

MATEMÁTICAS II

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que pode responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só serán corrixidas as 5 primeiras respondidas**.

1. Números e Álgebra

Despexe X da ecuación matricial $AB(X - I) = C$, onde I é a matriz identidade (asuma que o produto AB ten inversa). Logo, calcule X se

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Números e Álgebra

Discuta, segundo os valores do parámetro m , o sistema
$$\begin{cases} x + (m-3)y + mz = 1, \\ (m-3)y + (m^2-m)z = 1, \\ x + m^2z = 0. \end{cases}$$

3. Análise

a) Calcule os límites $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x}{\sin x}$ e $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$, onde $\ln x$ é o logaritmo neperiano de x .

b) Debuxe a gráfica dunha función f continua e non negativa no intervalo $[0,3]$ tal que: $f(0) = 0$, $f(3) = 0$, $f'' > 0$ no intervalo $(0,1)$, $f'' < 0$ no intervalo $(2,3)$ e f é constante no intervalo $(1,2)$.

4. Análise

Obteña a función f , sabendo que $f''(x) = 2x - e^{-x}$ e que a ecuación da recta tanxente á gráfica de f no punto de abscisa $x = 0$ é $y = 3x - 1$.

5. Xeometría

a) Obteña a ecuación implícita ou xeral do plano π que pasa polo punto $P(1, -1, 0)$ e é perpendicular á recta

$$r: \begin{cases} x = 1 + \lambda, \\ y = -1, \\ z = 0, \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

b) Calcule os dous puntos da recta $r: \begin{cases} x = \lambda, \\ y = \lambda, \\ z = \lambda, \end{cases} \lambda \in \mathbb{R}$, cuxa distancia ao plano $\pi: x - 1 = 0$ é igual a 2.

6. Xeometría

a) Ache os valores de k e de m que fan que os puntos $A(k, 3, m)$, $B(2, 0, 2)$ e $C(k, 2, 0)$ estean aliñados.

b) Estude a posición relativa das rectas $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$ e $s: \frac{x+2}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{3}$. Se se cortan, calcule o punto de corte.

7. Estatística e Probabilidade

a) Se $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ e $P(B) = \frac{1}{4}$, calcule $P(A)$ sabendo que A e B son sucesos incompatibles. Canto valería $P(A)$ se supuxésemos que A e B son, en lugar de incompatibles, independentes?

b) Nunha certa cidade, o 21% das persoas len ciencia ficción, o 63% len novela negra, e o 17% len tanto ciencia ficción como novela negra. Se se elixe ao azar unha persoa desa cidade, calcule:

- A probabilidade de que lea novela negra sabendo que lea ciencia ficción.
- A probabilidade de que non lea nin ciencia ficción nin novela negra.

8. Estatística e Probabilidade

a) Calcule o valor de $P(-2 \leq X \leq 7)$ se X segue unha distribución normal de media 1 e desviación típica 3.

b) Calcule o valor de α que fai que $P(\mu - \alpha \leq X \leq \mu + \alpha) = 0.8064$ se X segue unha distribución normal de media μ e desviación típica 4.

MATEMÁTICAS II

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas**.

1. Números y Álgebra

Despeje X de la ecuación matricial $AB(X - I) = C$, donde I es la matriz identidad (asuma que el producto AB tiene inversa). Luego, calcule X si

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Números y Álgebra

Discuta, según los valores del parámetro m , el sistema
$$\begin{cases} x + (m-3)y + mz = 1, \\ (m-3)y + (m^2 - m)z = 1, \\ x + m^2z = 0. \end{cases}$$

3. Análisis

a) Calcule los límites $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x}{\sin x}$ y $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$, donde $\ln x$ es el logaritmo neperiano de x .

b) Dibuje la gráfica de una función f continua y no negativa en el intervalo $[0,3]$ tal que: $f(0) = 0$, $f(3) = 0$, $f'' > 0$ en el intervalo $(0,1)$, $f'' < 0$ en el intervalo $(2,3)$ y f es constante en el intervalo $(1,2)$.

4. Análisis

Obtenga la función f , sabiendo que $f''(x) = 2x - e^{-x}$ y que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$ es $y = 3x - 1$.

5. Geometría

a) Obtenga la ecuación implícita o general del plano π que pasa por el punto $P(1, -1, 0)$ y es perpendicular a

la recta $r: \begin{cases} x = 1 + \lambda, \\ y = -1, \\ z = 0, \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}.$

b) Calcule los dos puntos de la recta $r: \begin{cases} x = \lambda, \\ y = \lambda, \\ z = \lambda, \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$, cuya distancia al plano $\pi: x - 1 = 0$ es igual a 2.

6. Geometría

a) Halle los valores de k y de m que hacen que los puntos $A(k, 3, m)$, $B(2, 0, 2)$ y $C(k, 2, 0)$ estén alineados.

b) Estudie la posición relativa de las rectas $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$ y $s: \frac{x+2}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{3}$. Si se cortan, calcule el punto de corte.

7. Estadística y Probabilidad

a) Si $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ y $P(B) = \frac{1}{4}$, calcule $P(A)$ sabiendo que A y B son sucesos incompatibles. ¿Cuánto valdría $P(A)$ si supusiéramos que A y B son, en lugar de incompatibles, independientes?

b) En una cierta ciudad, el 21% de las personas leen ciencia ficción, el 63% leen novela negra, y el 17% leen tanto ciencia ficción como novela negra. Si se elige al azar una persona de esa ciudad, calcule:

- La probabilidad de que lea novela negra sabiendo que lee ciencia ficción.
- La probabilidad de que no lea ni ciencia ficción ni novela negra.

8. Estadística y Probabilidad

a) Calcule el valor de $P(-2 \leq X \leq 7)$ si X sigue una distribución normal de media 1 y desviación típica 3.

b) Calcule el valor de α que hace que $P(\mu - \alpha \leq X \leq \mu + \alpha) = 0.8064$ si X sigue una distribución normal de media μ y desviación típica 4.