PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA ALUMNOS DE BACHILLERATO LOE

Septiembre 2012

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II. CÓDIGO 159

OBSERVACIONES IMPORTANTES: *El alumno deberá elegir una opción A o B y responder a todas las cuestiones de esa opción. Nunca podrá mezclar cuestiones de la opción A con cuestiones de la opción B. En cada cuestión se indica su puntuación. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.*

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. Un cliente ha comprado en un supermercado botellas de agua de medio litro, 2 litros y 5 litros, cuyos precios respectivos son 0,5 euros, 1 euro y 3 euros. En total ha comprado 24 botellas, que corresponden a una cantidad de 36 litros, y que le han costado 22 euros. Determinar cuántas botellas de cada tipo ha comprado. (3 puntos)

CUESTIÓN A2. Dada la función $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{4-x^2}$:

a) Hallar su dominio. (0,3 puntos)
b) Determinar las asíntotas. (1,2 puntos)
c) Hallar su función derivada $f'(x)$. (0,5 puntos)

CUESTIÓN A3. Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y=-x^2-4x+5$, el eje OX, y las rectas $x = -2$ y $x = 3$ y hacer una representación gráfica aproximada de dicha área. (1,5 puntos)

CUESTIÓN A4. Según una encuesta de opinión, el 30% de una determinada población aprueba la gestión del político A, mientras que el 70% restante la desaprueba. En cambio, el político B es aprobado por la mitad y no por la otra mitad. Un 25% de la población no aprueba a ninguno de los dos. Si se elige un individuo de la población al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe a alguno de los dos? (0,5 puntos)
b) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe a los dos políticos? (0,75 puntos)
c) ¿Cuál es la probabilidad de que no apruebe a alguno de los dos? (0,75 puntos)

CUESTIÓN A5. Se supone que el número de horas semanales dedicadas al estudio por los estudiantes de una universidad sigue una distribución Normal de media desconocida y desviación típica 6. Para estimar la media de horas semanales de estudio se quiere utilizar una muestra de tamaño n. Calcular el valor mínimo de n para que con un nivel de confianza del 99%, el error en la estimación sea menor de 1 hora. (1,5 puntos)

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. Un ayuntamiento desea ajardinar dos tipos de parcelas, tipo A y tipo B, y dispone de 6000 euros para ello. El coste de la parcela A es de 100 euros y el de la B de 150 euros. Se considera conveniente ajardinar al menos tantas parcelas de tipo B como las del tipo A y, en todo caso, no ajardinar más de 30 parcelas de tipo B. ¿Cuántas parcelas de cada tipo tendrá que ajardinar para maximizar el número total de parcelas ajardinadas?, ¿agotará el presupuesto disponible? (3 puntos)

CUESTIÓN B2. Una empresa estima que el beneficio que obtiene por cada unidad de producto que vende depende del precio de venta según la función:

$$B(x) = -3x^2 + 12x - 9,$$

siendo *B(x)* el beneficio y *x* el precio por unidad de producto, ambos expresados en euros.

a) ¿Entre qué precios la función *B(x)* es creciente? (1,25 puntos)
b) ¿En qué precio se alcanza el beneficio máximo? (0,5 puntos)
c) ¿En qué precio el beneficio es 3? (0,25 puntos)

CUESTIÓN B3. Calcular el área comprendida entre la parábola de ecuación $y = x^2 - 3x + 2$, el eje OX, la recta $x = 0$ y la recta $x = 2$, y hacer una representación gráfica aproximada de dicha área. (1,5 puntos)

CUESTIÓN B4. El 60% de los dependientes de un centro comercial tienen 35 años o más, y de ellos el 75% tienen contrato indefinido. Por otra parte, de los dependientes con menos de 35 años el 30% tienen contrato indefinido.
a) Seleccionado un dependiente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga contrato indefinido? (1 punto)
b) Elegido al azar un dependiente que tiene contrato indefinido, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 35 años? (1 punto)

CUESTIÓN B5. Se sabe que en una población el nivel de colesterol en la sangre se distribuye normalmente con una media de 160 u. y una desviación típica de 20 u. Si una muestra de 120 individuos de esa población que siguen una determinada dieta, supuestamente adecuada para bajar el nivel de colesterol, tiene una media de 158 u. ¿Se puede afirmar que el nivel medio de colesterol de los que siguen la dieta es menor que el nivel medio de la población en general, para un nivel de significación de 0,01? (1,5 puntos)

SOLUCIONES

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. Un cliente ha comprado en un supermercado botellas de agua de medio litro, 2 litros y 5 litros, cuyos precios respectivos son 0,5 euros, 1 euro y 3 euros. En total ha comprado 24 botellas, que corresponden a una cantidad de 36 litros, y que le han costado 22 euros. Determinar cuántas botellas de cada tipo ha comprado. (3 puntos)

Llamamos “x” al número de botellas de 0.5 litros, “y” al número de botellas de 2 litros y “z” al número de botellas de 5 litros.

