Prueba de Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (EBAU)

Universidad de Extremadura

Curso 2021-2022

Materia: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II Tiempo máximo de la prueba: 1h 30m

INSTRUCCIONES PARA REALIZAR EL EXAMEN

El examen consta de 10 problemas, cuyo valor es de 2 puntos cada uno. El estudiante ha de elegir 5 problemas. En ningún caso deberá responder a un número mayor del indicado porque en la corrección del examen sólo se tendrán en cuenta los cinco primeros problemas resueltos. Si se desea que alguno de ellos no sea tenido en cuenta, el estudiante ha de tacharlo y dejarlo claramente indicado. En ese caso, además de los cuatro primeros problemas sin tachar, se corregiría el que ocupe el sexto lugar.

PROBLEMA 1 (2 puntos)

Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 0 & -1 & -2\end{pmatrix}$

Calcular la matriz X solución de la ecuación matricial $A\cdot X+C=B^t-2\cdot X$ donde B^t es la matriz traspuesta de B.

Justificar la respuesta.

PROBLEMA 2 (2 puntos)

Sea A la matriz siguiente:

$$A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 1 & x & 0\\ -x & 3 & -2\end{pmatrix}$$

Se pide, justificando las respuestas:

a) Determinar para qué valores de x no existe la inversa de A. **(1 punto)**

b) Calcular la inversa de A para $x=2$. **(1 punto)**

PROBLEMA 3 (2 puntos)

Resolver, justificando la respuesta, el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases}3x+2y+z=-3\\ x+y-2z=-3\\ 4x+3y+2z=-3\end{cases}$$

PROBLEMA 4 (2 puntos)

En un taller de decoración se venden espejos y cuadros con un beneficio de 120 euros por cada espejo y 180 euros por cada cuadro. Dispone para la venta de 45 artículos en total entre ambos productos que, previamente, ha fabricado necesitando 1 hora para la fabricación de cada espejo y 4 horas para elaborar cada cuadro, con una disponibilidad de, como mucho, 60 horas. Calcula el número de espejos y cuadros que debe vender para hacer máximos los beneficios, así como el valor de dichos beneficios máximos.

PROBLEMA 5 (2 puntos)
Los beneficios de una empresa (en miles de euros) *B(t)* durante los primeros 10 años dependen del tiempo transcurrido *t* (en años) desde su creación según la función:

$$B(t)=\begin{cases} t^2-8t+2A & 1\le t<6 \\ Bt & 6\le t\le 10 \end{cases}$$

Calcular, razonando la respuesta, las constantes A y B sabiendo que la función *B(t)* es continua y que en el año 8 obtuvo unos beneficios de 16 mil euros.

PROBLEMA 6 (2 puntos)
El precio de cierto perfume, *P(x)*, (en euros) depende del porcentaje que contiene de la esencia de cierta flor, *x*, (en tanto por ciento), de acuerdo con la función:

$$P(x)=4x^3-6x^2-24x+90 \quad 0\le x\le 4$$

Se pide determinar, razonando las respuestas, para qué porcentajes alcanza este perfume sus precios máximo y mínimo y a cuánto ascienden estos precios.

PROBLEMA 7 (2 puntos)
a) Determinar, razonando la respuesta, el área encerrada por la función $f(x)=-x^2+x$ y el eje OX entre $x=0$ y $x=2$. **(1 punto)**
b) Determinar, razonando la respuesta, las asíntotas de la función: **(1 punto)**

$$g(x)=\frac{3-2x^2}{-x^2+x}$$

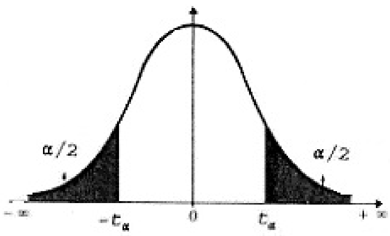
PROBLEMA 8 (2 puntos)
En un quiosco de prensa, el 50% de los clientes compra prensa deportiva, el 15% prensa nacional y el resto prensa regional. El 20% de los clientes de prensa deportiva, el 40% de los de prensa nacional y el 60% de los de prensa regional son mujeres. Se pide, razonando la respuesta:

a) Calcular la probabilidad de que un cliente de dicho quiosco sea mujer. **(1 punto)**
b) Calcular la probabilidad de que un cliente, que sabemos que es un hombre, compre prensa regional. **(1 punto)**

PROBLEMA 9 (2 puntos)
El contenido de verdura de los botes de una marca de purés para bebés es una variable que se supone con distribución normal con desviación típica 23 gramos. Se seleccionan al azar 121 botes, registrándose el contenido en verdura de dichos botes, resultando una media de 146 gramos. Hallar un intervalo de confianza, al nivel de confianza del 95%, para la cantidad media de verduras que contienen dichos botes de puré.
Razona la respuesta.

