



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOMCE – JUNIO 2022

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INDICACIONES

1. El examen consta de seis ejercicios, de los cuales se resolverán únicamente tres (cualesquiera).
2. En caso de intentar resolver más de tres ejercicios, se corregirán únicamente los tres primeros que aparezcan en el cuadernillo del examen.
3. La puntuación máxima de cada ejercicio es de 2,5 puntos (dentro de cada ejercicio, la puntuación máxima de cada apartado se indica entre corchetes). La nota del examen será el resultado de dividir por 0,75 la suma de la puntuación obtenida en los tres ejercicios.
4. Se valorará positivamente la explicación de los diferentes pasos seguidos en la resolución de cada ejercicio, así como la claridad de exposición. No se admitirá ningún resultado que no esté debidamente justificado.
5. Queda prohibido el uso de calculadoras gráficas y/o programables, así como el de cualquier dispositivo con capacidad de almacenar y/o transmitir datos.
6. Los teléfonos móviles deberán estar apagados durante el examen.

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

Para poder llevar a cabo la última obra que le han encargado, una empresa de construcción necesita adquirir 400 kg de cemento, 150 kg de ladrillos y 120 kg de azulejos. Antes de hacer la compra del material consulta precios en dos suministradores, A y B. El suministrador A le ofrece un precio de venta total de 9800 €. El suministrador B, que está en liquidación, le ofrece importantes descuentos. En concreto, baja el precio del cemento a la mitad del que le ofrece el suministrador A, el del ladrillo a una tercera parte y el del azulejo a una cuarta parte, lo que supone un ahorro de 6400 € con respecto al precio total de venta ofrecido por el suministrador A. Se sabe, además, para el suministrador A, que el precio del kg de azulejo es el doble de la suma de los precios del cemento y los ladrillos.

- A.** [1 PUNTO] Plantee un sistema de ecuaciones que permita calcular el precio (en €/kg) del cemento, el ladrillo y el azulejo en el suministrador A.
- B.** [1,5 PUNTOS] Resuélvalo.

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

Con el objetivo de maximizar beneficios, un obrador cántabro amplía su producción diaria máxima hasta las 400 tartas de queso y 900 quesadas, con las que elabora dos tipos de pack, A y B. El pack A contiene 4 tartas de queso y 12 quesadas, y le confiere al obrador un beneficio neto de 44 €. El pack B contiene 2 tartas de queso y 3 quesadas, y le confiere al obrador un beneficio neto de 16 €.

- A.** [0,75 PUNTOS] Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.
- B.** [1 PUNTO] Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.
- C.** [0,5 PUNTOS] ¿Cuántos packs de cada tipo debe producir el obrador en un día para que el beneficio obtenido sea máximo?
- D.** [0,25 PUNTOS] ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 24}{x^2 + 2x - 8}$

- A. [1 PUNTO] ¿En qué puntos es discontinua f ? ¿De qué tipo de discontinuidad se trata en cada caso?
- B. [0,25 PUNTOS] ¿Se podría redefinir f para evitar alguna de estas discontinuidades?
- C. [0,75 PUNTOS] ¿Cuáles son las asíntotas de f ?
- D. [0,5 PUNTOS] Esboce la gráfica de f , indicando únicamente los puntos de discontinuidad, las asíntotas y los cortes con los ejes OX y OY.

Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

Un autónomo del sector del transporte ha determinado que los costes mensuales de su empresa responden a una función $C(v)$, donde v representa el número de vehículos movilizados. Se sabe que la empresa dispone de un total de 36 vehículos y que los costes ascienden a 5000 € si no se moviliza ningún vehículo. Se sabe, además, que $C'(v) = v^2 - 32v + 112$ es la derivada de $C(v)$.

- A. [1,25 PUNTOS] ¿Cuántos vehículos han de movilizarse para minimizar costes? ¿A cuánto ascenderían dichos costes?
- B. [1,25 PUNTOS] ¿Para qué número de vehículos movilizados serían máximos los costes? ¿A cuánto ascenderían dichos costes?

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

Un agricultor valenciano ha determinado que el peso de sus naranjas sigue una distribución normal con desviación típica de 15 gramos. De una muestra de 100 naranjas escogidas al azar se calcula un peso medio por naranja de 210 gramos.