Tenemos en cuenta el número total de botellas. “En total ha comprado 24 botellas**”** → $x+y+z=24$

Tenemos en cuenta el número total de litros. “En total ha comprado 24 botellas, que corresponden a una cantidad de 36 litros **“** → $0.5x+2y+5z=36$

Tenemos en cuenta el precio total. “Los precios respectivos son 0,5 euros, 1 euro y 3 euros. Le han costado 22 euros **“** → $0.5x+y+3z=22$

Reunimos las ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left.\begin{matrix} x+y+z=24 \\ 0.5x+2y+5z=36 \\ 0.5x+y+3z=22 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x+y+z=24 \\ x+4y+10z=72 \\ x+2y+6z=44 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{Ecuación } 2^{\text{a}} - \text{Ecuación } 1^{\text{a}} \\ \begin{array}{rrrl} x & +4y & +10z & =72 \\ -x & -y & -z & =-24 \\ \hline & 3y & +9z & =48 \rightarrow \text{Nueva ecuación } 2^{\text{a}} \end{array} \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{Ecuación } 3^{\text{a}} - \text{Ecuación } 1^{\text{a}} \\ \begin{array}{rrrl} x & +2y & +6z & =44 \\ -x & -y & -z & =-24 \\ \hline & y & +5z & =20 \rightarrow \text{Nueva ecuación } 3^{\text{a}} \end{array} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x+y+z=24 \\ 3y+9z=48 \\ y+5z=20 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 3\cdot \text{Ecuación } 3^{\text{a}} - \text{Ecuación } 2^{\text{a}} \\ \begin{array}{rrcl} 3y & +15z & = & 60 \\ -3y & -9z & = & -48 \\ \hline & 6z & = & 12 \rightarrow \text{Nueva ecuación } 3^{\text{a}} \end{array} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x+y+z=24 \\ 3y+9z=48 \\ 6z=12 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x+y+z=24 \\ 3y+9z=48 \\ \boxed{z=2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} x+y+2=24 \\ 3y+18=48 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x+y+2=24 \\ 3y=30 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x+y=22 \\ \boxed{y=10} \end{matrix}\right\} \Rightarrow x+10=22 \Rightarrow \boxed{x=12}$$

El cliente compró 12 botellas de agua de medio litro, 10 de 2 litros y 2 de 5 litros.

CUESTIÓN A2. Dada la función $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{4-x^2}$:

a) Hallar su dominio. (0,3 puntos)
b) Determinar las asíntotas. (1,2 puntos)
c) Hallar su función derivada $f'(x)$. (0,5 puntos)

a) $4-x^2=0 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\sqrt{4}=\pm 2$

El denominador se anula para $x = \pm 2$, luego el dominio es R − {−2, 2}

b) **Asíntota vertical**. $x=a$

¿$x=2$?

$$\lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{2x^2+1}{4-x^2}=\frac{9}{0}=\infty$$

¿$x=-2$?

$$\lim_{x\to -2} f(x)=\lim_{x\to -2}\frac{2x^2+1}{4-x^2}=\frac{9}{0}=\infty$$

Las asíntotas verticales son $x=2$ y $x=-2$.

Asíntota horizontal. $y=b$

$$b=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+1}{4-x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2}{-x^2}=-2$$

La asíntota horizontal es $y=-2$

Asíntota oblicua. $y=mx+n$

No existe pues existe una asíntota horizontal.

c)

$$f(x)=\frac{2x^2+1}{4-x^2} \Rightarrow f'(x)=\frac{4x\left(4-x^2\right)-\left(2x^2+1\right)(-2x)}{\left(4-x^2\right)^2}=\frac{16x-\cancel{4x^3}+\cancel{4x^3}+2x}{\left(4-x^2\right)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{18x}{\left(4-x^2\right)^2}}$$

CUESTIÓN A3. Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y=-x^2-4x+5$, el eje OX, y las rectas x = –2 y x = 3 y hacer una representación gráfica aproximada de dicha área. (1,5 puntos)

Obtenemos el vértice de la parábola.

$$y' = -2x-4$$

$$y' = 0 \Rightarrow -2x-4=0 \Rightarrow -2x=4 \Rightarrow x=\frac{4}{-2}=-2$$

El vértice está en $x = -2$.

Obtenemos los puntos de corte con el eje OX

$$y=0 \Rightarrow -x^2-4x+5=0 \Rightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4(-1)5}}{2(-1)}=\frac{4\pm\sqrt{36}}{-2}=$$

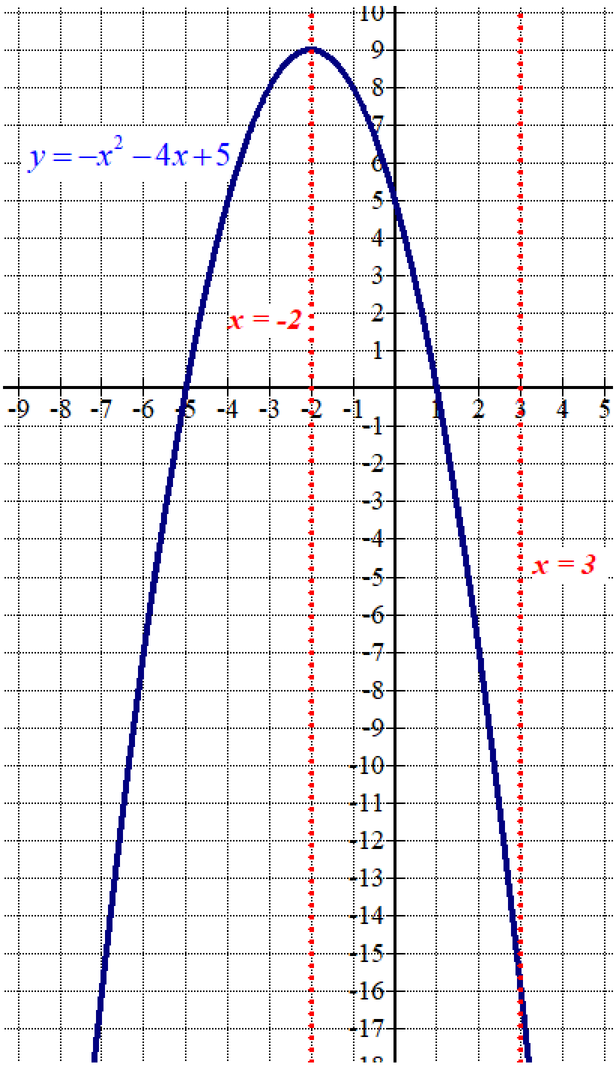
$$=\begin{cases}\dfrac{4+6}{-2}=-5=x\\[2mm] \dfrac{4-6}{-2}=1=x\end{cases}$$