PROBLEMA 10 (2 puntos)
Una cadena de supermercados tiene en plantilla 3000 cajeros, 4000 reponedores y 1000 transportistas. Se desea obtener una muestra de 200 trabajadores para una encuesta sobre la satisfacción con el puesto de trabajo. Se pide, razonando las respuestas:

a) Atendiendo a razones de proporcionalidad, ¿cuántos cajeros, reponedores y transportistas debería seleccionar la empresa para la encuesta? **(1,5 puntos)**
b) Si 30 de los cajeros encuestados estaban satisfechos con su trabajo, dar una estimación de la proporción de cajeros satisfechos con su puesto de trabajo. **(0,5 puntos)**



α	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	∞	2.576	2.326	2.170	2.054	1.960	1.881	1.812	1.751	1.695
0.1	1.645	1.598	1.555	1.514	1.476	1.440	1.405	1.372	1.341	1.311
0.2	1.282	1.254	1.227	1.200	1.175	1.150	1.126	1.103	1.080	1.058
0.3	1.036	1.015	0.994	0.974	0.954	0.935	0.915	0.896	0.878	0.860
0.4	0.842	0.824	0.806	0.789	0.772	0.755	0.739	0.722	0.706	0.690

SOLUCIONES

PROBLEMA 1 (2 puntos)

Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ $y\ C=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 0 & -1 & -2\end{pmatrix}$

Calcular la matriz X solución de la ecuación matricial $A\cdot X+C=B^t-2\cdot X$ donde B^t es la matriz traspuesta de B.
Justificar la respuesta.

Despejamos en la ecuación la matriz X.

$$A\cdot X+C=B^t-2\cdot X \Rightarrow A\cdot X+2\cdot X=B^t-C \Rightarrow (A+2I)X=B^t-C \Rightarrow X=(A+2I)^{-1}(B^t-C)$$

Comprobamos si la matriz $A + 2I$ es invertible.

$$A+2I=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 5\end{pmatrix}\Rightarrow |A+2I|=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & 5\end{vmatrix}=5-4=1\neq 0$$

Es invertible, calculamos su inversa

$$(A+2I)^{-1}=\frac{Adj\left((A+2I)^T\right)}{|A+2I|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 5\end{pmatrix}}{1}=\begin{pmatrix}5 & -2\\ -2 & 1\end{pmatrix}$$

Usamos este resultado para terminar de resolver la ecuación matricial

$$B=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow B^t=\begin{pmatrix}0 & 2 & 0\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$B^t-C=\begin{pmatrix}0 & 2 & 0\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 0 & -1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 1 & -1\\ -1 & 1 & 3\end{pmatrix}$$

$$X=(A+2I)^{-1}(B^t+C)\Rightarrow X=\begin{pmatrix}5 & -2\\ -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 1 & -1\\ -1 & 1 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10+2 & 5-2 & -5-6\\ 4-1 & -2+1 & 2+3\end{pmatrix}$$

$$\boxed{X=\begin{pmatrix}-8 & 3 & -11\\ 3 & -1 & 5\end{pmatrix}}$$

PROBLEMA 2 (2 puntos)

Sea A la matriz siguiente:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & x & 0 \\ -x & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Se pide, justificando las respuestas:

a) Determinar para qué valores de *x* no existe la inversa de A. **(1 punto)**

b) Calcular la inversa de *A* para *x = 2*. **(1 punto)**

a) La matriz inversa existe si el determinante es no nulo.

$$|A|=\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & x & 0 \\ -x & 3 & -2 \end{vmatrix}=-4x+0+3+x^2-0-0=x^2-4x+3$$

$$|A|=0 \Rightarrow x^2-4x+3=0 \Rightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot 3}}{2}=\frac{4\pm 2}{2}=\begin{cases}\dfrac{4+2}{2}=3=x \\ \dfrac{4-2}{2}=1=x\end{cases}$$

La matriz inversa de *A* existe para cualquier valor de *x* distinto de 1 y de 3.

b) Según lo visto en el apartado a) para *x = 2* la matriz inversa existe.