- A. [1,25 PUNTOS] Obtenga el intervalo de confianza del 93 % para el peso medio de una naranja.
- B. [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es el número mínimo de naranjas que habría que considerar para que el error cometido al estimar el peso medio por naranja, con un nivel de confianza del 97 %, fuese de 2 gramos?

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

En una cierta ciudad el 35 % del censo vota al partido A, el 45 % al partido B y el 20 % restante se abstiene. Se sabe, además, que el 20 % de los votantes del partido A, el 30 % de los del partido B y el 15 % de los que se abstienen son mayores de 60 años. Si se escoge al azar un ciudadano censado:

- A. [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que vote al partido B y tenga como máximo 60 años?
- B. [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que vote al partido A y sea mayor de 60 años?
- C. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que sea mayor de 60 años?
- D. [0,75 PUNTOS] Si es mayor de 60 años, ¿cuál es la probabilidad de que se haya abstenido en las elecciones?

SOLUCIONES

Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]

Para poder llevar a cabo la última obra que le han encargado, una empresa de construcción necesita adquirir 400 kg de cemento, 150 kg de ladrillos y 120 kg de azulejos. Antes de hacer la compra del material consulta precios en dos suministradores, A y B. El suministrador A le ofrece un precio de venta total de 9800 €. El suministrador B, que está en liquidación, le ofrece importantes descuentos. En concreto, baja el precio del cemento a la mitad del que le ofrece el suministrador A, el del ladrillo a una tercera parte y el del azulejo a una cuarta parte, lo que supone un ahorro de 6400 € con respecto al precio total de venta ofrecido por el suministrador A. Se sabe, además, para el suministrador A, que el precio del kg de azulejo es el doble de la suma de los precios del cemento y los ladrillos.

A. [1 PUNTO] Plantee un sistema de ecuaciones que permita calcular el precio (en €/kg) del cemento, el ladrillo y el azulejo en el suministrador A.

B. [1,5 PUNTOS] Resuélvalo.

A. Llamamos “x” al precio del kg de cemento en el suministrador A, “y” al precio del kg de ladrillos en el suministrador A, “z” al precio del kg de azulejos en el suministrador A.

“Necesita adquirir 400 kg de cemento, 150 kg de ladrillos y 120 kg de azulejos. El suministrador A le ofrece un precio de venta total de 9800 €” $\rightarrow 400x + 150y + 120z = 9800$

Los precios en el suministrador B quedan $x/2$ el precio del kg de cemento, $y/3$ el precio del kg de ladrillo, $z/4$ el kg de azulejos. Con estos precios se ahorra 6400 € por lo que le cuesta $9800 - 6400 = 3400$ €.

La segunda ecuación sería $400 \frac{x}{2} + 150 \frac{y}{3} + 120 \frac{z}{4} = 3400$.

“Para el suministrador A el precio del kg de azulejo es el doble de la suma de los precios del cemento y los ladrillos” $\rightarrow z = 2(x + y)$

Reunimos todas las ecuaciones en un sistema.

$$\left. \begin{array}{l} 400x + 150y + 120z = 9800 \\ 400 \frac{x}{2} + 150 \frac{y}{3} + 120 \frac{z}{4} = 3400 \\ z = 2(x + y) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 40x + 15y + 12z = 980 \\ 200x + 50y + 30z = 3400 \\ z = 2x + 2y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 40x + 15y + 12z = 980 \\ 20x + 5y + 3z = 340 \\ 2x + 2y - z = 0 \end{array} \right\}$$

B. Resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} 40x + 15y + 12z = 980 \\ 20x + 5y + 3z = 340 \\ 2x + 2y - z = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 40x + 15y + 12z = 980 \\ 20x + 5y + 3z = 340 \\ 2x + 2y = z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 40x + 15y + 12(2x + 2y) = 980 \\ 20x + 5y + 3(2x + 2y) = 340 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 40x + 15y + 24x + 24y = 980 \\ 20x + 5y + 6x + 6y = 340 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 64x + 39y = 980 \\ 26x + 11y = 340 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 64x + 39y = 980 \\ y = \frac{340 - 26x}{11} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 64x + 39 \frac{340 - 26x}{11} = 980 \Rightarrow 704x + 13260 - 1014x = 10780 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -310x = -2480 \Rightarrow \boxed{x = \frac{2480}{310} = 8 \text{ € / kg}} \Rightarrow \boxed{y = \frac{340 - 26 \cdot 8}{11} = 12 \text{ € / kg}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{z = 2 \cdot 8 + 2 \cdot 12 = 40 \text{ € / kg}}$$

En el suministrador A el cemento cuesta a 8 €/kg, el ladrillo a 12 €/kg y el azulejo a 40 €/kg.

Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]

Con el objetivo de maximizar beneficios, un obrador cántabro amplía su producción diaria máxima hasta las 400 tartas de queso y 900 quesadas, con las que elabora dos tipos de pack, A y B. El pack A contiene 4 tartas de queso y 12 quesadas, y le confiere al obrador un beneficio neto de 44 €. El pack B contiene 2 tartas de queso y 3 quesadas, y le confiere al obrador un beneficio neto de 16 €.

- A.** [0,75 PUNTOS] Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.
B. [1 PUNTO] Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.
C. [0,5 PUNTOS] ¿Cuántos packs de cada tipo debe producir el obrador en un día para que el beneficio obtenido sea máximo?
D. [0,25 PUNTOS] ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

A. Llamamos x = número de packs A, y = número de packs B.

Realizamos una tabla con los datos del problema.

	Número de tartas de queso	Número de quesadas	Beneficio
Nº packs A (x)	$4x$	$12x$	$44x$
Nº packs B (y)	$2y$	$3y$	$16y$
TOTAL	$4x + 2y$	$12x + 3y$	$44x + 16y$

La función objetivo que deseamos maximizar son los beneficios que vienen expresados como:

$$B(x, y) = 44x + 16y$$

Las restricciones son:

$$\text{“Su producción diaria máxima es de 400 tartas de queso”} \rightarrow 4x + 2y \leq 400$$

$$\text{“Su producción diaria máxima es de 900 quesadas”} \rightarrow 12x + 3y \leq 900$$

$$\text{Las cantidades deben ser positivas} \rightarrow x \geq 0; y \geq 0$$

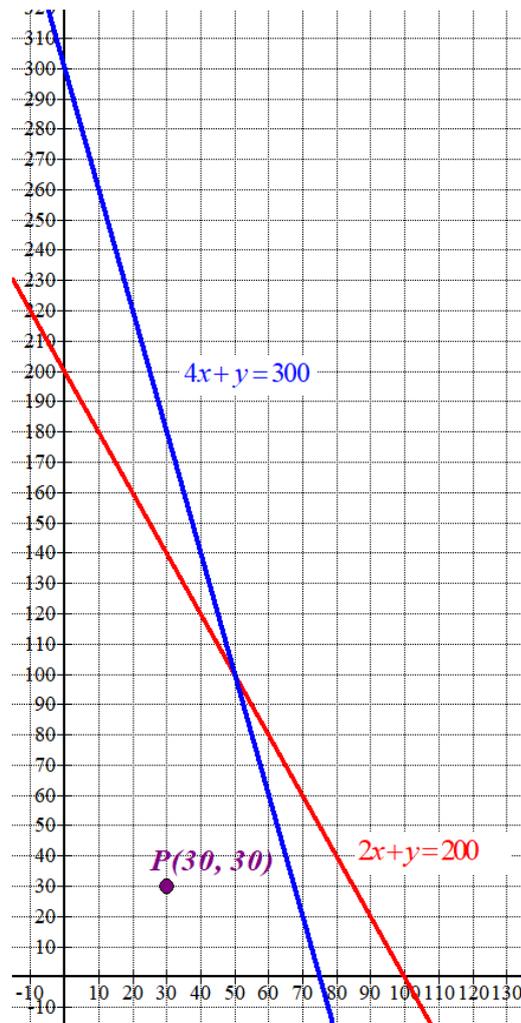
Reunimos todas las inecuaciones en un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 2y \leq 400 \\ 12x + 3y \leq 900 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + y \leq 200 \\ 4x + y \leq 300 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

B. Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$2x + y = 200$	$4x + y = 300$	$x \geq 0; y \geq 0$
x	$y = 200 - 2x$	x
0	200	0
50	100	50
100	0	75
		$y = 300 - 4x$
		0
		100
		0

Primer cuadrante

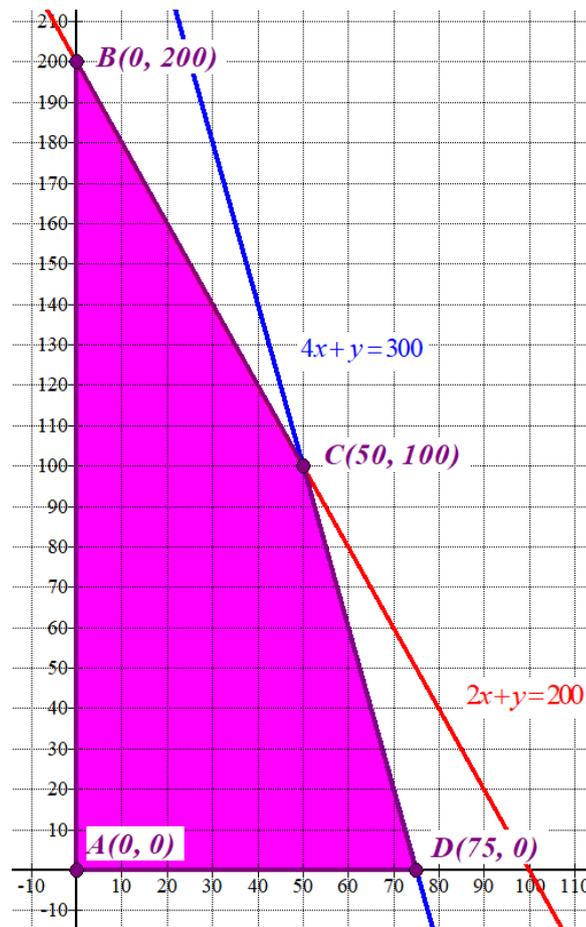


Como las restricciones del problema son $\left. \begin{array}{l} 2x + y \leq 200 \\ 4x + y \leq 300 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante que está por debajo de las rectas azul y roja.

Comprobamos que el punto $P(30, 30)$ que pertenece a dicha región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 60 + 30 \leq 200 \\ 120 + 30 \leq 300 \\ 30 \geq 0; 30 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de rosa la región factible en el siguiente dibujo y determinamos las coordenadas de sus vértices.



Hallamos las coordenadas de los vértices C y D.

$$C \Rightarrow \begin{cases} y = 300 - 4x \\ y = 200 - 2x \end{cases} \Rightarrow 300 - 4x = 200 - 2x \Rightarrow 2x = 100 \Rightarrow x = 50 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 200 - 100 = 100 \Rightarrow C(50, 100)$$

$$D \Rightarrow \begin{cases} y = 300 - 4x \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow 300 - 4x = 0 \Rightarrow 4x = 300 \Rightarrow x = \frac{300}{4} = 75 \Rightarrow D(75, 0)$$

Los vértices son A(0, 0); B(0, 200); C(50, 100) y D(75, 0).

C. Valoramos la función objetivo $B(x, y) = 44x + 16y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

$$A(0,0) \rightarrow B(0,0) = 0$$

$$B(0, 200) \rightarrow B(0, 200) = 0 + 3200 = 3200$$

$$C(50, 100) \rightarrow B(50, 100) = 2200 + 1600 = 3800 \text{ ; Máximo!}$$

$$D(75,0) \rightarrow B(75,0) = 3300 + 0 = 3300$$

El máximo beneficio es de 3800 € y se produce en el vértice C (50, 100) que significa hacer 50 packs A y 100 packs B.

D. El máximo beneficio es de 3800 €.

Ejercicio 3 [2,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 24}{x^2 + 2x - 8}$

- A.** [1 PUNTO] ¿En qué puntos es discontinua f? ¿De qué tipo de discontinuidad se trata en cada caso?
B. [0,25 PUNTOS] ¿Se podría redefinir f para evitar alguna de estas discontinuidades?
C. [0,75 PUNTOS] ¿Cuáles son las asíntotas de f?
D. [0,5 PUNTOS] Esboce la gráfica de f, indicando únicamente los puntos de discontinuidad, las asíntotas y los cortes con los ejes OX y OY.

