



Modelo 3

Conteste de manera clara y razonada cuatro cuestiones cualesquiera, escogidas de entre las ocho propuestas. Dispone de 90 minutos. Cada cuestión se puntúa sobre 10 puntos. La calificación final se obtiene de dividir el total de puntos obtenidos entre 4. Solo se tendrán en cuenta las respuestas claramente justificadas y razonadas usando lenguaje matemático, o no matemático, según corresponda. Se valorarán negativamente los errores de cálculo. Se permite utilizar calculadora científica básica. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables, ni de dispositivos con acceso a Internet o aparatos que puedan transmitir o almacenar información.

1) Hace un año una sociedad de capital riesgo invirtió 100000 euros en acciones de tres empresas, que llamaremos A, B y C. Ahora, las acciones de la empresa A han aumentado de valor en un 50 %, las de la empresa B han aumentado en un 10 % y, en cambio, las de la empresa C han perdido un 15 % de su valor. Si la sociedad ahora vendiera todas las acciones obtendría 102000 euros. Sabemos que invirtió en las acciones de la empresa C lo mismo que en las otras dos juntas.

- Identifique las variables e interprete el enunciado mediante un conjunto de ecuaciones lineales. (5 puntos)
- Calcule la cantidad de dinero que la sociedad invirtió en acciones de cada empresa. (5 puntos)

2) En un taller se fabrican dos tipos de bolsas. Para hacer una bolsa del primer modelo se necesitan $0.9 m^2$ de cuero y 8 horas de trabajo. Para el segundo modelo necesitan $1.2 m^2$ de cuero y 4 horas de trabajo. Para hacer estos dos tipos de bolsas el taller dispone de $60 m^2$ de cuero y puede dedicar un máximo de 400 horas de trabajo. El taller cobra 30 euros por una bolsa del primer modelo y 25 por una del segundo.

- Plantee la maximización del beneficio de la compañía como un problema de programación lineal. (4 puntos)
- Dibuje la región factible para la solución, indicando las rectas y vértices que la delimitan. (4 puntos)
- Calcule el número de bolsas de cada tipo que se tienen que fabricar para obtener un beneficio máximo. Determine también este beneficio máximo. (2 puntos)

3) Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{array}{rcl} x & -ay & +2z = 0 \\ ax & -4y & -4z = 0 \\ 4x & +3y & -2z = 0 \end{array}$$

en función del parámetro a .

- Discuta para qué valores de a el sistema tiene solución y cuántas tiene en cada caso. (6 puntos)
- Encuentre la solución para $a = -2$. (4 puntos)

4 Consideremos la función a trozos siguiente

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^3 + ax + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) Calcule los valores de a para que $f(x)$ sea continua y derivable. (5 puntos)
- b) Para $a = 4$ calcule el área comprendida entre la gráfica de $f(x)$ y las rectas $x = 0$, $x = 1$ e $y = 0$. (5 puntos)

5 El gasto mensual en euros en lotería de un trabajador viene determinado por su salario mediante la función

$$f(x) = \frac{100x}{b + x^2},$$

en la que $x \geq 0$ representa el salario en miles de euros y $b > 0$ es un parámetro.

- a) Encuentre el valor de b para el cual el máximo del gasto se obtiene con un salario mensual de 2 mil euros. (3 puntos)
- b) Para $b = 9$, determine el salario para que el gasto sea máximo. ¿A cuánto asciende este gasto? (4 puntos)
- c) Para $b = 9$, ¿para qué salarios el gasto mensual es superior a 10 euros? (3 puntos)

6 Si el precio de la entrada de un cine es de 8 euros, van 500 personas. El propietario sabe por experiencia que por cada aumento de 1.5 euros en el precio de la entrada van 30 espectadores menos. Encuentre:

- a) La función que determina el número de espectadores en función del precio de la entrada. (3 puntos)
- b) La función que determina los ingresos del cine en función del precio de la entrada. (2 puntos)
- c) El precio de la entrada para que los ingresos del propietario sean máximos. (3 puntos)
- d) El número de espectadores que irán al cine cuando el precio sea el que corresponde a los ingresos máximos y estos ingresos máximos. (2 puntos)

7 La producción en kilogramos de naranjas por naranjo en Sóller sigue una distribución normal de desviación típica 2 y media desconocida.

- a) Calcule el tamaño mínimo de la muestra que se debe tomar para que al estimar la media poblacional con un nivel de confianza del 94 %, el error cometido sea inferior a 1.5 kg. (5 puntos)
- b) Si se toma una muestra aleatoria de 10 naranjos, con producciones en kilogramos:

30 25 4 70 45 60 21 32 9 47

Calcule un intervalo de confianza del 97 % para estimar la producción media de naranjas por árbol. (5 puntos)

8 En cierta empresa de exportación, el 62.5% de los empleados habla inglés. Por otra parte, entre los empleados que hablan inglés, el 80% habla también alemán. Entre los empleados que no hablan inglés, sólo la tercera parte sí habla alemán.

- a) ¿Qué porcentaje de empleados habla las dos lenguas? (4 puntos)
- b) ¿Qué porcentaje de empleados habla alemán? (3 puntos)
- c) Si un empleado no habla alemán, ¿cuál es la probabilidad que hable inglés? (3 puntos)