PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

Junio 2011

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II. CÓDIGO 159

OBSERVACIONES IMPORTANTES: *El alumno deberá elegir una opción A o B y responder a todas las cuestiones de esa opción. Nunca podrá mezclar cuestiones de la opción A con cuestiones de la opción B. En cada cuestión se indica su puntuación. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.*

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. (3 puntos) Discutir el siguiente sistema en función del parámetro λ y resolverlo para λ = 1:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=1 \\ \lambda x+2y=\lambda \\ 2x+\lambda y+4z=-1 \end{array}\right\}$$

CUESTIÓN A2. (2 puntos) Dada la curva de ecuación $y=\dfrac{x^2}{x^2-x-6}$ calcular:

a) El dominio de definición.
b) Las asíntotas.

CUESTIÓN A3. (1,5 puntos) Calcular el área comprendida entre la curva $y=x^2-4x+8$, el eje OX y las rectas $x=-1$ y $x=1$. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

CUESTIÓN A4. (2 puntos) Juan y Andrés juegan en común una quiniela cada semana. Juan la rellena el 40% de las semanas y el resto de las semanas la rellena Andrés. El porcentaje de veces que la quiniela de Juan tiene algún premio es el 5% y el de la que rellena Andrés es el 8%.

a) Calcular la probabilidad de que una semana, elegida al azar, la quiniela tenga algún premio.
b) Si cierta semana la quiniela ha obtenido algún premio, calcular la probabilidad de que la haya rellenado Juan.

CUESTIÓN A5. (1,5 puntos) Se sabe que el tiempo diario que los jóvenes dedican a actividades con el ordenador sigue una distribución normal con desviación típica de 15 minutos. Para una muestra aleatoria simple de 225 jóvenes se ha obtenido un tiempo medio de 100 minutos al día. Dar un intervalo de confianza al 90% para el tiempo diario medio dedicado al ordenador de todos los jóvenes.

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. (3 puntos) Una cadena de supermercados compra naranjas a dos distribuidores, A y B. Los distribuidores A y B venden las naranjas a 1000 y 1500 euros por tonelada, respectivamente. Cada distribuidor le vende un mínimo de 2 toneladas y un máximo de 7 y para satisfacer su demanda, la cadena debe comprar en total como mínimo 6 toneladas. La cadena debe comprar como máximo al distribuidor A el doble de naranjas que al distribuidor B. ¿Qué cantidad de naranjas debe comprar a cada uno de los distribuidores para obtener el mínimo coste? Determinar dicho coste mínimo.

CUESTIÓN B2. (2 puntos) Dada la curva de ecuación $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 9$ calcular:

a) El dominio de definición.
b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
c) Los máximos y los mínimos.

CUESTIÓN B3. (1,5 puntos) Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = -x^2 + x + 6$ y el eje OX. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

CUESTIÓN B4. (2 puntos) En una biblioteca hemos cogido un libro de la estantería de los libros de Historia, otro de la de Matemáticas y otro de la de Física. Si los devolvemos al azar a cada una de las estanterías, calcular la probabilidad de que al menos uno de los libros se coloque en la estantería que le corresponde.

CUESTIÓN B5. (1,5 puntos) Se sabe que la edad de los profesores de una Comunidad Autónoma sigue una distribución normal con varianza de 5 años. Una muestra aleatoria de 200 profesores de dicha Comunidad tiene una media de 45 años. ¿Se puede afirmar con un nivel de significación del 0,05 que la edad media de todos los profesores de la Comunidad es de 46 años?

SOLUCIONES

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. (3 puntos) Discutir el siguiente sistema en función del parámetro λ y resolverlo para λ = 1:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=1 \\ \lambda x+2y=\lambda \\ 2x+\lambda y+4z=-1 \end{array}\right\}$$

Calculamos el determinante de la matriz A de coeficientes y averiguamos cuando se anula.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \lambda & 2 & 0 \\ 2 & \lambda & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow |A|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \lambda & 2 & 0 \\ 2 & \lambda & 4 \end{vmatrix}=8+0+\lambda^2-(4+4\lambda+0)=\lambda^2-4\lambda+4$$

$$|A|=0 \Rightarrow \lambda^2-4\lambda+4=0 \Rightarrow \lambda=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot1\cdot4}}{2}=\frac{4\pm0}{2}=2$$

Caso 1. $\lambda \neq 2$

En este caso el determinante de A es no nulo y su rango es 3, así como el de la matriz ampliada A/B y el número de incógnitas.

El sistema es **compatible determinado** (solución única)

Caso 2. $\lambda = 2$

En este caso el determinante de A es nulo y su rango no es 3.