La matriz queda $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

$$|A|=\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \end{vmatrix}=-8+3+4=-1$$

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{Adj\left(A^T\right)}{|A|}=\frac{Adj\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}}{-1}=-\begin{pmatrix} +\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{A^{-1}=-\begin{pmatrix} -4 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 7 & -6 & 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \\ -7 & 6 & -4 \end{pmatrix}}$$

PROBLEMA 3 (2 puntos)
Resolver, justificando la respuesta, el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x+2y+z=-3 \\ x+y-2z=-3 \\ 4x+3y+2z=-3 \end{cases}$$

Lo resolvemos utilizando el método de Gauss.

$$\begin{cases} 3x+2y+z=-3 \\ x+y-2z=-3 \\ 4x+3y+2z=-3 \end{cases} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4\cdot Ecuación\,2^{a} - Ecuación\,3^{a} \\ \begin{array}{lllll} 4x & +4y & -8z & =-12 & \\ -4x & -3y & -2z & =3 & \\ \hline 0 & y & -10z & =-9 & \to \text{Nueva ecuación } 3^{a} \end{array} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3\cdot Ecuación\,2^{a} - Ecuación\,1^{a} \\ \begin{array}{lllll} 3x & +3y & -6z & =-9 & \\ -3x & -2y & -z & =3 & \\ \hline 0 & y & -7z & =-6 & \to \text{Nueva ecuación } 2^{a} \end{array} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2y+z=-3 \\ y-7z=-6 \\ y-10z=-9 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Ecuación\,3^{a} - Ecuación\,2^{a} \\ \begin{array}{lllll} y & -10z & = & -9 & \\ -y & +7z & = & 6 & \\ \hline 0 & -3z & = & -3 & \to \text{Nueva ecuación } 3^{a} \end{array} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2y+z=-3 \\ y-7z=-6 \\ -3z=-3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x+2y+z=-3 \\ y-7z=-6 \\ \boxed{z=1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2y+1=-3 \\ y-7=-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2y=-4 \\ \boxed{y=1} \end{cases} \Rightarrow 3x+2=-4 \Rightarrow 3x=-6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x=-2}$$

La solución del sistema planteado es *x = –2*, *y = 1*, *z = 1*.

PROBLEMA 4 (2 puntos)
En un taller de decoración se venden espejos y cuadros con un beneficio de 120 euros por cada espejo y 180 euros por cada cuadro. Dispone para la venta de 45 artículos en total entre ambos productos que, previamente, ha fabricado necesitando 1 hora para la fabricación de cada espejo y 4 horas para elaborar cada cuadro, con una disponibilidad de, como mucho, 60 horas. Calcula el número de espejos y cuadros que debe vender para hacer máximos los beneficios, así como el valor de dichos beneficios máximos.

Es un problema de programación lineal.
Llamamos x = número de espejos a vender, y = número de cuadros a vender.

Se desea maximizar los beneficios, siendo estos de 120 euros por cada espejo y 180 euros por cada cuadro.

$$B(x,y)=120x+180y$$

"Dispone para la venta de 45 artículos en total entre ambos productos" → $x+y\leq 45$

"Necesitando 1 hora para la fabricación de cada espejo y 4 horas para elaborar cada cuadro, con una disponibilidad de, como mucho, 60 horas" → $x+4y\leq 60$

Las cantidades deben ser positivas → $x\geq 0;\quad y\geq 0$

Reunimos todas estas inecuaciones en un sistema de inecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} x+y\leq 45 \\ x+4y\leq 60 \\ x\geq 0;\quad y\geq 0 \end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

