



PRIMERA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A1

Discute la existencia de soluciones del sistema de ecuaciones lineales que sigue en función de los valores del parámetro α :

$$\begin{cases} x + y + \alpha z = \alpha, \\ 2x + \alpha y + \alpha z = 1, \\ x + \alpha y + z = 1. \end{cases}$$

Resuelve el sistema para $\alpha = -1$ y $\alpha = 1$, si es posible.

Ejercicio B1

Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} m & m & 2 \\ 1 & m-2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

- Determina para qué valores del parámetro m la matriz A no tiene inversa.
- Calcula, si es posible, la matriz inversa de A para $m = 0$.

SEGUNDA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A2

Se consideran la recta r cuyas ecuaciones paramétricas son:

$$r \equiv \begin{cases} x = t, \\ y = 2t, \\ z = 0; \end{cases}$$

y el plano $\pi \equiv x + y + z - 2 = 0$. Calcula las coordenadas de un punto P perteneciente a la recta r tal que la distancia de P al plano π sea igual que la distancia de P al origen de coordenadas. ¿Es único dicho punto? Contesta razonadamente.



Ejercicio B2

Sean el punto $P = (1, 2, a)$, donde $a \neq 0$, y el plano $\pi \equiv x + y + 2z = 3$. Halla las coordenadas del punto simétrico de P respecto al plano π .

TERCERA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A3

Dada la función $f(x) = (x - 1)^2 e^{-2x}$, estudia sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y calcula sus máximos y mínimos.

Ejercicio B3

Sea $f(x) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$. Encuentra los valores de los parámetros A , B y C para que f se anule en el punto de abscisa $x = 1$ y las rectas tangentes a la gráfica de f en los puntos de abscisa $x = -1$ y $x = 3$ sean paralelas a la recta $y = 2x + 1$.

CUARTA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A4

Calcula $\int \frac{7x + 13}{(x + 1)(x^2 - x - 2)} dx$.

Ejercicio B4

Dibuja el recinto limitado por las gráficas de las funciones $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{-x}$ y la recta horizontal $y = e$, y calcula el área de ese recinto.



QUINTA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A5

Tenemos dos urnas con el siguiente número de bolas blancas y negras:

T: 4 bolas negras y 6 blancas,

R: 7 bolas negras y 3 blancas.

Se selecciona al azar una urna, se extrae una bola y se coloca en la otra urna. A continuación, se extrae una bola de esta última urna. Calcula la probabilidad de que las dos bolas extraídas:

- (a) sean negras,
- (b) sean blancas,
- (c) sean de distinto color.

Ejercicio B5

El peso (en gramos) de una pieza fabricada en serie sigue una distribución normal de media 52 y desviación típica 6,5.

- (a) Calcula la probabilidad de que el peso de una pieza fabricada esté comprendida entre 50 y 68 gramos.
- (b) Si el 30 % de las piezas fabricadas pesa más que una pieza dada, ¿cuánto pesa esta última?