El sistema queda:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=1 \\ 2x+2y=2 \\ 2x+2y+4z=-1 \end{array}\right\}$$

Triangulamos el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=1 \\ 2x+2y=2 \\ 2x+2y+4z=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{Ecuación 2}^{\text{a}} - 2\cdot\text{Ecuación 1}^{\text{a}} \\ \begin{array}{rrrr} 2x & +2y & & =2 \\ -2x & -2y & -2z & =-2 \\ \hline & & -2z & =0 \end{array} \end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Ecuación 3}^{\text{a}} - 2\cdot\text{Ecuación 1}^{\text{a}} \\ \begin{array}{rrrr} 2x & +2y & +4z & =-1 \\ -2x & -2y & -2z & =-2 \\ \hline & & 2z & =-3 \end{array} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y+z=1 \\ -2z=0 \\ 2z=-3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{Ecuación 3}^{\text{a}} + \text{Ecuación 2}^{\text{a}} \\ \begin{array}{rcr} 2z & = & -3 \\ -2z & = & 0 \\ \hline 0 & = & -3 \end{array} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+\quad y+\ z=1 \\ -2z=0 \\ 0=-3 \end{array}\right\}$$

La última ecuación es una igualdad imposible y el sistema no tiene solución, es **incompatible**.

Lo resolvemos para el valor λ = 1.
Hemos visto que en esta situación corresponde con el caso 1 estudiado y el sistema será compatible determinado.
Sustituimos el valor λ = 1 y resolvemos el sistema que nos queda:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=1 \\ x+2y=1 \\ 2x+y+4z=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=1 \\ x=1-2y \\ 2x+y+4z=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 1-2y+y+z=1 \\ 2(1-2y)+y+4z=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 1-2y+y+z=1 \\ 2-4y+y+4z=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} -y+z=0 \\ -3y+4z=-3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} z=y \\ -3y+4z=-3 \end{array}\right\} \Rightarrow -3y+4y=-3 \Rightarrow \boxed{y=-3} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \boxed{z=y=-3} \\ \boxed{x=1-2(-3)=7} \end{array}\right.$$

La solución es $x=7; y=-3; z=-3$

CUESTIÓN A2. (2 puntos) Dada la curva de ecuación $y=\frac{x^2}{x^2-x-6}$ calcular:

a) El dominio de definición.
b) Las asíntotas.

a) Averiguamos cuando se anula el denominador.

$$x^2-x-6=0 \Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot 1\cdot(-6)}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{25}}{2}=\begin{cases}\frac{1+5}{2}=3=x\\ \frac{1-5}{2}=-2=x\end{cases}$$

El dominio de definición de la función es $\mathbb{R}-\{-2,3\}$

b) **Asíntota vertical**. $x=a$

¿ $x=-2$ es asíntota?

$$\lim_{x\to -2}\frac{x^2}{x^2-x-6}=\frac{(-2)^2}{(-2)^2-(-2)-6}=\frac{4}{0}=\infty$$

$x=-2$ es asíntota vertical.

¿ $x=3$ es asíntota?

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2}{x^2-x-6}=\frac{3^2}{3^2-3-6}=\frac{9}{0}=\infty$$

$x=3$ es asíntota vertical.

Asíntota horizontal. $y=b$

$$b=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{x^2-x-6}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{x}{x^2}-\frac{6}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{1-\frac{1}{x}-\frac{6}{x^2}}=\frac{1}{1}=1$$

$y=1$ es asíntota horizontal.

Asíntota oblicua. $y=mx+n$

No tiene al existir una asíntota horizontal.

CUESTIÓN A3. (1,5 puntos) Calcular el área comprendida entre la curva $y=x^2-4x+8$, el eje OX y las rectas $x=-1$ y $x=1$. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