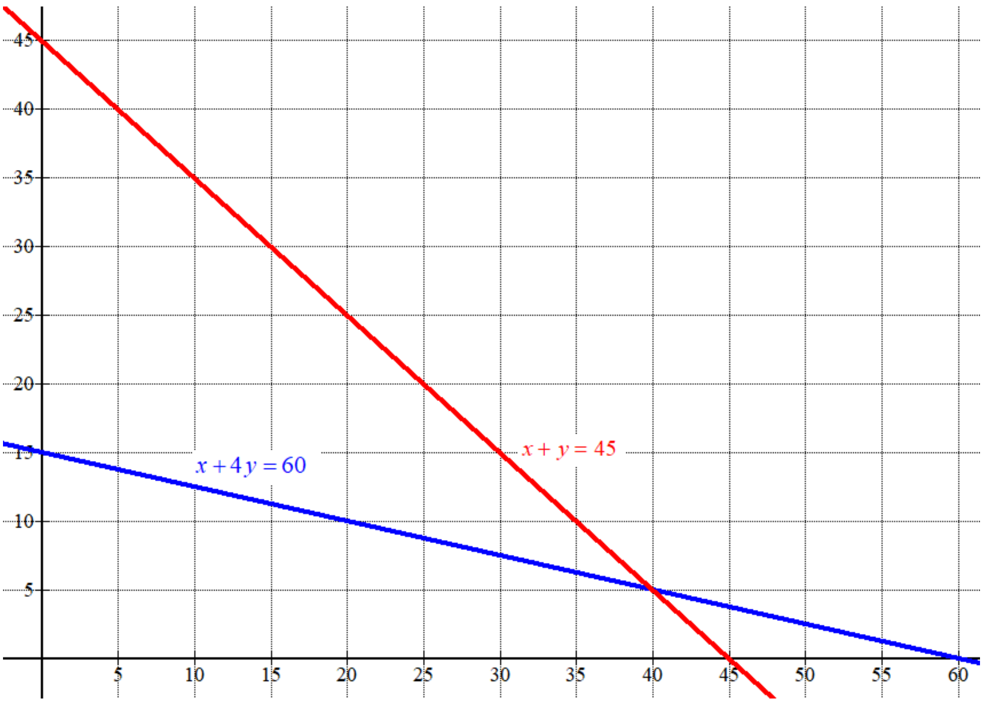
$x+y=45$

x	$y=45-x$
0	45
40	5
45	0

$x+4y=60$

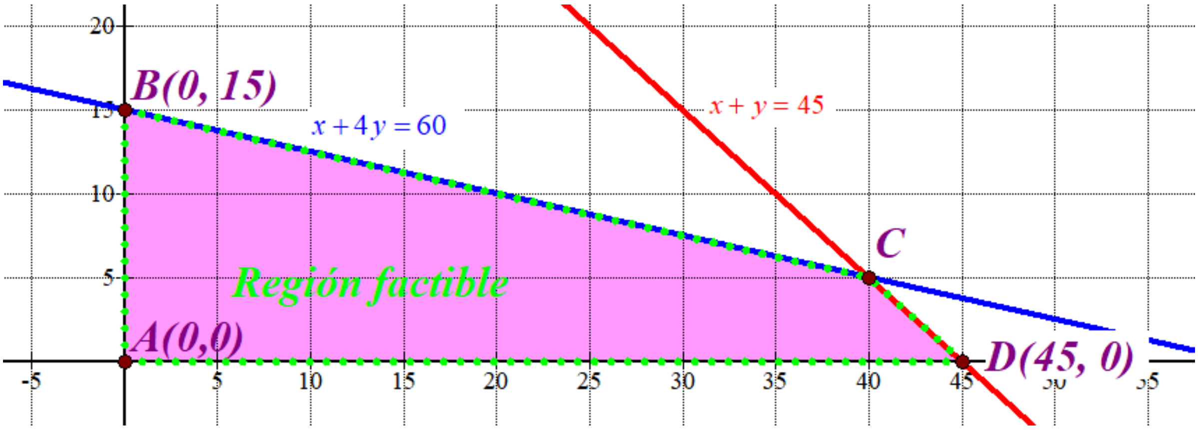
x	$y=\frac{60-x}{4}$
0	15
40	5
60	0

$x\geq 0;\quad y\geq 0$
Primer cuadrante



Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x+y\le 45 \\ x+4y\le 60 \\ x\ge 0;\quad y\ge 0 \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante que está por debajo de la recta roja y azul.

Coloreamos de rosa la región factible e indicamos las coordenadas de sus vértices.



Hallamos las coordenadas del punto C resolviendo el sistema planteado por las ecuaciones de las dos rectas.

C → $\left.\begin{array}{l} x+y=45 \\ x+4y=60 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=45-y \\ x+4y=60 \end{array}\right\} \Rightarrow 45-y+4y=60 \Rightarrow 3y=15 \Rightarrow \boxed{y=5} \Rightarrow \boxed{x=45-5=40}$

El valor máximo de la función Beneficios $B(x,y)=40x+100y$ está situado en uno de sus vértices, averiguamos en cual valorando la función en cada uno de ellos.