Los puntos de corte con el eje OX están en $x = -5$ y en $x = 1$.

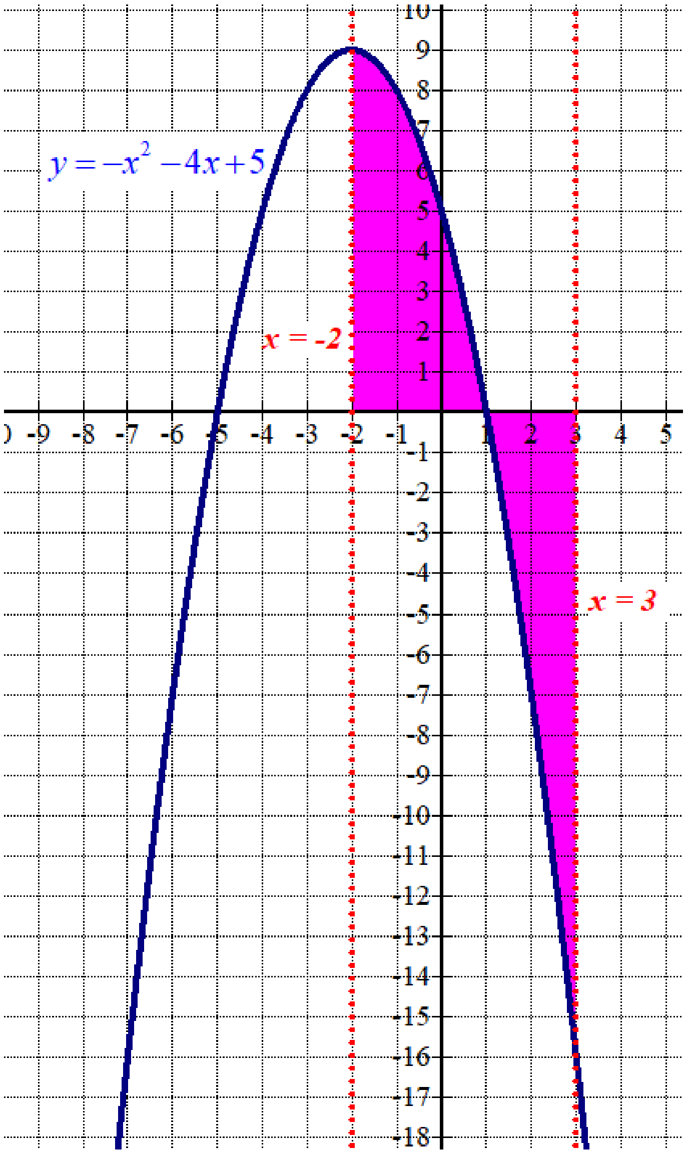
Realizamos una tabla de valores

x	$y=-x^2-4x+5$
-7	-16
-5	0
Vértice -2	9
1	0
3	-16

La gráfica de la parábola y las rectas son:



El recinto es el del dibujo:



Calculamos el área del recinto como la suma de la integral definida entre –2 y 1 de $y=-x^2-4x+5$ y el valor absoluto de la integral definida entre 1 y 3 de $y=-x^2-4x+5$.

$$Área=\int_{-2}^{1}-x^2-4x+5dx+\left|\int_{1}^{3}-x^2-4x+5dx\right|=\left[-\frac{x^3}{3}-2x^2+5x\right]_{-2}^{1}+\left|\left[-\frac{x^3}{3}-2x^2+5x\right]_{1}^{3}\right|=$$

$$=\left[-\frac{1^3}{3}-2\cdot1^2+5\cdot1\right]-\left[-\frac{(-2)^3}{3}-2(-2)^2+5(-2)\right]+\left|\left[-\frac{3^3}{3}-2\cdot3^2+5\cdot3\right]-\left[-\frac{1^3}{3}-2\cdot1^2+5\cdot1\right]\right|=$$

$$=-\frac{1}{3}-2+5-\frac{8}{3}+8+10+\left|-9-18+15+\frac{1}{3}+2-5\right|=18+\left|-\frac{44}{3}\right|=18+\frac{44}{3}=\boxed{\frac{98}{3}\simeq32.2u^2}$$

CUESTIÓN A4. Según una encuesta de opinión, el 30% de una determinada población aprueba la gestión del político A, mientras que el 70% restante la desaprueba. En cambio, el político B es aprobado por la mitad y no por la otra mitad. Un 25% de la población no aprueba a ninguno de los dos. Si se elige un individuo de la población al azar:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe a alguno de los dos? (0,5 puntos)
b) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe a los dos políticos? (0,75 puntos)
c) ¿Cuál es la probabilidad de que no apruebe a alguno de los dos? (0,75 puntos)

Realizamos una tabla de contingencia para establecer los porcentajes restantes.