A. La función es discontinua en los valores de x que anulan el denominador.

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(-8)}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2} = \begin{cases} \frac{-2+6}{2} = 2 = x \\ \frac{-2-6}{2} = -4 = x \end{cases}$$

La función es continua en $\mathbb{R} - \{-4, 2\}$

En $x = -4$ estudiamos el tipo de discontinuidad.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -4} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 2x - 24}{x^2 + 2x - 8} = \frac{32 - 8 - 24}{0} = \frac{0}{0} = \text{Indeterminación (L'Hôpital)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{4x + 2}{2x + 2} = \frac{-14}{-6} = \frac{7}{3} \end{aligned}$$

En $x = -4$ la discontinuidad es evitable.

En $x = 2$ estudiamos el tipo de discontinuidad.

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 2x - 24}{x^2 + 2x - 8} = \frac{8 + 4 - 24}{0} = \frac{-12}{0} = \infty$$

En $x = 2$ la discontinuidad es inevitable de salto infinito.

B. Se puede redefinir en $x = -4$. La nueva función sería:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 2x - 24}{x^2 + 2x - 8} & \text{si } x \neq -4, x \neq 2 \\ \frac{7}{3} & \text{si } x = -4 \end{cases}$$

Esta nueva función es continua en $\mathbb{R} - \{2\}$

C.

Asíntotas verticales. $x = a$

El dominio de f lo hemos calculado y es $\mathbb{R} - \{-4, 2\}$, pero el único que es asíntota vertical es

$$x = 2. \text{ Hemos visto que } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 2x - 24}{x^2 + 2x - 8} = \infty.$$

Asíntota horizontal. $y = b$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 2x - 24}{x^2 + 2x - 8} = \frac{2}{1} = 2$$

La asíntota horizontal es $y = 2$.

Asíntota oblicua. $y = mx + n$

No tiene pues existe asíntota horizontal.

D.

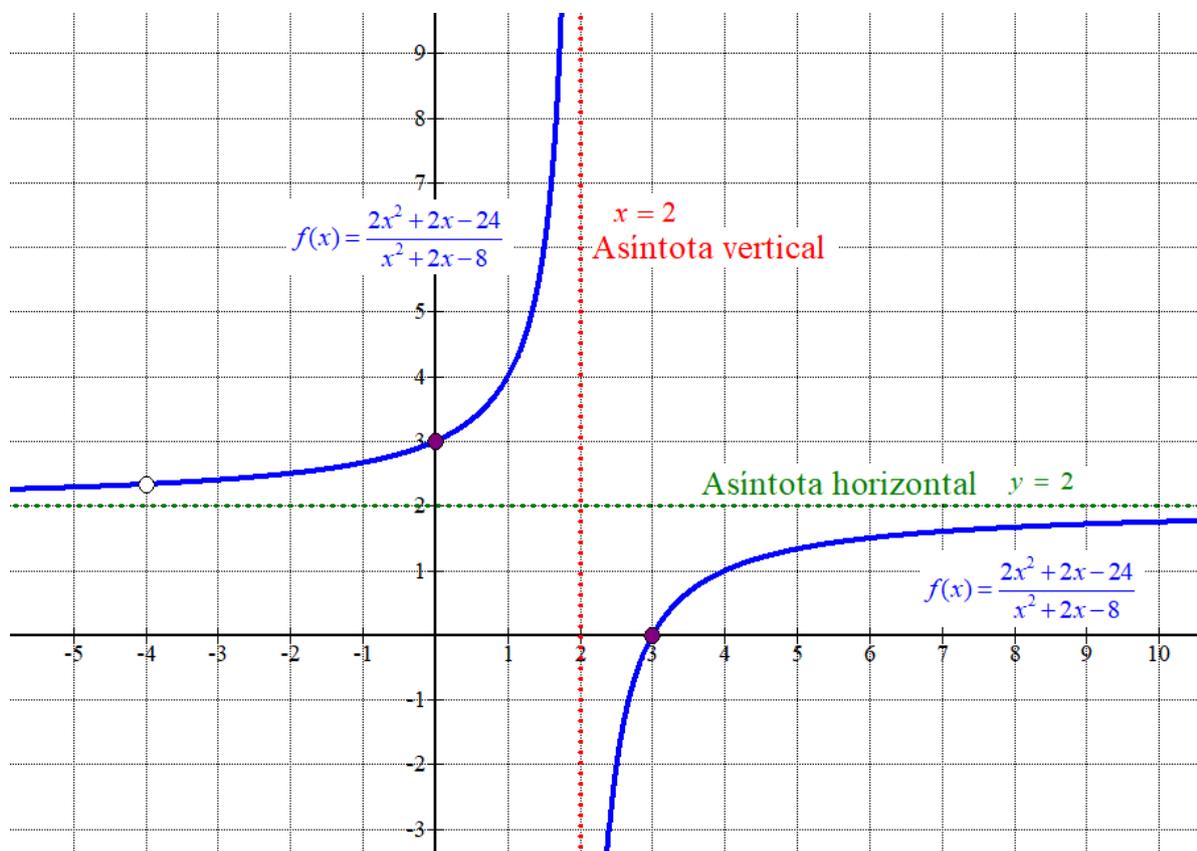
Hallo los puntos de corte con los ejes.