A(0, 0) → $B(0,0)=0$

B(0, 15) → $B(0,15)=0+2700=2700$

C(40, 5) → $B(40,5)=5700$

D(45, 0) → $B(45,0)=5400$

El valor máximo es 5700 y se obtiene en el vértice C(40, 5).

El beneficio máximo se obtiene vendiendo 40 espejos y 5 cuadros. Siendo 5700 € los beneficios máximos que se pueden obtener.

PROBLEMA 5 (2 puntos)
Los beneficios de una empresa (en miles de euros) *B(t)* durante los primeros 10 años dependen del tiempo transcurrido *t* (en años) desde su creación según la función:

$$B(t)=\begin{cases} t^2-8t+2A & 1\le t<6 \\ Bt & 6\le t\le 10 \end{cases}$$

Calcular, razonando la respuesta, las constantes A y B sabiendo que la función *B(t)* es continua y que en el año 8 obtuvo unos beneficios de 16 mil euros.

Para que la función sea continua debe serlo en *t = 6* y para ello los límites laterales deben ser iguales al valor de la función en *t = 6*.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 6^-} B(t)=\lim\limits_{x\to 6^-} t^2-8t+2A=36-48+2A=-12+2A \\ \lim\limits_{x\to 6^+} B(t)=\lim\limits_{x\to 6^+} Bt=6B \\ B(6)=6B \end{array}\right\} \Rightarrow -12+2A=6B \Rightarrow \boxed{-6+A=3B}$$

En el año 8 obtuvo unos beneficios de 16 mil euros significa que *B(8) = 16*.

$$B(8)=8B=16\Rightarrow \boxed{B=2}$$

Sustituimos en la ecuación anterior: $-6+A=6\Rightarrow \boxed{A=12}$

Los valores buscados son *A = 12* y *B = 2*.

PROBLEMA 6 **(2 puntos)**
El precio de cierto perfume, *P(x)*, (en euros) depende del porcentaje que contiene de la esencia de cierta flor, *x*, (en tanto por ciento), de acuerdo con la función:

$$P(x)=4x^3-6x^2-24x+90 \quad 0\le x\le 4$$

Se pide determinar, razonando las respuestas, para qué porcentajes alcanza este perfume sus precios máximo y mínimo y a cuánto ascienden estos precios.

Utilizamos la derivada para obtener los puntos críticos de la función.

$$P(x)=4x^3-6x^2-24x+90 \Rightarrow P'(x)=12x^2-12x-24$$

$$P'(x)=0 \Rightarrow 12x^2-12x-24=0 \Rightarrow x^2-x-2=0 \Rightarrow$$

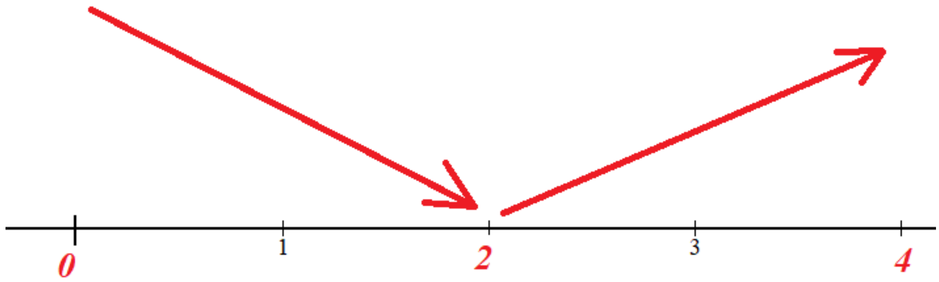
$$\Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{(-1)^2-4(-2)}}{2}=\frac{1\pm 3}{2}=\begin{cases}\frac{1+3}{2}=2\in[0,4]\\ \frac{1-3}{2}=-1\notin[0,4]\end{cases}$$

Estudiamos el cambio de signo de la derivada en $[0,4]$ teniendo en cuenta el punto crítico *x = 2*.

En $(0,2)$ tomamos $x=1$ la derivada vale $P'(1)=12\cdot 1^2-12\cdot 1-24=-24<0$. La función decrece en $(0,2)$

En $(2,4)$ tomamos $x=3$ la derivada vale $P'(3)=12\cdot 3^2-12\cdot 3-24=48>0$. La función crece en $(2,4)$.