	Aprueba al político B	Desaprueba al político B	
Aprueba al político A			**30**
Desaprueba al político A		**25**	**70**
	50	**50**	**100**

Completamos la tabla.

	Aprueba al político B	Desaprueba al político B	
Aprueba al político A	**5**	**25**	**30**
Desaprueba al político A	**45**	**25**	**70**
	50	**50**	**100**

Con estos datos respondemos a las preguntas planteadas aplicando la regla de Laplace.

a) $P(\text{Apruebe alguno de los dos}) = \frac{5+25+45}{100} = \frac{75}{100} = \boxed{0.75}$

b) $P(\text{Apruebe a los dos políticos}) = \frac{5}{100} = \boxed{0.05}$

c) $P(\text{No apruebe a alguno de los dos}) = \frac{25+45+25}{100} = \frac{95}{100} = \boxed{0.95}$

CUESTIÓN A5. Se supone que el número de horas semanales dedicadas al estudio por los estudiantes de una universidad sigue una distribución Normal de media desconocida y desviación típica 6. Para estimar la media de horas semanales de estudio se quiere utilizar una muestra de tamaño *n*. Calcular el valor mínimo de *n* para que con un nivel de confianza del 99%, el error en la estimación sea menor de 1 hora. (1,5 puntos)

Buscamos en la tabla de la normal para un nivel de confianza del 99% el $z_{\alpha/2}$.

$$1 - \propto = 0.99 \rightarrow \propto = 0.01 \rightarrow \propto/2 = 0.005 \rightarrow 1 - \propto/2 = 0.995 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{2.58}$$

El error sigue la fórmula:

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.58 \cdot \frac{6}{\sqrt{n}} = 1 \Rightarrow \frac{6}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2.58} \Rightarrow 6 \cdot 2.58 = 1 \cdot \sqrt{n} \Rightarrow \sqrt{n} = 6 \cdot 2.58 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = (6 \cdot 2.58)^2 \simeq 239.6$$

El tamaño mínimo de la muestra es de 240
Se tiene la confianza del 99% de que el error de la estimación será menor de una hora solamente si *n* es 240 o mayor.

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. Un ayuntamiento desea ajardinar dos tipos de parcelas, tipo A y tipo B, y dispone de 6000 euros para ello. El coste de la parcela A es de 100 euros y el de la B de 150 euros. Se considera conveniente ajardinar al menos tantas parcelas de tipo B como las del tipo A y, en todo caso, no ajardinar más de 30 parcelas de tipo B. ¿Cuántas parcelas de cada tipo tendrá que ajardinar para maximizar el número total de parcelas ajardinadas?, ¿agotará el presupuesto disponible? (3 puntos)

Sean x = número de parcelas tipo A; y = número de parcelas tipo B.

Deseamos maximizar el número de parcelas que viene dado por la función:

$$f(x,y) = x + y$$

Las restricciones son:

"Las cantidades deben ser positivas" → $x \geq 0;\ y \geq 0$

"El ayuntamiento dispone de 6000 € y cada parcela tipo A cuesta 100 €, cada parcela tipo B cuesta 150 €" → $100x + 150y \leq 6000$

"Se considera conveniente ajardinar al menos tantas parcelas de tipo B como las del tipo A**"** → $y \geq x$

"No ajardinar más de 30 parcelas de tipo B**"** → $y \leq 30$

Reunimos todas las restricciones en un sistema.

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0;\ y \geq 0 \\ 100x + 150y \leq 6000 \\ y \geq x \\ y \leq 30 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \geq 0;\ y \geq 0 \\ 10x + 15y \leq 600 \\ y \geq x \\ y \leq 30 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \geq 0;\ y \geq 0 \\ 2x + 3y \leq 120 \\ y \geq x \\ y \leq 30 \end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas asociadas a cada inecuación.