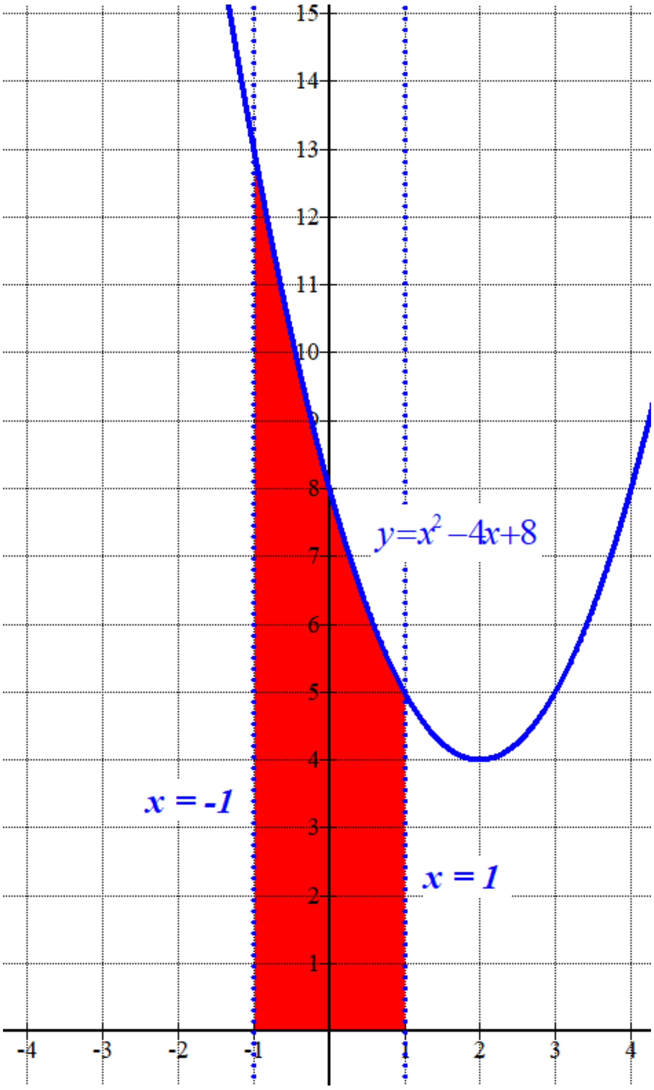
Obtenemos el vértice de la parábola.

$$y'=2x-4$$

$$y'=0 \Rightarrow 2x-4=0 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$$

Realizamos una tabla de valores para dibujar la gráfica de la parábola y el recinto limitado por ella y el eje OX.

x	$y=x^2-4x+8$
-2	20
-1	13
0	8
1	5
Vértice 2	4



$$Área=\int_{-1}^{1} x^2-4x+8dx=\left[\frac{x^3}{3}-4\frac{x^2}{2}+8x\right]_{-1}^{1}=\left[\frac{x^3}{3}-2x^2+8x\right]_{-1}^{1}=$$

´S

$$=\left[\frac{1^3}{3}-2\cdot 1^2+8\cdot 1\right]-\left[\frac{(-1)^3}{3}-2(-1)^2+8(-1)\right]=\frac{1}{3}-2+8+\frac{1}{3}+2+8=16+\frac{2}{3}=\boxed{\frac{50}{3}\simeq 16.66u^2}$$

CUESTIÓN A4. (2 puntos) Juan y Andrés juegan en común una quiniela cada semana. Juan la rellena el 40% de las semanas y el resto de las semanas la rellena Andrés. El porcentaje de veces que la quiniela de Juan tiene algún premio es el 5% y el de la que rellena Andrés es el 8%.
a) Calcular la probabilidad de que una semana, elegida al azar, la quiniela tenga algún premio.
b) Si cierta semana la quiniela ha obtenido algún premio, calcular la probabilidad de que la haya rellenado Juan.

Realizamos un diagrama de árbol.

Llamamos J al suceso "juega Juan", A al suceso "juega Andrés" y B al suceso "obtiene premio".

a) $P(B) = P(J)P(B/J) + P(A)P(B/A) = 0.4 \cdot 0.05 + 0.6 \cdot 0.08 = \boxed{0.068}$

b) Es una probabilidad a posteriori. Utilizamos el teorema de Bayes.

$$P(J/B) = \frac{P(J \cap B)}{P(B)} = \frac{P(J)P(B/J)}{P(B)} = \frac{0.4 \cdot 0.05}{0.068} = \boxed{\frac{5}{17} \simeq 0.2941}$$

CUESTIÓN A5. (1,5 puntos) Se sabe que el tiempo diario que los jóvenes dedican a actividades con el ordenador sigue una distribución normal con desviación típica de 15 minutos. Para una muestra aleatoria simple de 225 jóvenes se ha obtenido un tiempo medio de 100 minutos al día. Dar un intervalo de confianza al 90% para el tiempo diario medio dedicado al ordenador de todos los jóvenes.

X = Tiempo diario que los jóvenes dedican a actividades con el ordenador
X = N(μ, 15)

Buscamos en la tabla de la normal para un nivel de confianza del 90% el $z_{\alpha/2}$.

$$1 - \propto = 0.90 \rightarrow \propto = 0.10 \rightarrow \propto/2 = 0.05 \rightarrow 1 - \propto/2 = 0.95 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1.65}$$

El error sigue la fórmula:

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.65 \cdot \frac{15}{\sqrt{225}} = 1.65$$

Como el tamaño de la muestra es $n = 225$ y la media muestral es $\overline{x} = 100 \text{ minutos}$ el intervalo de confianza será:

$$\left(\overline{x} - Error, \overline{x} + Error\right) = \left(100 - 1.65,\ 100 + 1.65\right) = \left(98.35,\ 101.65\right)$$

El intervalo de confianza para tiempo diario que los jóvenes dedican a actividades con el ordenador es entre 98.35 minutos y 101.65 minutos.