La función sigue el esquema siguiente:



La función presenta un mínimo relativo en *x = 2*, siendo también un mínimo absoluto.
Este precio mínimo de $P(2)=4\cdot 2^3-6\cdot 2^2-24\cdot 2+90=50$

El precio mínimo se alcanza con un porcentaje de esencia del 2 %, y el precio mínimo es de 50 €.

Para el valor máximo valoramos la función en los extremos del intervalo $[0,4]$, pues en uno de los extremos está el valor máximo.

$$\left.\begin{array}{l}P(0)=90\\ P(4)=4\cdot 4^3-6\cdot 4^2-24\cdot 4+90=154\end{array}\right\}$$ El precio máximo es de 154 € y se obtiene con un 4 % de esencia.

PROBLEMA 7 (2 puntos)

a) Determinar, razonando la respuesta, el área encerrada por la función $f(x) = -x^2 + x$ y el eje OX entre $x = 0$ y $x = 2$. **(1 punto)**

b) Determinar, razonando la respuesta, las asíntotas de la función: **(1 punto)**

$$g(x) = \frac{3-2x^2}{-x^2+x}$$

a) Averiguamos si la gráfica de la función corta el eje OX.

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = -x^2 + x \\ y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow -x^2 + x = 0 \Rightarrow x(-x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -x+1 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

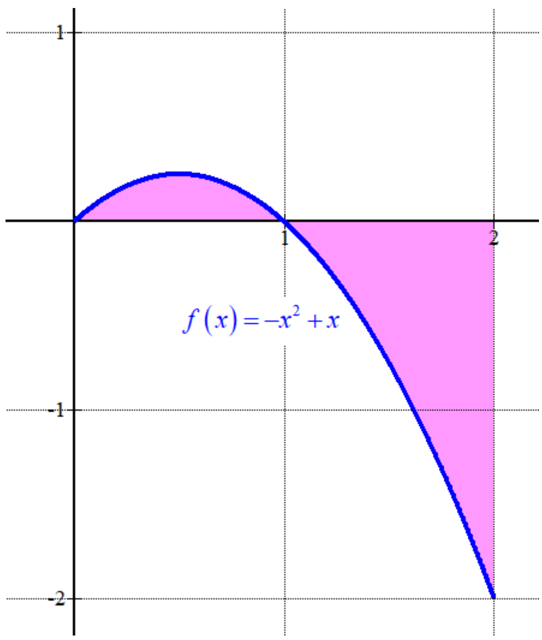
Como $x = 1$ está comprendido entre 0 y 2 el área se calcula con la suma del valor absoluto de la integral definida de la función entre 0 y 1 y el valor absoluto de la integral definida de la función entre 1 y 2.

$$Área = \left|\int_0^1 -x^2 + xdx\right| + \left|\int_1^2 -x^2 + xdx\right| = \left|\left[-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right]_0^1\right| + \left|\left[-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right]_1^2\right| =$$

$$= \left|\left[-\frac{1^3}{3} + \frac{1^2}{2}\right] - \left[-\frac{0^3}{3} + \frac{0^2}{2}\right]\right| + \left|\left[-\frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2}\right] - \left[-\frac{1^3}{3} + \frac{1^2}{2}\right]\right| =$$

$$= \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right| + \left|2 - \frac{8}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{6} + \left|-\frac{5}{6}\right| = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \boxed{1u^2}$$

No pide dibujar la región, pero lo hacemos para comprobar la bondad de la solución.



b) El dominio de la función $g(x)=\dfrac{3-2x^2}{-x^2+x}$ son todos los valores reales menos los que anulan el denominador.

$$g(x)=\frac{3-2x^2}{-x^2+x} \Rightarrow -x^2+x=0 \Rightarrow x(-x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ -x+1=0 \rightarrow x=1 \end{cases}$$

El dominio es $\mathbb{R}-\{0,1\}$

Asíntotas verticales. $x=a$

¿ $x=0$?

$$\lim_{x\to 0} g(x)=\lim_{x\to 0}\frac{3-2x^2}{-x^2+x}=\frac{3-0}{0}=\infty.$$ $x=0$ es asíntota vertical.