$x \geq 0;\ y \geq 0$ — *Primer cuadrante*

$2x + 3y = 120$

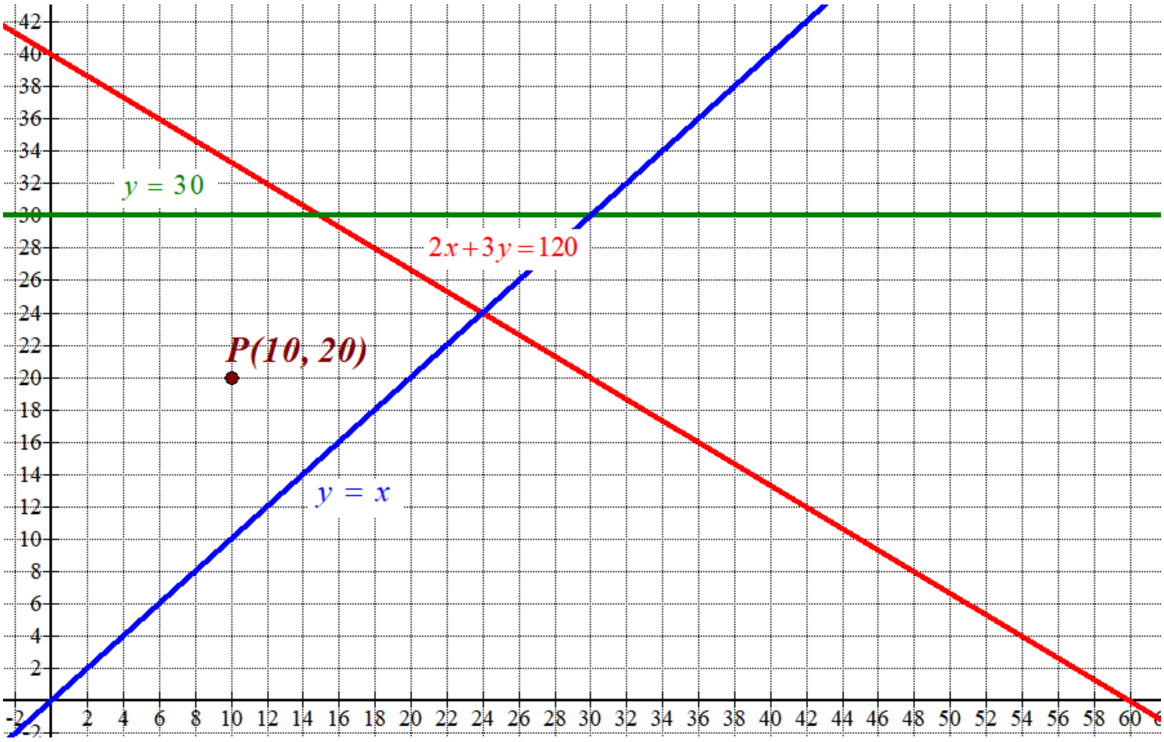
x	$y = \frac{120-2x}{3}$
15	30
24	24

$y = x$

x	$y = x$
0	0
24	24

$y = 30$

x	$y = 30$
0	30
15	30



Como las restricciones son

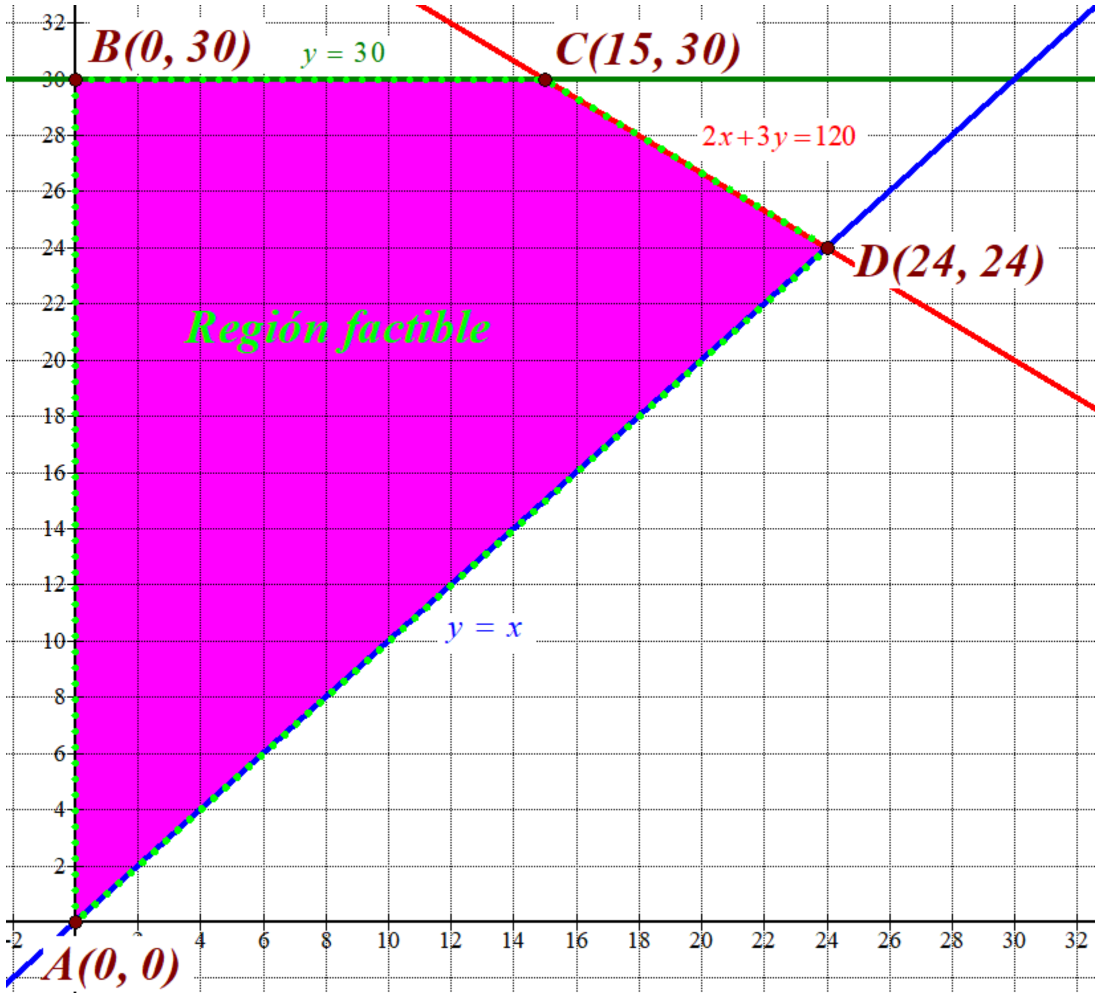
$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0;\ y \geq 0 \\ 2x+3y \leq 120 \\ y \geq x \\ y \leq 30 \end{array}\right\}$$

la región factible es la región del primer cuadrante situada por encima de la recta azul y por debajo de las rectas roja y verde.