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. (3 puntos) Una cadena de supermercados compra naranjas a dos distribuidores, A y B. Los distribuidores A y B venden las naranjas a 1000 y 1500 euros por tonelada, respectivamente. Cada distribuidor le vende un mínimo de 2 toneladas y un máximo de 7 y para satisfacer su demanda, la cadena debe comprar en total como mínimo 6 toneladas. La cadena debe comprar como máximo al distribuidor A el doble de naranjas que al distribuidor B. ¿Qué cantidad de naranjas debe comprar a cada uno de los distribuidores para obtener el mínimo coste? Determinar dicho coste mínimo.

Sean x = número de toneladas del distribuidor A; y = número de toneladas del distribuidor B.

Deseamos minimizar el coste que viene dado por la función: $C(x,y)=1000x+1500y$

Las restricciones son:

"Cada distribuidor le vende un mínimo de 2 toneladas y un máximo de 7" → $x\geq 2;\ y\geq 2; x\leq 7; y\leq 7$

"La cadena debe comprar en total como mínimo 6 toneladas" → $x+y\geq 6$

"La cadena debe comprar como máximo al distribuidor A el doble de naranjas que al distribuidor B" → $x\leq 2y$

Reunimos todas las restricciones en un sistema.

$$\left.\begin{array}{l} x\geq 2;\ y\geq 2 \\ x\leq 7; y\leq 7 \\ x+y\geq 6 \\ x\leq 2y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\geq 2;\ y\geq 2 \\ x\leq 7; y\leq 7 \\ y\geq 6-x \\ 2y\geq x \end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas asociadas a cada inecuación.