¿ $x=1$?

$$\lim_{x\to 1} g(x)=\lim_{x\to 1}\frac{3-2x^2}{-x^2+x}=\frac{3-2}{0}=\infty.$$ $x=1$ es asíntota vertical.

Las asíntotas verticales son $x=0$ y $x=1$.

Asíntota horizontal. $y=b$

$$b=\lim_{x\to\infty} g(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{3-2x^2}{-x^2+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-\frac{2x^2}{x^2}}{-\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-2}{-1+\frac{1}{x}}=2$$

La asíntota horizontal es $y=2$

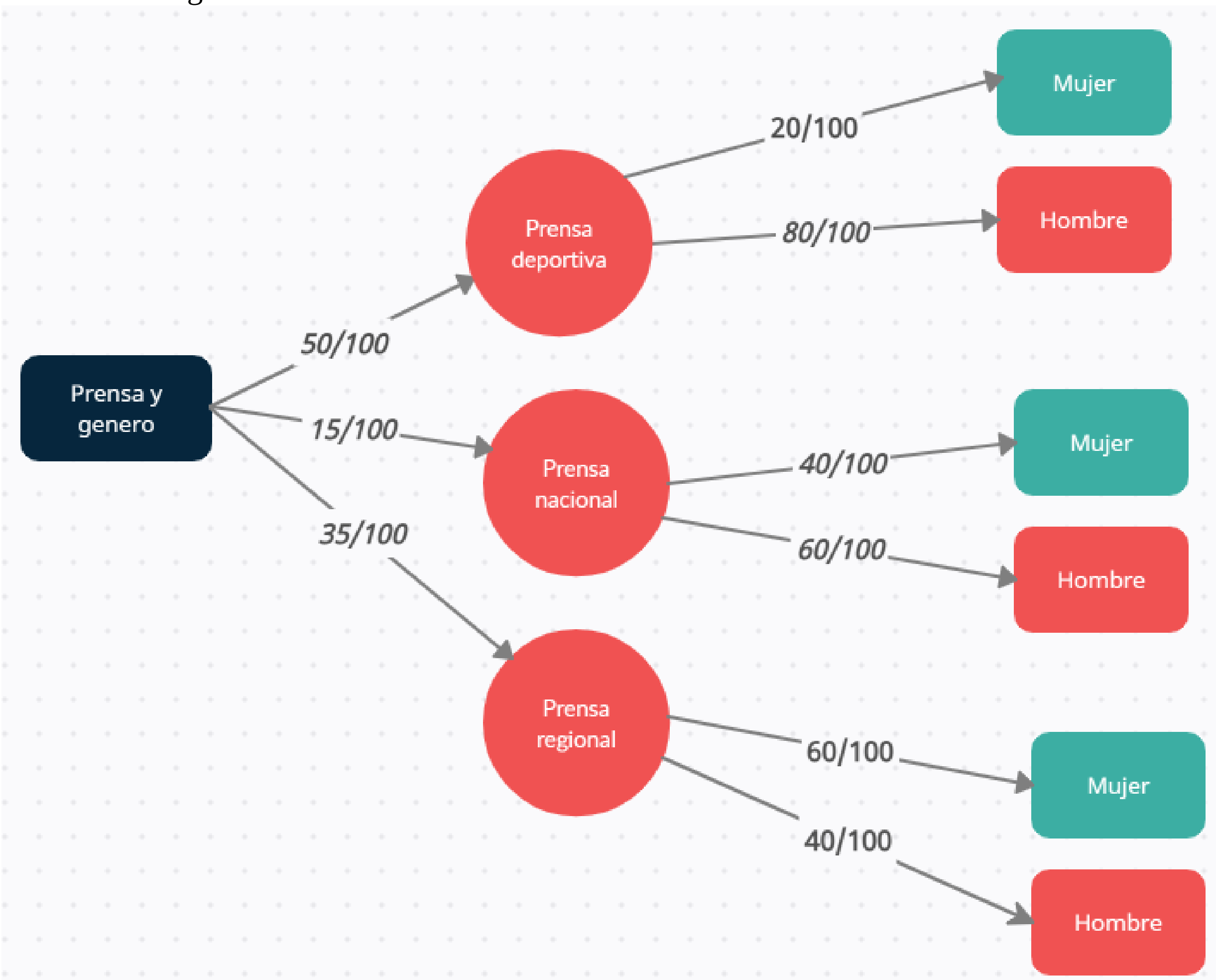
Asíntota oblicua. $y=mx+n$

No existe pues existe asíntota horizontal.