Comprobamos que el punto *P(10, 20)* cumple todas las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 10 \geq 0;\ 20 \geq 0 \\ 2 \cdot 10 + 3 \cdot 20 \leq 120 \\ 20 \geq 10 \\ 20 \leq 30 \end{array}\right\} \text{¡¡Se cumplen todas!!}$$

Coloreamos de rosa la región factible e indicamos las coordenadas de los vértices de la región.



Las coordenadas de los puntos A y B están claras. No están tan claras las coordenadas de los puntos C y D. Las obtenemos resolviendo los sistemas de ecuaciones correspondientes.

$$C \to \left.\begin{array}{l} 2x+3y=120 \\ y=30 \end{array}\right\} \Rightarrow 2x+90=120 \Rightarrow 2x=30 \Rightarrow x=15 \Rightarrow C(15,30)$$

$$D \to \left.\begin{array}{r} 2x+3y=120 \\ y=x \end{array}\right\} \Rightarrow 2x+3x=120 \Rightarrow 5x=120 \Rightarrow x=\frac{120}{5}=24 \Rightarrow D(24,24)$$

Valoramos la función objetivo $f(x,y)=x+y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

A(0, 0) → $f(0,0)=0$

B(0, 30) → $f(0,30)=0+30=30$

C(15, 30) → $f(15,30)=15+30=45$

D(24, 24) → $f(24,24)=24+24=$ 48 ¡Máximo!

El número máximo de parcelas que se puede ajardinar bajo las condiciones impuestas es de 24 del tipo A y 24 del tipo B.
El coste es de 24 · 100 + 24 · 150 = 6000 €. Por lo que se agotará todo el presupuesto.

CUESTIÓN B2. Una empresa estima que el beneficio que obtiene por cada unidad de producto que vende depende del precio de venta según la función:

$$B(x) = -3x^2 + 12x - 9,$$

siendo *B(x)* el beneficio y *x* el precio por unidad de producto, ambos expresados en euros.
a) ¿Entre qué precios la función *B(x)* es creciente? (1,25 puntos)
b) ¿En qué precio se alcanza el beneficio máximo? (0,5 puntos)
c) ¿En qué precio el beneficio es 3? (0,25 puntos)

a) Estudiamos el crecimiento con la derivada de la función.

$$B'(x) = -6x + 12$$

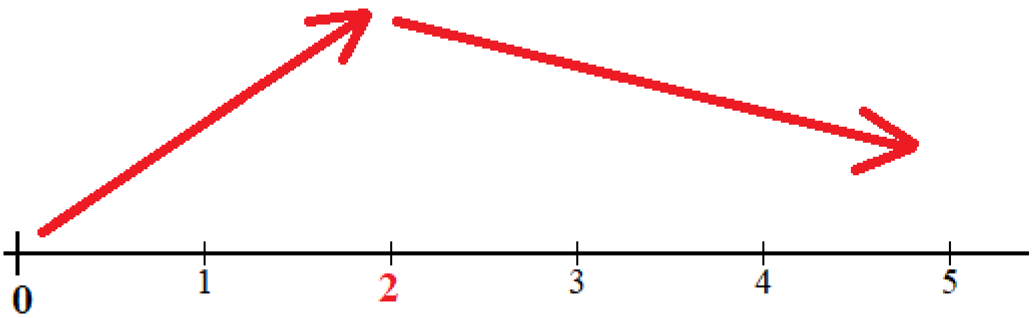
$$B'(x) = 0 \Rightarrow -6x + 12 = 0 \Rightarrow 6x = 12 \Rightarrow x = 2$$

En el intervalo $(0,2)$ tomamos *x = 1* y la derivada vale $B'(1) = -6 + 12 = 6 > 0$. La función crece en $(0,2)$.

En el intervalo $(2,+\infty)$ tomamos *x = 3* y la derivada vale $B'(3) = -6 \cdot 3 + 12 = -6 < 0$. La función decrece en $(2,+\infty)$.

La función *B(x)* es creciente cuando el precio está entre 0 y 2.

b) Según lo visto en el apartado anterior el beneficio máximo se obtiene con el precio *x = 2* ya que la función sigue el esquema siguiente:



c)

$$B(x) = -3x^2 + 12x - 9 = 3 \Rightarrow -3x^2 + 12x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

El beneficio es de 3 cuando el precio es *x = 2*.

CUESTIÓN B3. Calcular el área comprendida entre la parábola de ecuación $y = x^2 - 3x + 2$, el eje OX, la recta x = 0 y la recta x = 2, y hacer una representación gráfica aproximada de dicha área. (1,5 puntos)

Hallamos el vértice de la parábola usando su derivada.