$x=2$ $\quad$ $y=2$ $\quad$ $x=7$ $\quad$ $y=7$ $\quad$ $y=6-x$ $\quad$ $2y=x$

$x=2$	y
2	2
2	7

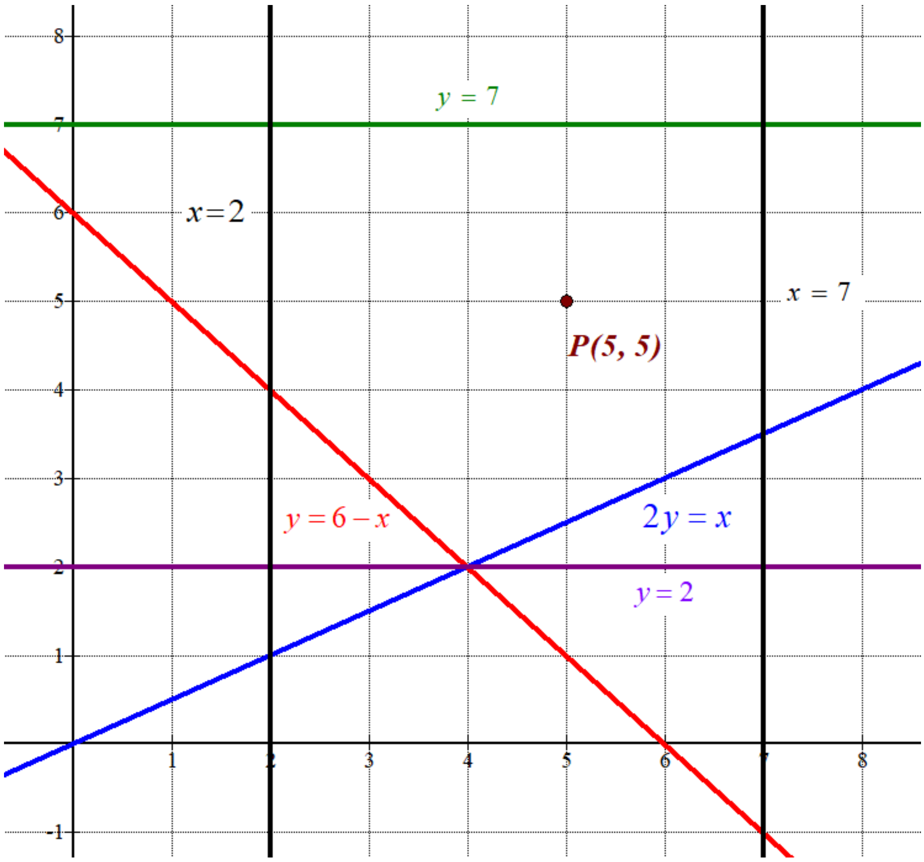
x	$y=2$
2	2
7	2

$x=7$	y
7	2
7	7

x	$y=7$
2	7
7	7

x	$y=6-x$
2	4
6	0

x	$y=\frac{x}{2}$
0	0
2	1

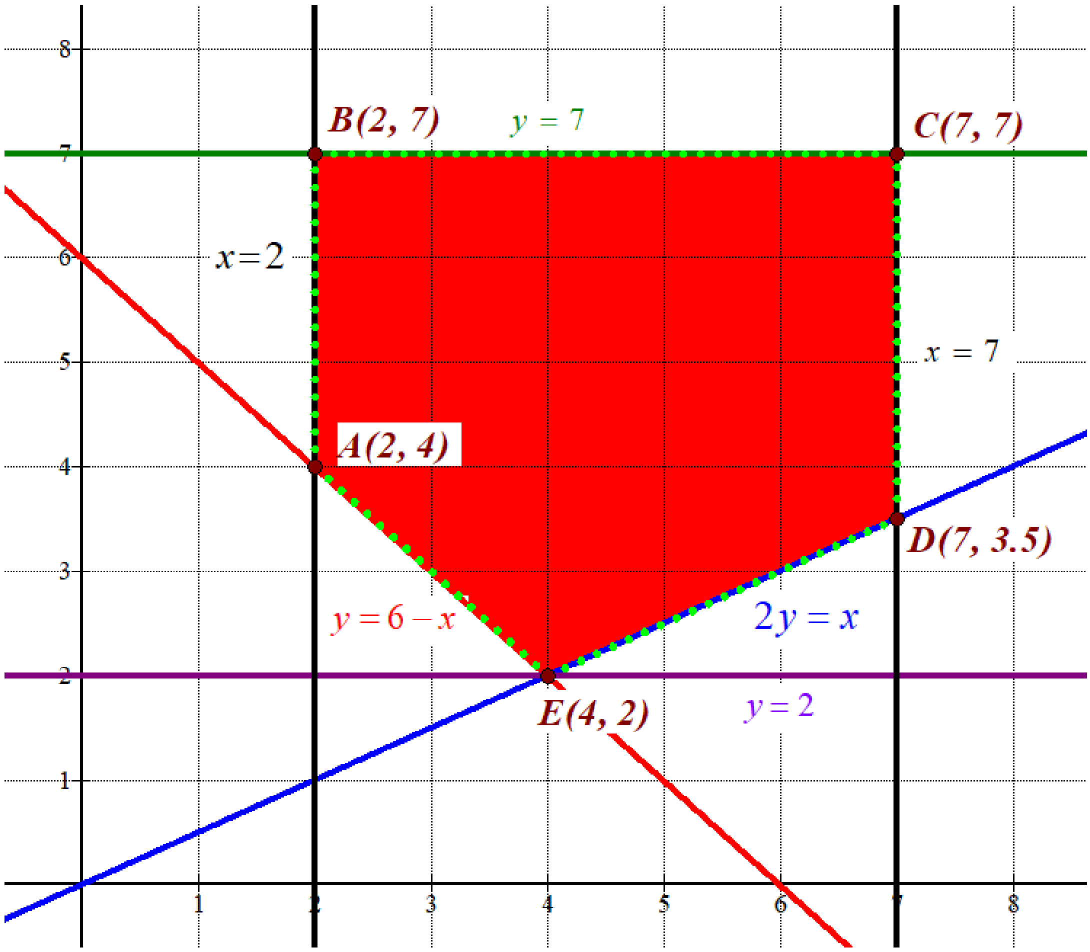


Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x\geq 2;\ y\geq 2 \\ x\leq 7; y\leq 7 \\ y\geq 6-x \\ 2y\geq x \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante situada por encima de las rectas violeta, azul y roja, por debajo de la recta horizontal verde y las dos rectas verticales negras.

Comprobamos que el punto *P(5, 5)* cumple todas las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 5\geq 2;\ 5\geq 2 \\ 5\leq 7; 5\leq 7 \\ 5\geq 6-5 \\ 2\cdot 5\geq 5 \end{array}\right\} \text{¡¡Se cumplen todas!!}$$

Coloreamos de rosa la región factible e indicamos las coordenadas de los vértices de la región.



Las coordenadas de los puntos A, B, C y E están claras. No están tan claras las coordenadas del punto D. Las obtenemos resolviendo el sistema de ecuaciones correspondiente.

$$D \rightarrow \left.\begin{array}{l} x=7 \\ 2y=x \end{array}\right\} \Rightarrow 2y=7 \Rightarrow y=\frac{7}{2}=3.5 \Rightarrow \boxed{D(7,\ 3.5)}$$

Valoramos la función objetivo $C(x,y)=1000x+1500y$ en cada vértice en busca del valor mínimo.

