

## MATEMÁTICAS II

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que pode responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só serán corrixidas as 5 primeiras respondidas**.

### 1. Números e Álgebra

Despexe  $X$  da ecuación matricial  $AB(X - I) = C$ , onde  $I$  é a matriz identidade (asuma que o produto  $AB$  ten inversa). Logo, calcule  $X$  se

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

### 2. Números e Álgebra

Discuta, segundo os valores do parámetro  $m$ , o sistema 
$$\begin{cases} x + (m-3)y + mz = 1, \\ (m-3)y + (m^2 - m)z = 1, \\ x + m^2z = 0. \end{cases}$$

### 3. Análise

a) Calcule os límites  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x}{\sin x}$  e  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$ , onde  $\ln x$  é o logaritmo neperiano de  $x$ .

b) Debuxe a gráfica dunha función  $f$  continua e non negativa no intervalo  $[0,3]$  tal que:  $f(0) = 0$ ,  $f(3) = 0$ ,  $f'' > 0$  no intervalo  $(0,1)$ ,  $f'' < 0$  no intervalo  $(2,3)$  e  $f$  é constante no intervalo  $(1,2)$ .

### 4. Análise

Obteña a función  $f$ , sabendo que  $f''(x) = 2x - e^{-x}$  e que a ecuación da recta tanxente á gráfica de  $f$  no punto de abscisa  $x = 0$  é  $y = 3x - 1$ .

### 5. Xeometría

a) Obteña a ecuación implícita ou xeral do plano  $\pi$  que pasa polo punto  $P(1, -1, 0)$  e é perpendicular á recta

$$r: \begin{cases} x = 1 + \lambda, \\ y = -1, \\ z = 0, \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

b) Calcule os dous puntos da recta  $r: \begin{cases} x = \lambda, \\ y = \lambda, \\ z = \lambda, \end{cases} \lambda \in \mathbb{R}$ , cuxa distancia ao plano  $\pi: x - 1 = 0$  é igual a 2.

### 6. Xeometría

a) Ache os valores de  $k$  e de  $m$  que fan que os puntos  $A(k, 3, m)$ ,  $B(2, 0, 2)$  e  $C(k, 2, 0)$  estean aliñados.

b) Estude a posición relativa das rectas  $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$  e  $s: \frac{x+2}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{3}$ . Se se cortan, calcule o punto de corte.

### 7. Estatística e Probabilidade

a) Se  $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$  e  $P(B) = \frac{1}{4}$ , calcule  $P(A)$  sabendo que  $A$  e  $B$  son sucesos incompatibles. Canto valería  $P(A)$  se supuxésemos que  $A$  e  $B$  son, en lugar de incompatibles, independentes?

b) Nunha certa cidade, o 21% das persoas len ciencia ficción, o 63% len novela negra, e o 17% len tanto ciencia ficción como novela negra. Se se elixe ao azar unha persoa desa cidade, calcule:

- A probabilidade de que lea novela negra sabendo que lea ciencia ficción.
- A probabilidade de que non lea nin ciencia ficción nin novela negra.

### 8. Estatística e Probabilidade

a) Calcule o valor de  $P(-2 \leq X \leq 7)$  se  $X$  segue unha distribución normal de media 1 e desviación típica 3.

b) Calcule o valor de  $\alpha$  que fai que  $P(\mu - \alpha \leq X \leq \mu + \alpha) = 0.8064$  se  $X$  segue unha distribución normal de media  $\mu$  e desviación típica 4.

## MATEMÁTICAS II

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas**.

### 1. Números y Álgebra

Despeje  $X$  de la ecuación matricial  $AB(X - I) = C$ , donde  $I$  es la matriz identidad (asuma que el producto  $AB$  tiene inversa). Luego, calcule  $X$  si

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

### 2. Números y Álgebra

Discuta, según los valores del parámetro  $m$ , el sistema 
$$\begin{cases} x + (m-3)y + mz = 1, \\ (m-3)y + (m^2 - m)z = 1, \\ x + m^2z = 0. \end{cases}$$

### 3. Análisis

a) Calcule los límites  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x}{\sin x}$  y  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$ , donde  $\ln x$  es el logaritmo neperiano de  $x$ .

b) Dibuje la gráfica de una función  $f$  continua y no negativa en el intervalo  $[0,3]$  tal que:  $f(0) = 0$ ,  $f(3) = 0$ ,  $f'' > 0$  en el intervalo  $(0,1)$ ,  $f'' < 0$  en el intervalo  $(2,3)$  y  $f$  es constante en el intervalo  $(1,2)$ .

### 4. Análisis

Obtenga la función  $f$ , sabiendo que  $f''(x) = 2x - e^{-x}$  y que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$  es  $y = 3x - 1$ .

### 5. Geometría

a) Obtenga la ecuación implícita o general del plano  $\pi$  que pasa por el punto  $P(1, -1, 0)$  y es perpendicular a

la recta  $r: \begin{cases} x = 1 + \lambda, \\ y = -1, \\ z = 0, \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}.$

b) Calcule los dos puntos de la recta  $r: \begin{cases} x = \lambda, \\ y = \lambda, \\ z = \lambda, \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$ , cuya distancia al plano  $\pi: x - 1 = 0$  es igual a 2.

### 6. Geometría

a) Halle los valores de  $k$  y de  $m$  que hacen que los puntos  $A(k, 3, m)$ ,  $B(2, 0, 2)$  y  $C(k, 2, 0)$  estén alineados.

b) Estudie la posición relativa de las rectas  $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$  y  $s: \frac{x+2}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{3}$ . Si se cortan, calcule el punto de corte.

### 7. Estadística y Probabilidad

a) Si  $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$  y  $P(B) = \frac{1}{4}$ , calcule  $P(A)$  sabiendo que  $A$  y  $B$  son sucesos incompatibles. ¿Cuánto valdría  $P(A)$  si supusiéramos que  $A$  y  $B$  son, en lugar de incompatibles, independientes?

b) En una cierta ciudad, el 21% de las personas leen ciencia ficción, el 63% leen novela negra, y el 17% leen tanto ciencia ficción como novela negra. Si se elige al azar una persona de esa ciudad, calcule:

- La probabilidad de que lea novela negra sabiendo que lee ciencia ficción.
- La probabilidad de que no lea ni ciencia ficción ni novela negra.

### 8. Estadística y Probabilidad

a) Calcule el valor de  $P(-2 \leq X \leq 7)$  si  $X$  sigue una distribución normal de media 1 y desviación típica 3.

b) Calcule el valor de  $\alpha$  que hace que  $P(\mu - \alpha \leq X \leq \mu + \alpha) = 0.8064$  si  $X$  sigue una distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica 4.