Si $x = 0 \rightarrow f(0) = \frac{2 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 - 24}{0^2 + 2 \cdot 0 - 8} = 3$. El punto de corte con el eje OY es (0, 3).

Si $y = 0 \rightarrow \frac{2x^2 + 2x - 24}{x^2 + 2x - 8} = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 24 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-12)}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} \frac{-1+7}{2} = 3 = x \\ \frac{-1-7}{2} = -4; \text{ No es válido, no pertenece al dominio} \end{cases}$$

El punto de corte con el eje OX es (3, 0).



Ejercicio 4 [2,5 PUNTOS]

Un autónomo del sector del transporte ha determinado que los costes mensuales de su empresa responden a una función $C(v)$, donde v representa el número de vehículos movilizadas. Se sabe que la empresa dispone de un total de 36 vehículos y que los costes ascienden a 5000 € si no se moviliza ningún vehículo. Se sabe, además, que $C'(v) = v^2 - 32v + 112$ es la derivada de $C(v)$.

- A.** [1,25 PUNTOS] ¿Cuántos vehículos han de movilizarse para minimizar costes? ¿A cuánto ascenderían dichos costes?
- B.** [1,25 PUNTOS] ¿Para qué número de vehículos movilizadas serían máximos los costes? ¿A cuánto ascenderían dichos costes?

Averiguamos la expresión de $C(v)$ calculando la integral de $C'(v) = v^2 - 32v + 112$.

$$C(v) = \int C'(v) dv = \int v^2 - 32v + 112 dv = \frac{v^3}{3} - 16v^2 + 112v + K$$

Como sabemos que los costes son de 5000 € si se movilizan 0 vehículos $\rightarrow C(0) = 5000$.

$$\left. \begin{array}{l} C(v) = \frac{v^3}{3} - 16v^2 + 112v + K \\ C(0) = 5000 \end{array} \right\} \Rightarrow 5000 = \frac{0^3}{3} - 16 \cdot 0^2 + 112 \cdot 0 + K = K \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C(v) = \frac{v^3}{3} - 16v^2 + 112v + 5000$$

- A.** Se pueden movilizar entre 0 y 36 vehículos.

Igualamos a cero la derivada en busca de un mínimo relativo.

$$C'(v) = 0 \Rightarrow v^2 - 32v + 112 = 0 \Rightarrow v = \frac{32 \pm \sqrt{(-32)^2 - 4 \cdot 112}}{2} = \frac{32 \pm 24}{2} = \begin{cases} \frac{32+24}{2} = 28 = v \\ \frac{32-24}{2} = 4 = v \end{cases}$$

Calculamos la derivada segunda y vemos cual de estos dos valores es el mínimo.

