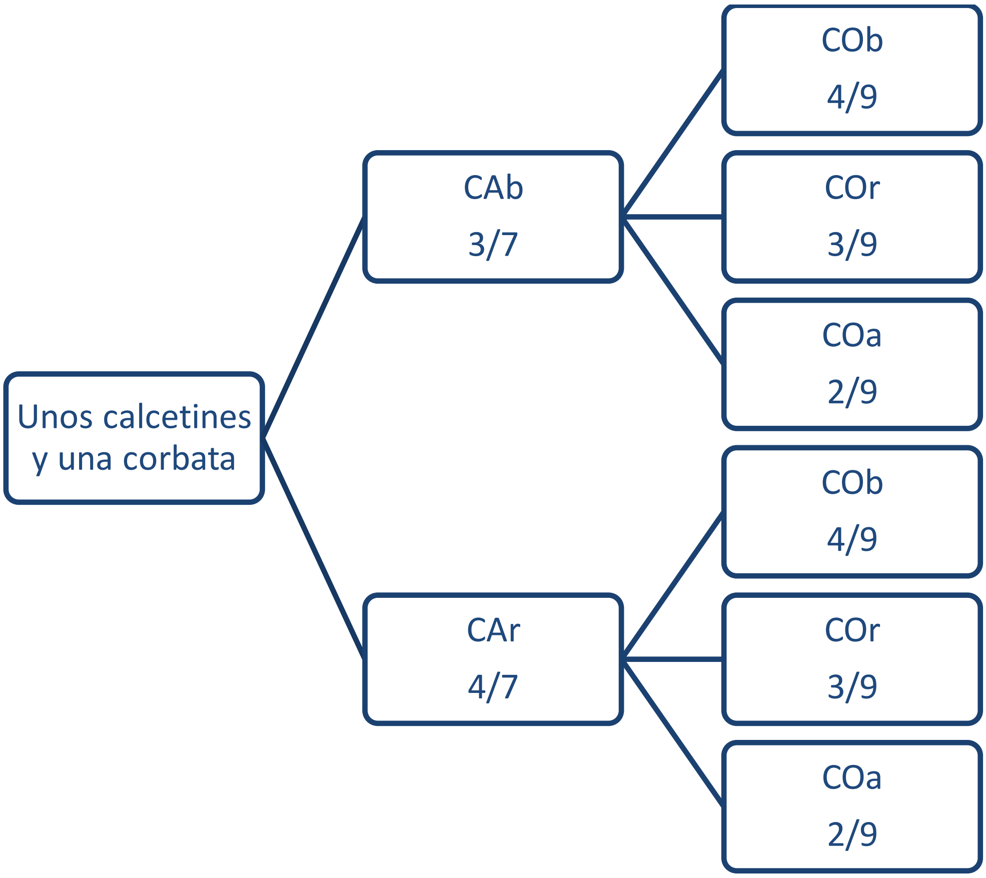


$$Área=\int_0^8 -x^2+8x\,dx=\left[-\frac{x^3}{3}+4x^2\right]_0^8=\left[-\frac{8^3}{3}+4\cdot 8^2\right]-\left[-\frac{0^3}{3}+4\cdot 0^2\right]=\boxed{\frac{256}{3}\simeq 85.33\ u^2}$$

CUESTIÓN B4. (2 puntos) En un cajón de un armario, Juan guarda desordenadamente 3 pares de calcetines blancos y 4 pares de calcetines rojos; en otro cajón guarda 4 corbatas blancas, 3 rojas y 2 azules. Para vestirse saca al azar del primer cajón un par de calcetines y del segundo una corbata. Hallar la probabilidad de que los calcetines y la corbata sean del mismo color.

Llamamos CAb y CAr a elegir calcetin blanco o calcetín rojo, respectivamente.
Llamamos COb, COr y COa a elegir corbata blanca, roja o azul, respectivamente.

Realizamos un diagrama de árbol.



Para elegir corbata y calcetines del mismo color existen dos opciones: los dos blancos o los dos rojos.

$$P(\text{Corbata y calcetines del mismo color}) = P(CAb \cap COb) + P(CAr \cap COr) =$$

$$= P(CAb)P(COb) + P(CAr)P(COr) = \frac{3}{7}\cdot\frac{4}{9} + \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{9} = \boxed{\frac{8}{21} \simeq 0.381}$$

CUESTIÓN B5. (1,5 puntos) Se sabe que las calificaciones de los alumnos de segundo de bachiller en matemáticas es una variable aleatoria normal de media 5.5 y varianza 1.69. Se extrae una muestra aleatoria de 81 alumnos que cursan el bachiller bilingüe obteniéndose una media muestral de 6.8 puntos en las calificaciones de dichos alumnos en la asignatura de matemáticas. Se quiere decidir si existe una diferencia significativa entre la media de las calificaciones en matemáticas de los alumnos del bachiller bilingüe y la media de las calificaciones en matemáticas de los alumnos de segundo de bachiller en general con un nivel de significación $\alpha = 0.01$.

Contrastamos H_0: $\mu = 5.5$ frente a H_1: $\mu \neq 5.5$,
La desviación típica es $\sigma = \sqrt{1.69} = 1.3$
El nivel de significación es $\alpha = 0.01$, corresponde con $z_{\frac{\alpha}{2}} = 2.58$.

El intervalo de aceptación es $\mu \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 5.5 \pm 2.58 \dfrac{1.3}{\sqrt{81}} = 5.5 \pm 0.3726 = \begin{cases} 5.8726 \\ 5.1274 \end{cases}$

que da el intervalo $(5.8276,\ 5.1274)$.

Como $\overline{x} = 6.8$ queda fuera del intervalo, se rechaza la hipótesis nula de que $\mu = 5.5$ gr, cabe pensar que hay una diferencia significativa entre la media de las calificaciones en matemáticas de los alumnos de bachiller bilingüe y la media de las calificaciones en matemáticas de los alumnos de segundo de bachiller en general.