

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada ejercicio se calificará con un máximo de 2,5 puntos.

El estudiante deberá indicar la agrupación de preguntas que responderá. La selección de preguntas deberá realizarse conforme a las instrucciones planteadas, no siendo válido seleccionar preguntas que sumen más de 10 puntos, ni agrupaciones de preguntas que no coincidan con las indicadas, lo que puede conllevar la anulación de alguna pregunta que se salga de las instrucciones.

1A. Un inversor ha obtenido un beneficio de 1280 euros después de invertir un total de 22000 euros en dos empresas distintas. Estos beneficios se desglosan como sigue: la cantidad invertida en la primera empresa le ha proporcionado un $m\%$ de beneficios y la cantidad invertida en la segunda empresa le ha proporcionado un 6% de beneficios.

- a) **[0,5 puntos]** Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean la cantidad invertida en cada una de las dos empresas.
- b) **[2 puntos]** Basándote en un estudio de la compatibilidad del sistema anterior, ¿es posible que los beneficios para la primera empresa sean del 4% ? Resuelve el sistema si se supone que ese es realmente el porcentaje de beneficio para lo invertido en la primera empresa. En ese caso, ¿cuál fue la cantidad invertida en cada una de las dos empresas?

1B. En un almacén hay lavadoras y frigoríficos. Por necesidades del mercado el número de frigoríficos debe ser mayor o igual que el de lavadoras, pero no puede superar el doble del de lavadoras. Se necesitan al menos 20 frigoríficos y no hay más de 30 lavadoras disponibles para tener en el almacén. Por cada lavadora se obtiene un beneficio de 200 euros y por cada frigorífico se obtiene un beneficio de 250 euros.

- a) **[1,75 puntos]** ¿Cuántos electrodomésticos de cada tipo se pueden tener en el almacén para cumplir todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían tener 20 lavadoras y 50 frigoríficos?
- b) **[0,75 puntos]** ¿Cuántos electrodomésticos de cada tipo habría que tener para maximizar el beneficio al vender todo lo del almacén? ¿y para minimizar el número de lavadoras?

2A. El salario diario (f) de un trabajador durante los primeros cinco años en una determinada empresa se ajusta a la siguiente función, donde x representa el tiempo, en años, que lleva contratado:

$$f(x) = \begin{cases} 35 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 25 + 10x & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ -0,5x^2 + 4x + a & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

- a) **[0,75 puntos]** Estudia la continuidad de la función, determinando el valor de a para que dicha función sea continua en todo su dominio.
- b) **[1,75 puntos]** Considerando el valor de a obtenido en el apartado anterior, estudia y representa gráficamente la función f en todo su dominio. ¿En qué momento el salario fue máximo? ¿y mínimo?



2B. Dada la función $f(x) = x^2 - 2x - 3$, se pide:

- [0,5 puntos]** Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(0) = 0$.
- [2 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = -3$ y $x = 4$.

3A. El 30% de los estudiantes de un instituto hace deporte. De los que hacen deporte, el 40% toca un instrumento y de los que no hacen deporte, una cuarta parte toca un instrumento. Elegido un estudiante de ese instituto al azar:

- [1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que haga deporte, pero no toque un instrumento?
- [1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que haga deporte o toque un instrumento?

3B. Una empresa tiene contratados dos operarios, Eva y Juan, para producir determinadas piezas. Eva realiza el 60% de la producción de esas piezas y el resto lo realiza Juan. Eva obtiene una pieza defectuosa el 10% de las veces, subiendo ese porcentaje hasta el 25% en el caso de Juan.

- [1,25 puntos]** Seleccionada una pieza al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuosa?
- [1,25 puntos]** Si se encuentra una pieza defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido hecha por Juan?

4A. Se quiere hacer un estudio para estimar la proporción de personas que han viajado a América.*

- [1 punto]** ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para que pueda estimarse la verdadera proporción de personas que han viajado a América a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0,05 y un nivel de confianza del 90%?
- [1,5 puntos]** En una muestra aleatoria de 2000 personas, se sabe que 600 han viajado a América. En función de esta muestra obtén, con un nivel de confianza del 90%, un intervalo para estimar la proporción poblacional de personas que han viajado a América.

4B. La duración de un tipo de pila, en horas, sigue una distribución normal con desviación típica de 80 horas.*

- [1,5 puntos]** Construye un intervalo de confianza, con un nivel de confianza del 99%, para la duración media de ese tipo de pila, a partir de una muestra de 100 pilas, en la que se ha obtenido que la suma de las duraciones de todas ellas ha sido de 55000 horas.
- [1 punto]** Si el tamaño muestral siguiese siendo de 100 pilas, pero la media aumenta, ¿qué le ocurriría a los extremos del intervalo anterior? ¿aumentarían o disminuirían? Y si la media siguiese siendo la misma, pero el tamaño muestral hubiese aumentado, ¿qué le ocurriría a la amplitud del intervalo anterior? ¿aumentaría o disminuiría?

* Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1:

$F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$ y $F(2,58) = 0,995$.