A(2, 4) → $C(2,4)=2000+6000=8000$

B(2, 7) → $C(2,7)=2000+1500\cdot 7=12500$

C(7, 7) → $C(7,7)=7000+10500=17500$

D(7, 3.5) → $C(7,3.5)=7000+1500\cdot 3.5=12150$

E(4, 2) → $C(4,2)=4000+1500\cdot 2=$ 7000 Mínimo

El coste mínimo es de 70000 euros. Se consigue con 4 toneladas del distribuidor A y 2 del distribuidor B.

CUESTIÓN B2. (2 puntos) Dada la curva de ecuación $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 9$ calcular:
a) El dominio de definición.
b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
c) Los máximos y los mínimos.

a) La función es polinómica y su dominio es todo $\mathbb{R}$

b) Usamos la derivada para obtener los puntos críticos de la función.

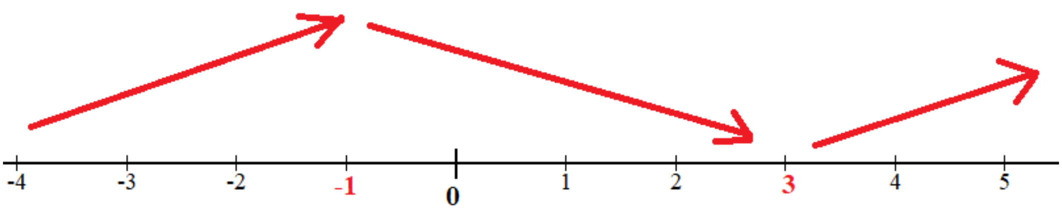
$$y' = 3x^2 - 6x - 9$$
$$y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \begin{cases} \frac{2+4}{2} = 3 = x \\ \frac{2-4}{2} = -1 = x \end{cases}$$

La función presenta dos puntos críticos. Valoramos el comportamiento de la función antes, entre y después de estos valores.

- En $(-\infty, -1)$ tomamos *x* = *–2* y la derivada vale $y' = 3(-2)^2 - 6(-2) - 9 = 15 > 0$. La función crece en $(-\infty, -1)$
- En $(-1, 3)$ tomamos *x* = *0* y la derivada vale $y' = 3 \cdot 0^2 - 6 \cdot 0 - 9 = -9 < 0$. La función decrece en $(-1, 3)$
- En $(3, +\infty)$ tomamos *x* = *4* y la derivada vale $y' = 3 \cdot 4^2 - 6 \cdot 4 - 9 = 15 > 0$. La función crece en $(3, +\infty)$

La función sigue el esquema siguiente:



La función crece en $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ y decrece en $(-1, 3)$.

c) Por el esquema anterior la función presenta un máximo en *x* = *–1* y un mínimo en *x* = *3*.
Para *x* = *–1* la función vale $y = (-1)^3 - 3(-1)^2 - 9(-1) + 9 = -1 - 3 + 9 + 9 = 14$. El máximo tiene coordenadas $(-1, 14)$
Para *x* = *3* la función vale $y = 3^3 - 3 \cdot 3^2 - 9 \cdot 3 + 9 = 27 - 27 - 27 + 9 = -18$. El mínimo tiene coordenadas $(3, -18)$

CUESTIÓN B3. (1,5 puntos) Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y=-x^2+x+6$ y el eje OX. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

