



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
207 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES.
 EBAU2022 - JULIO

OBSERVACIONES IMPORTANTES: Debes responder a un máximo de 4 preguntas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 preguntas, sólo se corregirán las cuatro primeras que haya respondido el estudiante. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

CUESTIÓN 1. (2,5 puntos) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, se pide:

- Calcular el valor de a para el que $B^2 = A$ (0,75 puntos)
- Calcular la matriz inversa A^{-1} (0,75 puntos)
- Para $a = 0$, encuentre la matriz X que satisface la ecuación $AX + B = C$ (1 punto)

CUESTIÓN 2. (2,5 puntos) Sea S la región del plano delimitado por el sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 10 \\ x + 2y \geq 8 \\ 2 \leq y \leq x + 6 \\ x \leq 6 \end{array} \right\}$$

- Represente la región S y calcule sus vértices. (2 puntos)
- Determine el punto de la región factible donde la función $f(x, y) = -x + 2y$ alcanza su valor mínimo. Calcule dicho valor. (0,5 puntos)

CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) La ecuación de demanda de un determinado producto viene dado por la expresión $p = 400 - 2q$, y su función de coste total es $C(q) = 0,2q^2 + 4q + 400$, donde q es el número de unidades de dicho producto y p se expresa en euros por unidad. Determine:

- La expresión de la función de beneficios de la empresa.
- El nivel de producción, q , para el que se maximiza la función de beneficios de la empresa.
- El precio para el que el beneficio es máximo.
- El beneficio máximo.

CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Sea la función $f(x) = \begin{cases} xe^x & \text{si } x \leq 0 \\ ax + b & \text{si } 0 < x < 1 \\ 1 + x \ln x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- Calcular el valor de los parámetros a y b para que la función sea continua en todo su dominio.
- Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$. (1,5 puntos)

CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2-4}$, calcule:

- El dominio de definición de la función y el punto de corte con los ejes coordenados. (0,5 puntos)

- b) Las asíntotas verticales y horizontales, si las hay.
- c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- d) Máximos y mínimos locales.

CUESTIÓN 6. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$:

- a) Calcular la derivada $f'(x)$ (1 punto)
- b) Calcular $\int f(x)dx$. (1 punto)
- c) Calcular $\int_0^1 f(x)dx$ (0,5 puntos)

CUESTIÓN 7. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = 4x - x^2$:

- a) Representar gráficamente el recinto del plano limitado por la función $f(x)$, el eje OX y las rectas $x=1$ y $x=3$ (1 punto)
- b) Calcule el área del recinto del apartado anterior. (1,5 puntos)

CUESTIÓN 8. (2,5 puntos)

- a) Sean A y B dos sucesos independientes, tales que $P(A) = 0,3$ y $P(A \cap B) = 0,12$:
 - i. Calcular $P(B)$. (0,5 puntos)
 - ii. Calcular $P(A \cup B)$. (0,5 puntos)
 - iii. Calcular $P(\bar{A} \cap \bar{B})$. (0,5 puntos)
- b) En una estación del AVE, el tiempo que tarda un viajero para acceder al tren desde que llega al control de equipajes sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica de 2 minutos. Se tomó una muestra aleatoria de 50 viajeros, y se observó que el tiempo medio de espera era de 16 minutos. Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo de espera de la maleta en ese aeropuerto con un nivel de confianza del 90 %. (1,5 puntos)

SOLUCIONES

CUESTIÓN 1. (2,5 puntos) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, se pide:

- a) Calcular el valor de a para el que $B^2 = A$ (0,75 puntos)
 b) Calcular la matriz inversa A^{-1} (0,75 puntos)
 c) Para $a = 0$, encuentre la matriz X que satisface la ecuación $AX + B = C$ (1 punto)

a)

$$B^2 = A \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 9+a^2 & 3a+a \\ 3a+a & a^2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9+a^2=10 \\ 4a=4 \\ 4a=4 \\ a^2+1=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2=1 \\ 4a=4 \\ 4a=4 \\ a^2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2=1 \\ 4a=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\sqrt{1}=\pm 1 \\ a=1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{a=1}$$

Para que $B^2 = A$ el valor de "a" debe ser 1.

b) Comprobamos si el determinante de A es no nulo y existe su inversa.

$$|A| = \begin{vmatrix} 10 & 4 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 20 - 16 = 4 \neq 0$$

El determinante de A es no nulo y existe su inversa. La calculamos usando los adjuntos.