$$C'(v) = v^2 - 32v + 112 \Rightarrow C''(v) = 2v - 32 \Rightarrow \begin{cases} C''(4) = 8 - 32 = -24 < 0, \text{ ¡Máximo!} \\ C''(28) = 56 - 32 = 24 > 0, \text{ ¡Mínimo!} \end{cases}$$

Valoramos el coste en $v = 28$ y en los extremos del intervalo para comprobar si este mínimo relativo también lo es absoluto.

$$C(0) = 5000$$

$$C(28) = \frac{28^3}{3} - 16 \cdot 28^2 + 112 \cdot 28 + 5000 = 2909.33 \text{ €}$$

$$C(36) = \frac{36^3}{3} - 16 \cdot 36^2 + 112 \cdot 36 + 5000 = 3848 \text{ €}$$

En $v = 28$ hay un mínimo absoluto de la función coste.

Se deben movilizar 28 vehículos para minimizar el coste.
El coste mínimo es de 2909.33 €.

- B.** En el apartado anterior hemos obtenido el máximo relativo en $v = 4$.
Valoramos la función coste en $v = 0$; $v = 4$ y en $v = 36$.

$$C(0) = 5000$$

$$C(4) = \frac{4^3}{3} - 16 \cdot 4^2 + 112 \cdot 4 + 5000 = 5213.33 \text{ €}$$

$$C(36) = 3848 \text{ €}$$

El máximo coste se produce movilizandando 4 vehículos, siendo este coste de 5213.33 €.

Ejercicio 5 [2,5 PUNTOS]

Un agricultor valenciano ha determinado que el peso de sus naranjas sigue una distribución normal con desviación típica de 15 gramos. De una muestra de 100 naranjas escogidas al azar se calcula un peso medio por naranja de 210 gramos.

A. [1,25 PUNTOS] Obtenga el intervalo de confianza del 93 % para el peso medio de una naranja.

B. [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es el número mínimo de naranjas que habría que considerar para que el error cometido al estimar el peso medio por naranja, con un nivel de confianza del 97 %, fuese de 2 gramos?

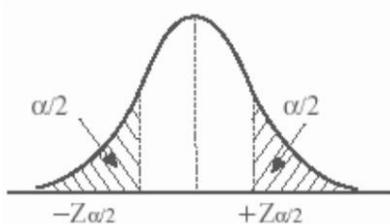
X = Peso de una naranja (en gramos).

$X = N(\mu, 15)$

Tamaño de muestra = $n = 100$. $\bar{x} = 210$

A. Con un nivel de confianza del 93%

$$1 - \alpha = 0,93 \rightarrow \alpha = 0,07 \rightarrow \alpha/2 = 0,035 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,965 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1,81}$$



x	0.00	0.01	0.02
0.0	.5000	.5039	.5078
0.1	.5398	.5438	.5478
0.2	.5793	.5832	.5871
0.3	.6179	.6217	.6255
0.4	.6554	.6591	.6628
0.5	.6915	.6950	.6985
0.6	.7257	.7291	.7324
0.7	.7580	.7611	.7642
0.8	.7881	.7910	.7939
0.9	.8159	.8186	.8212
1.0	.8413	.8438	.8461
1.1	.8643	.8665	.8686
1.2	.8849	.8869	.8888
1.3	.9032	.9049	.9066
1.4	.9192	.9207	.9222
1.5	.9332	.9345	.9357
1.6	.9452	.9463	.9474
1.7	.9554	.9564	.9573
1.8	.9641	.9649	.9656

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.81 \cdot \frac{15}{\sqrt{100}} = 2.715 \text{ gramos}$$

El intervalo de confianza es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (210 - 2.715, 210 + 2.715) = (207.285, 212.715)$$

B.