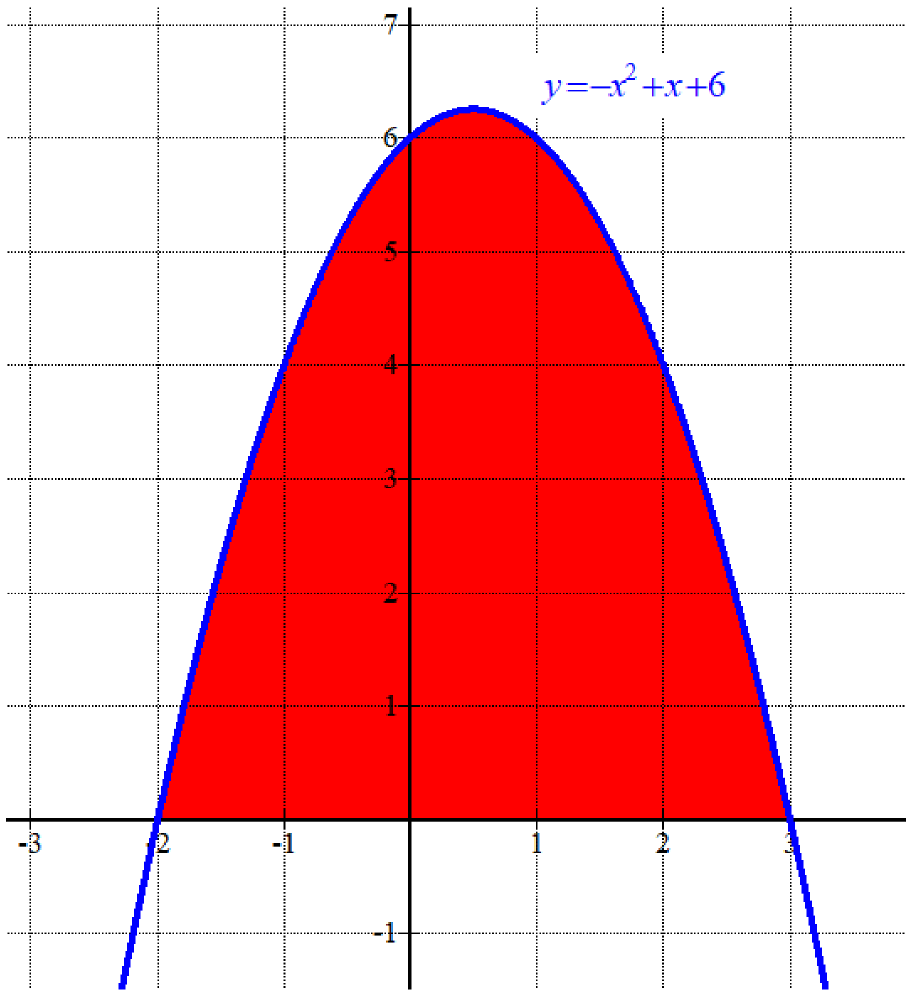
Averiguamos donde corta la parábola el eje OX.

$$\left.\begin{array}{l} y=-x^2+x+6 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0=-x^2+x+6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4(-1)\cdot 6}}{2(-1)}=\frac{-1\pm\sqrt{25}}{-2}=\begin{cases} \frac{-1+5}{-2}=-2=x \\ \frac{-1-5}{-2}=3=x \end{cases}$$

Realizamos una tabla de valores para dibujar la parábola.

x	$y=-x^2+x+6$
-2	0
-1	4
0	6
1	6
2	4
3	0



$$Área=\int_{-2}^{3}-x^2+x+6dx=\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+6x\right]_{-2}^{3}=\left[-\frac{3^3}{3}+\frac{3^2}{2}+6\cdot 3\right]-\left[-\frac{(-2)^3}{3}+\frac{(-2)^2}{2}+6(-2)\right]=$$

$$=-9+\frac{9}{2}+18-\frac{8}{3}-2+12=19+\frac{9}{2}-\frac{8}{3}=\boxed{\frac{125}{6}\simeq 20.83u^2}$$

CUESTIÓN B4. (2 puntos) En una biblioteca hemos cogido un libro de la estantería de los libros de Historia, otro de la de Matemáticas y otro de la de Física. Si los devolvemos al azar a cada una de las estanterías, calcular la probabilidad de que al menos uno de los libros se coloque en la estantería que le corresponde.

Consideramos las estanterías colocadas en orden: 1ª, 2ª y 3ª.
Llamamos H al suceso "colocar el libro de Historia", M a "colocar el libro de Matemáticas" y F a "colocar el libro de Física".

Las distintas formas de colocar los libros son:

HFM, HMF, FHM, FMH, MFH, MHF

Donde **HFM** significa colocar el libro de Historia en la 1ª estantería, el libro de Física en la 2ª y el de Matemáticas en la 3ª.
Por lo tanto existen 6 formas distintas de colocar los tres libros.
Si la posición correcta es **HFM** entonces las distintas formas de que los 3 libros estén mal puestos son: **FMH, MHF.**

Aplicando la regla de Laplace tenemos:

$$P(\text{todos los libros están mal colocados}) = \frac{2}{6}$$

Calculamos la probabilidad pedida haciendo uso del suceso contrario a "al menos uno de los libros se coloque en la estantería que le corresponde" que es "todos los libros están mal colocados".