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A^T)}{|A|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}}{4} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -4 & 10 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ -1 & 5/2 \end{pmatrix}}$$

c) Para $a = 0$ la matriz B queda $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Despejamos X de la ecuación matricial.

$$AX + B = C \Rightarrow AX = C - B \Rightarrow X = A^{-1}(C - B)$$

Sustituimos las matrices por su valor y obtenemos la expresión de X.

$$X = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ -1 & 5/2 \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ -1 & 5/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2-1 & 1/2-4 \\ -1+5/2 & -1+10 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{X = \begin{pmatrix} -1/2 & -7/2 \\ 3/2 & 9 \end{pmatrix}}$$

CUESTIÓN 2. (2,5 puntos) Sea S la región del plano delimitado por el sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} x + y &\leq 10 \\ x + 2y &\geq 8 \\ 2 &\leq y \leq x + 6 \\ x &\leq 6 \end{aligned} \right\}$$

- a) Represente la región S y calcule sus vértices. (2 puntos)
 b) Determine el punto de la región factible dónde la función $f(x, y) = -x + 2y$ alcanza su valor mínimo. Calcule dicho valor. (0,5 puntos)

a) Dibujar las rectas asociadas a cada inecuación y que delimitan la región factible.

$x + y = 10$

$x + 2y = 8$

$y = 2$

$y = x + 6$

$x = 6$

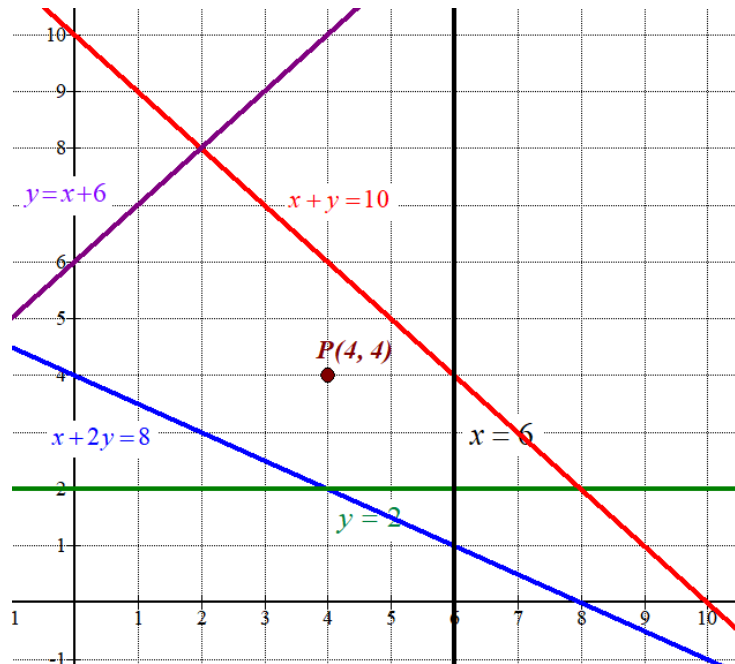
x	$y = 10 - x$
0	10
10	0

x	$y = \frac{8-x}{2}$
0	4
8	0

x	$y = 2$
0	2
8	2

x	$y = x + 6$
0	6
6	12

Recta vertical



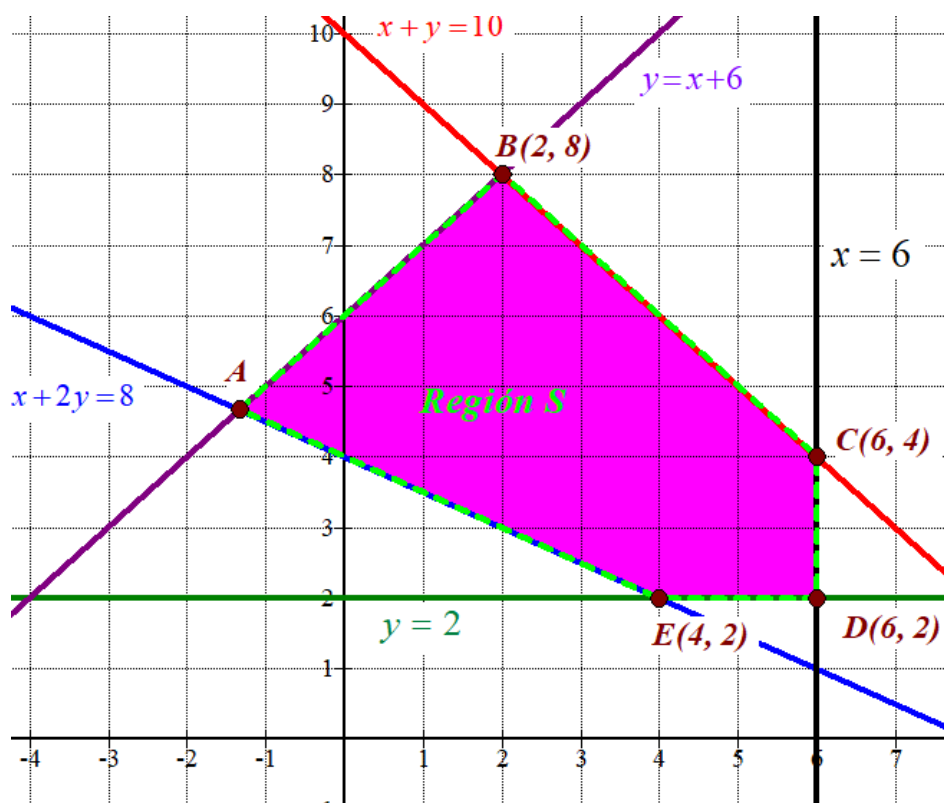
Como las inecuaciones son $\left. \begin{aligned} x + y &\leq 10 \\ x + 2y &\geq 8 \\ 2 &\leq y \leq x + 6 \\ x &\leq 6 \end{aligned} \right\}$ la región factible es la región del plano situada por