Con un nivel de confianza del 97%

$$1 - \alpha = 0,97 \rightarrow \alpha = 0,03 \rightarrow \alpha/2 = 0,015 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,985 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{2,17}$$

Igualamos el error a 2 gramos.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2 = 2.17 \cdot \frac{15}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2\sqrt{n} = 2.17 \cdot 15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{2.17 \cdot 15}{2} \Rightarrow n = \left(\frac{2.17 \cdot 15}{2} \right)^2 = 264.87$$

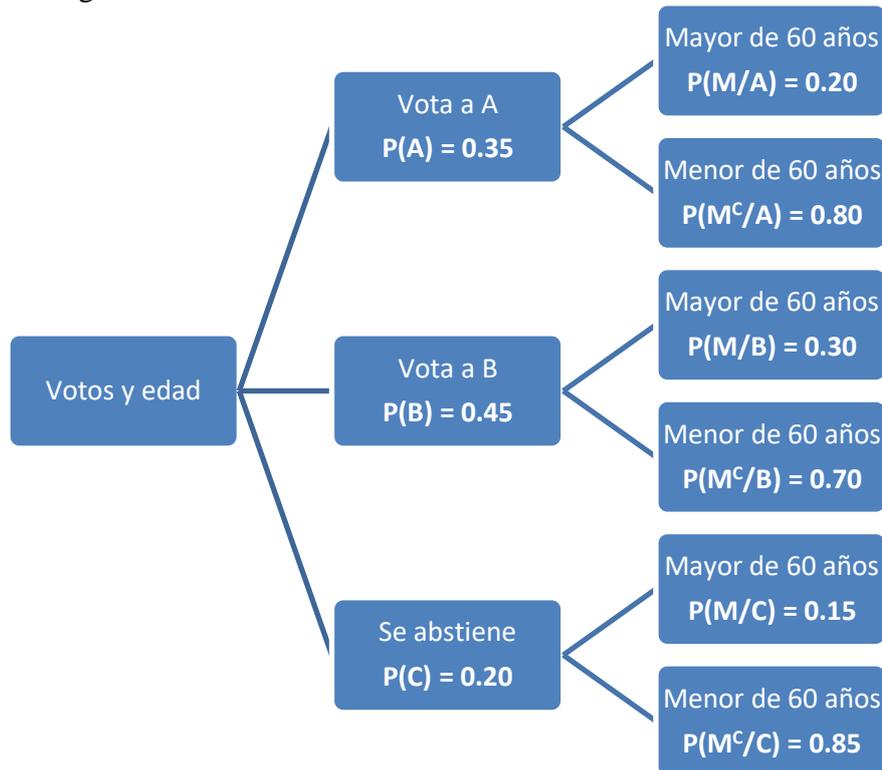
Como n debe ser entero y superior al "n" hallado el tamaño mínimo es de 265 naranjas.

Ejercicio 6 [2,5 PUNTOS]

En una cierta ciudad el 35 % del censo vota al partido A, el 45 % al partido B y el 20 % restante se abstiene. Se sabe, además, que el 20 % de los votantes del partido A, el 30 % de los del partido B y el 15 % de los que se abstienen son mayores de 60 años. Si se escoge al azar un ciudadano censado:

- A. [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que vote al partido B y tenga como máximo 60 años?
 B. [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que vote al partido A y sea mayor de 60 años?
 C. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que sea mayor de 60 años?
 D. [0,75 PUNTOS] Si es mayor de 60 años, ¿cuál es la probabilidad de que se haya abstenido en las elecciones?

Realizamos un diagrama de árbol.



Hemos llamado $A = \text{“Votar al partido A”}$, $B = \text{“Votar al partido B”}$, $C = \text{“Abstenerse”}$, $M = \text{“Ser mayor de 60 años”}$ y $M^c = \bar{M} = \text{“Tener 60 años o menos”}$

A. $P(B \cap \bar{M}) = P(B)P(\bar{M} / B) = 0.45 \cdot 0.70 = \boxed{0.315}$

B. $P(A \cap M) = P(A)P(M / A) = 0.35 \cdot 0.20 = \boxed{0.07}$

C. Usamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(M) = P(A)P(M / A) + P(B)P(M / B) + P(C)P(M / C) = \\ = 0.35 \cdot 0.2 + 0.45 \cdot 0.3 + 0.20 \cdot 0.15 = \boxed{\frac{47}{200} = 0.235}$$

D. Es una probabilidad a posteriori. Utilizamos el teorema de Bayes.

$$P(C / M) = \frac{P(C \cap M)}{P(M)} = \frac{P(C)P(M / C)}{P(M)} = \frac{0.20 \cdot 0.15}{0.235} = \boxed{\frac{6}{47} \approx 0.128}$$