P(al menos uno de los libros se coloque en la estantería que le corresponde) =

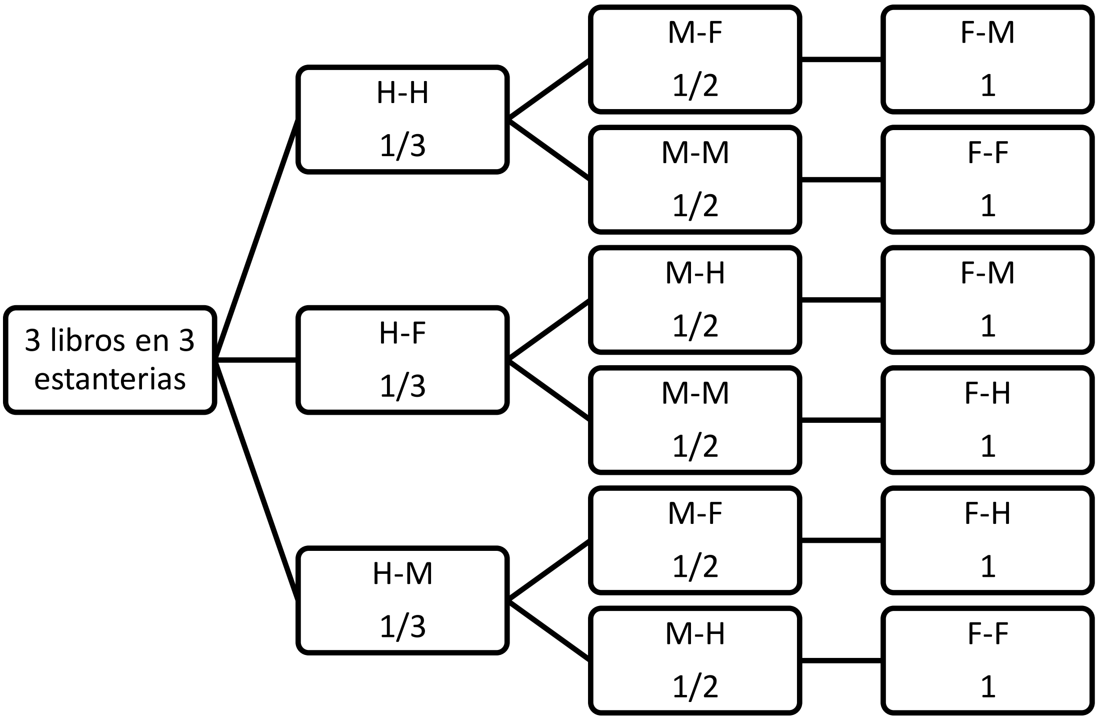
= 1 – P(todos los libros están mal colocados) = $1-\frac{2}{6}=\frac{4}{6}=\boxed{\frac{2}{3}\simeq 0.66}$

OTRA FORMA DE RESOLVERLO

Realizamos un diagrama de árbol.

Llamamos H-H, H-F, H-M, M-M, M-F, M-H, F-F, F-M, F-H, donde la primera letra indica el libro y la segunda la estantería.

Supondremos que colocamos primero el de historia, luego el de matemáticas y por último el de física.



Colocar el libro en su estantería es que las dos letras sean iguales: F-F, H-H y M-M.
La tercera rama que correspondería a colocar el libro de física no tiene otra opción que colocarse en la estantería que queda y por tanto no tiene ninguna opcionalidad (probabilidad = 1).

P(al menos uno de los libros se coloque en la estantería que le corresponde) =
= 1 – P(todos los libros están mal colocados) =

$$=1-\left[P\left(H-F\cap M-H\cap F-M\right)+P\left(H-M\cap M-F\cap F-H\right)\right]=$$

$$=1-\left[\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 1\right]=1-\frac{2}{6}=\frac{4}{6}=\boxed{\frac{2}{3}\simeq 0.66}$$

CUESTIÓN B5. (1,5 puntos) Se sabe que la edad de los profesores de una Comunidad Autónoma sigue una distribución normal con varianza de 5 años. Una muestra aleatoria de 200 profesores de dicha Comunidad tiene una media de 45 años. ¿Se puede afirmar con un nivel de significación del 0,05 que la edad media de todos los profesores de la Comunidad es de 46 años?

Contrastamos H_0: $\mu = 46$ frente a H_1: $\mu \neq 46$,
La desviación típica es $\sigma = \sqrt{5} = 2.23$
El nivel de confianza del 95%, $\alpha = 0'05$, corresponde con $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

El intervalo de aceptación es:

$$\mu \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 46 \pm 1.96 \frac{2.23}{\sqrt{200}} = 46 \pm 0.3099 = \begin{cases} = 46 - 0.3099 = 45.6901 \\ = 46 + 0.3099 = 46.3099 \end{cases}$$

que da el intervalo (45.6901, 46.3099).

Como $\bar{x} = 45$ años queda fuera del intervalo, se rechaza la hipótesis nula de que $\mu = 46$ años., cabe pensar que hay una diferencia significativa entre la media de las edades de la muestra y la media de las edades que se presuponía para los profesores de la Comunidad Autónoma.