La función tiene dos asíntotas verticales: $x=0$, $x=1$ y una asíntota horizontal $y=2$.

PROBLEMA 8 (2 puntos)
En un quiosco de prensa, el 50% de los clientes compra prensa deportiva, el 15% prensa nacional y el resto prensa regional. El 20% de los clientes de prensa deportiva, el 40% de los de prensa nacional y el 60% de los de prensa regional son mujeres. Se pide, razonando la respuesta:
a) Calcular la probabilidad de que un cliente de dicho quiosco sea mujer. **(1 punto)**
b) Calcular la probabilidad de que un cliente, que sabemos que es un hombre, compre prensa regional. **(1 punto)**

Realizamos un diagrama de árbol.



Llamamos D = "Leer prensa Deportiva", N = "Leer prensa Nacional", R = "Leer prensa Regional", M = "Ser mujer" y $\overline{M}$ = "Ser hombre"

a) Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(M)=P(D)\cdot P(M/D)+P(N)\cdot P(M/N)+P(R)\cdot P(M/R)=$$

$$=\frac{50}{100}\cdot\frac{20}{100}+\frac{15}{100}\cdot\frac{40}{100}+\frac{35}{100}\cdot\frac{60}{100}=\frac{37}{100}=\boxed{0.37}$$

b) Es una probabilidad a posteriori, aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(R/\overline{M})=\frac{P(R\cap\overline{M})}{P(\overline{M})}=\frac{P(R)P(\overline{M}/R)}{1-P(M)}=\frac{\frac{35}{100}\cdot\frac{40}{100}}{1-0.37}=\boxed{\frac{2}{9}\simeq 0.22}$$

PROBLEMA 9 (2 puntos)
El contenido de verdura de los botes de una marca de purés para bebés es una variable que se supone con distribución normal con desviación típica 23 gramos. Se seleccionan al azar 121 botes, registrándose el contenido en verdura de dichos botes, resultando una media de 146 gramos. Hallar un intervalo de confianza, al nivel de confianza del 95%, para la cantidad media de verduras que contienen dichos botes de puré.
Razona la respuesta.

Sea X = Contenido de verdura en los botes de purés (gramos).

X = N(μ, 23)

El tamaño de la muestra es $n = 121$ y la media de la muestra es $\bar{x} = 143\, gramos$

El nivel de confianza del 95% significa que

$$1 - \alpha = 0{,}95 \rightarrow \alpha = 0{,}05 \rightarrow \alpha/2 = 0'025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}975 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1{,}96}$$

Calculamos el error del intervalo de confianza.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}96 \cdot \frac{23}{\sqrt{121}} = 4.0982$$

El intervalo de confianza es:

$$\left(\bar{x} - Error,\ \bar{x} + Error\right) = \left(146 - 4.0982,\ 146 + 4.0982\right) = \left(141.9018,\ 150.0982\right).$$

Con un nivel de confianza del 95 % la cantidad media de verduras que contienen los botes está entre 141.9018 gramos y 150.0982 gramos.

PROBLEMA 10 (2 puntos)
Una cadena de supermercados tiene en plantilla 3000 cajeros, 4000 reponedores y 1000 transportistas. Se desea obtener una muestra de 200 trabajadores para una encuesta sobre la satisfacción con el puesto de trabajo. Se pide, razonando las respuestas:
a) Atendiendo a razones de proporcionalidad, ¿cuántos cajeros, reponedores y transportistas debería seleccionar la empresa para la encuesta? **(1,5 puntos)**
b) Si 30 de los cajeros encuestados estaban satisfechos con su trabajo, dar una estimación de la proporción de cajeros satisfechos con su puesto de trabajo. **(0,5 puntos)**

a) En total son 8000 trabajadores.

Debe elegir $\frac{3000}{8000}\cdot 200=\frac{600}{8}=75$ cajeros, $\frac{4000}{8000}\cdot 200=\frac{800}{8}=100$ reponedores y $\frac{1000}{8000}\cdot 200=\frac{200}{8}=25$ transportistas.

b) 30 de 75 cajeros están satisfechos, es una proporción $\frac{30}{75}=\frac{2}{5}=0.40$.

2 de cada 5 cajeros están satisfechos con su trabajo. Un 40 % de los cajeros están satisfechos.