$$y' = 2x - 3$$

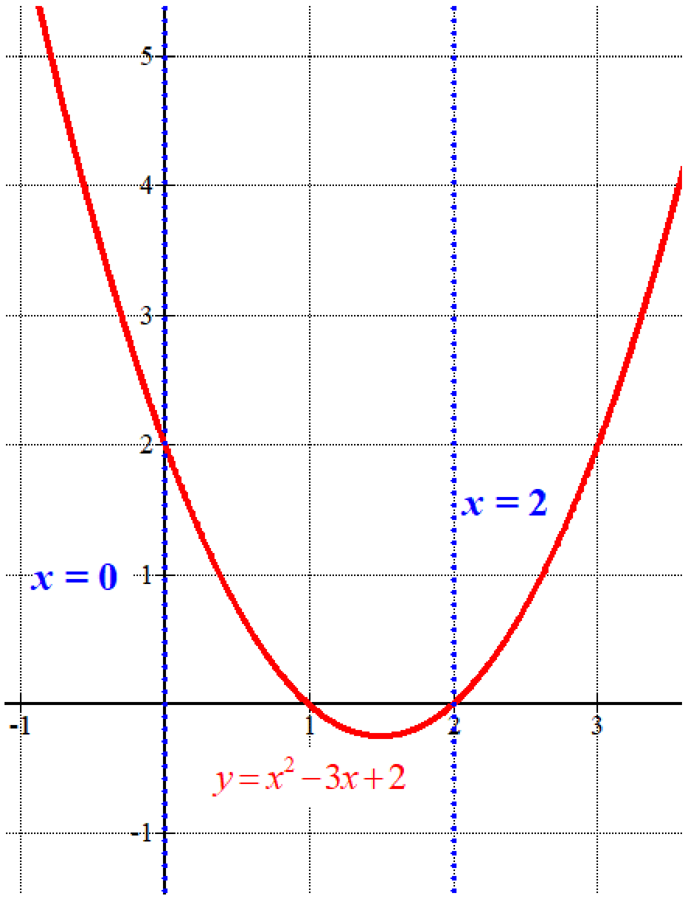
$$y' = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1.5$$

Hallamos los puntos de corte de la gráfica de la función con el eje OX.

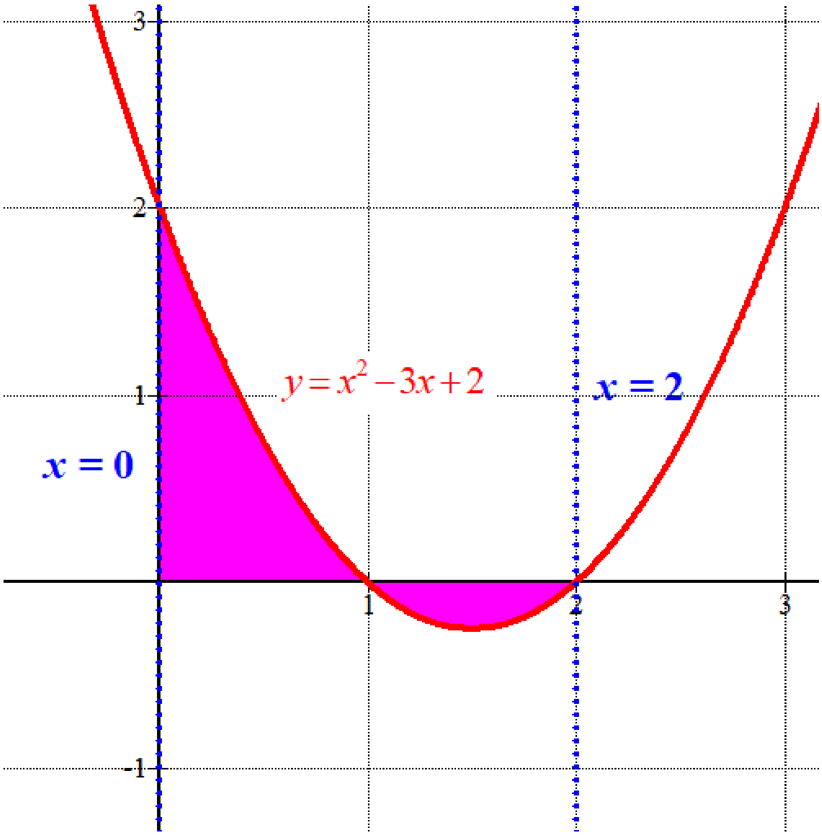
$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 3x + 2 \\ y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \begin{cases} \dfrac{3+1}{2} = 2 = x \\ \dfrac{3-1}{2} = 1 = x \end{cases}$$

Hacemos una tabla de valores y dibujamos su gráfica.

x	$y = x^2 - 3x + 2$
0	2
1	$1 - 3 + 2 = 0$
Vértice 1.5	$1.5^2 - 3 \cdot 1.5 + 2 = -0.25$
2	$4 - 6 + 2 = 0$
3	$9 - 9 + 2 = 2$



Coloreamos de rosa el recinto del cual queremos calcular su área.



$$Área = \int_0^1 x^2 - 3x + 2dx + \left|\int_1^2 x^2 - 3x + 2dx\right| = \left[\frac{x^3}{3} - 3\frac{x^2}{2} + 2x\right]_0^1 + \left|\left[\frac{x^3}{3} - 3\frac{x^2}{2} + 2x\right]_1^2\right| =$$