debajo de la recta roja, por encima de la recta azul, por encima de la verde, por debajo de la violeta y a la izquierda de la recta vertical negra.

Comprobamos que el punto P(4, 4) perteneciente a esta región cumple todas las inecuaciones.

$$\left. \begin{aligned} 4 + 4 &\leq 10 \\ 4 + 8 &\geq 8 \\ 2 &\leq 4 \leq 4 + 6 \\ 4 &\leq 6 \end{aligned} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de rosa la región e indicamos las coordenadas de los vértices.



Falta determinar las coordenadas del punto A. Resolvemos el sistema formado por las ecuaciones de las rectas que lo definen.

$$A \rightarrow \begin{cases} y = x + 6 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \Rightarrow x + 2(x + 6) = 8 \Rightarrow x + 2x + 12 = 8 \Rightarrow 3x = -4 \Rightarrow x = \frac{-4}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = -\frac{4}{3} + 6 = \frac{14}{3} \rightarrow A\left(\frac{-4}{3}, \frac{14}{3}\right)$$

Los vértices tienen coordenadas $A\left(\frac{-4}{3}, \frac{14}{3}\right)$, $B(2, 8)$, $C(6, 4)$, $D(6, 2)$ y $E(4, 2)$.

- b) Valoramos la función objetivo $f(x, y) = -x + 2y$ en cada uno de los vértices en busca del menor valor.

$$A\left(\frac{-4}{3}, \frac{14}{3}\right) \rightarrow f\left(\frac{-4}{3}, \frac{14}{3}\right) = \frac{4}{3} + \frac{28}{3} = \frac{32}{3} \approx 10.67$$

$$B(2, 8) \rightarrow f(2, 8) = -2 + 16 = 14$$

$$C(6, 4) \rightarrow f(6, 4) = -6 + 8 = 2$$

$$D(6, 2) \rightarrow f(6, 2) = -6 + 4 = -2 \text{ ¡Mínimo!}$$

$$E(4, 2) \rightarrow f(4, 2) = -4 + 4 = 0$$

El valor mínimo de la función $f(x, y) = -x + 2y$ en la región factible es -2 y se alcanza en el vértice $D(6, 2)$.

CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) La ecuación de demanda de un determinado producto viene dado por la expresión $p = 400 - 2q$, y su función de coste total es $C(q) = 0,2q^2 + 4q + 400$, donde q es el número de unidades de dicho producto y p se expresa en euros por unidad. Determine:

- La expresión de la función de beneficios de la empresa.
- El nivel de producción, q , para el que se maximiza la función de beneficios de la empresa.
- El precio para el que el beneficio es máximo.
- El beneficio máximo.

a) Los ingresos son el producto del número de unidades (q) por el precio (p) $\rightarrow I(q) = q(400 - 2q)$

Los beneficios son la diferencia entre los ingresos y el coste: $B(q) = I(q) - C(q)$

$$B(q) = I(q) - C(q) = q(400 - 2q) - (0,2q^2 + 4q + 400)$$

$$B(q) = 400q - 2q^2 - 0,2q^2 - 4q - 400 = -2,2q^2 + 396q - 400$$

b) Derivamos la función beneficios y la igualamos a cero.

$$B(q) = -2,2q^2 + 396q - 400 \Rightarrow B'(q) = -4,4q + 396$$

$$B'(q) = 0 \Rightarrow -4,4q + 396 = 0 \Rightarrow q = \frac{396}{4,4} = 90$$

Sustituimos este valor en la derivada segunda y comprobamos que da negativa.