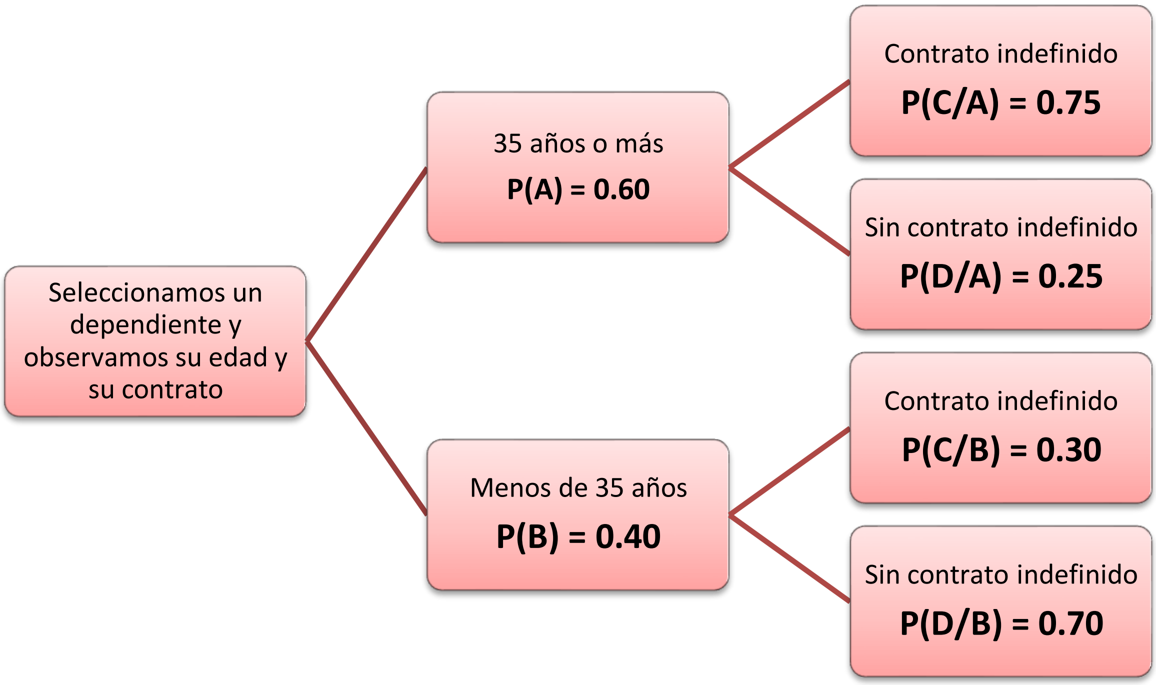
$$= \left[\frac{1^3}{3} - 3\frac{1^2}{2} + 2\right] - \left[\frac{0^3}{3} - 3\frac{0^2}{2} + 0\right] + \left|\left[\frac{2^3}{3} - 3\frac{2^2}{2} + 4\right] - \left[\frac{1^3}{3} - 3\frac{1^2}{2} + 2\right]\right| =$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 2 + \left|\frac{8}{3} - 6 + 4 - \frac{1}{3} + \frac{3}{2} - 2\right| = \frac{5}{6} + \left|\frac{7}{3} + \frac{3}{2} - 4\right| = \frac{5}{6} + \left|-\frac{1}{6}\right| = \frac{6}{6} = \boxed{1u^2}$$

Si observamos el dibujo vemos que la zona de color rosa es de aproximadamente un cuadradito de área. El valor obtenido con el cálculo integral cuadra con lo dibujado.

CUESTIÓN B4. El 60% de los dependientes de un centro comercial tienen 35 años o más, y de ellos el 75% tienen contrato indefinido. Por otra parte, de los dependientes con menos de 35 años el 30% tienen contrato indefinido.
a) Seleccionado un dependiente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga contrato indefinido? (1 punto)
b) Elegido al azar un dependiente que tiene contrato indefinido, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 35 años? (1 punto)

Llamamos A = "Tener 35 años o más", B = "Tener menos de 35 años"
Llamamos C = "Tener contrato indefinido", D = "No tener contrato indefinido"
Realizamos un diagrama de árbol.



a)

$$P(\text{No tenga contrato indefinido}) = P(D) = P(A)P(D/A) + P(B)P(D/B) =$$

$$= 0.6 \cdot 0.25 + 0.4 \cdot 0.7 = \boxed{0.43}$$

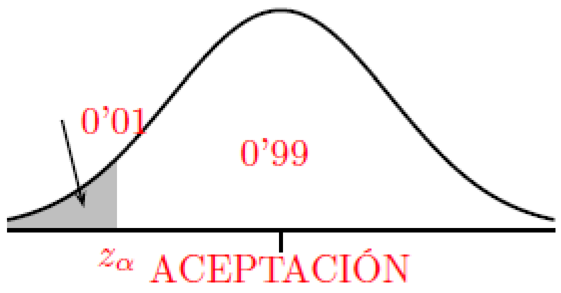
b) Es una probabilidad a posteriori. Utilizamos el teorema de Bayes.

$$P(B/C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{P(B)P(C/B)}{1-P(D)} = \frac{0.4 \cdot 0.3}{1-0.43} = \frac{0.12}{0.57} = \boxed{\frac{4}{19} \simeq 0.2105}$$

CUESTIÓN B5. Se sabe que en una población el nivel de colesterol en la sangre se distribuye normalmente con una media de 160 u. y una desviación típica de 20 u. Si una muestra de 120 individuos de esa población que siguen una determinada dieta, supuestamente adecuada para bajar el nivel de colesterol, tiene una media de 158 u. ¿Se puede afirmar que el nivel medio de colesterol de los que siguen la dieta es menor que el nivel medio de la población en general, para un nivel de significación de 0,01? (1,5 puntos)

Como es para disminuir el colesterol, el test adecuado sería el unilateral izquierdo;
Contrastamos $H_0 : \mu = 160$ frente a $H_1 : \mu < 160$,
En test unilateral el nivel significación $\alpha = 0'01$ corresponde con $z_\alpha = 2.33$.

El extremo de la región de aceptación es $\mu + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 160 - 2.33\frac{20}{\sqrt{120}} \simeq 155.74$



que da el intervalo (155'74, +∞).
Como $\bar{x} = 158$ queda dentro del intervalo, se acepta la hipótesis nula de que la media del nivel de colesterol siga igual μ = 160, cabe pensar que la dieta no ha sido efectiva.