$$B'(q) = -4,4q + 396 \Rightarrow B''(q) = -4,4 \Rightarrow B''(90) = -4,4 < 0$$

En $q = 90$ hay un máximo relativo de la función beneficio.

c) El precio para una producción de 90 unidades es $p = 400 - 2 \cdot 90 = 220$ €.

d) El beneficio máximo que se obtiene produciendo 90 unidades es:

$$B(90) = -2,2 \cdot 90^2 + 396 \cdot 90 - 400 = 17420 \text{ €}$$

CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Sea la función $f(x) = \begin{cases} xe^x & \text{si } x \leq 0 \\ ax + b & \text{si } 0 < x < 1 \\ 1 + x \ln x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- a) Calcular el valor de los parámetros a y b para que la función sea continua en todo su dominio.
 b) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$. (1,5 puntos)

- a) Para que sea continua en su dominio la función debe ser continua en $x = 0$ y en $x = 1$.

Continua en $x = 0$.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} xe^x = 0e^0 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} ax + b = b \\ f(0) &= 0e^0 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{b = 0}$$

Continua en $x = 1$.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} ax + b = a + b \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} 1 + x \ln x = 1 + 1 \ln 1 = 1 \\ f(1) &= 1 + 1 \ln 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow a + b = 1 \Rightarrow \{b = 0\} \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

Los valores buscados son $a = 1$ y $b = 0$.

- b) La ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$ tiene la expresión: $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$.

La función en el entorno de $x = 1$ tiene una doble definición. Comprobamos que es derivable y hallamos el valor de su derivada.

$$f(x) = \begin{cases} xe^x & \text{si } x \leq 0 \\ x & \text{si } 0 < x < 1 \\ 1 + x \ln x & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} e^x + xe^x & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } 0 < x < 1 \\ \ln x + x \frac{1}{x} = 1 + \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} f'(1^-) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 1 = 1 \\ f'(1^+) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 1 + \ln x = 1 + \ln 1 = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'(1^-) = f'(1^+) \Rightarrow f'(1) = 1$$

La función es derivable en $x = 1$ y el valor de la derivada es 1. La función en $x = 1$ vale $f(1) = 1$. Sustituimos en la ecuación de la recta tangente.

$$\left. \begin{aligned} y - f(1) &= f'(1)(x - 1) \\ f(1) &= 1 \\ f'(1) &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y - 1 = 1(x - 1) \Rightarrow \boxed{y = x}$$

La ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$ tiene la expresión $y = x$.

CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2-4}$, calcule:

- El dominio de definición de la función y el punto de corte con los ejes coordenados. (0,5 puntos)
- Las asíntotas verticales y horizontales, si las hay.
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Máximos y mínimos locales.

a) El dominio de definición son todos los números reales menos los que anulan el denominador.

$$f(x) = \frac{1-x^2}{x^2-4} \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm 2$$

El dominio es $\mathbb{R} - \{-2, +2\}$.

Los puntos de corte son:

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{1-0^2}{0^2-4} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \left(0, -\frac{1}{4}\right)$$

$$y = 0 \Rightarrow \frac{1-x^2}{x^2-4} = 0 \Rightarrow 1-x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1} = \pm 1 \Rightarrow (-1, 0) \text{ y } (1, 0)$$

Hay tres puntos de corte con los ejes coordenados: $\left(0, -\frac{1}{4}\right)$; $(-1, 0)$ y $(1, 0)$.

b) **Asíntota vertical.** $x = a$.

¿ $x = 2$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{1-2^2}{2^2-4} = \frac{-3}{0} = \infty$$

$x = 2$ es asíntota vertical

¿ $x = -2$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{1-(-2)^2}{(-2)^2-4} = \frac{-3}{0} = \infty$$

$x = -2$ es asíntota vertical

Asíntota horizontal. $y = b$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{x^2-4} = -1$$

$y = -1$ es asíntota horizontal.

c) Calculo la derivada y la igualo a cero en busca de los puntos críticos.

$$f(x) = \frac{1-x^2}{x^2-4} \Rightarrow f'(x) = \frac{(-2x)(x^2-4) - 2x(1-x^2)}{(x^2-4)^2} = \frac{-2x^3 + 8x - 2x + 2x^3}{(x^2-4)^2} = \frac{6x}{(x^2-4)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{6x}{(x^2 - 4)^2} = 0 \Rightarrow 6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

Estudiamos el signo de la derivada antes y después de $x = 0$.

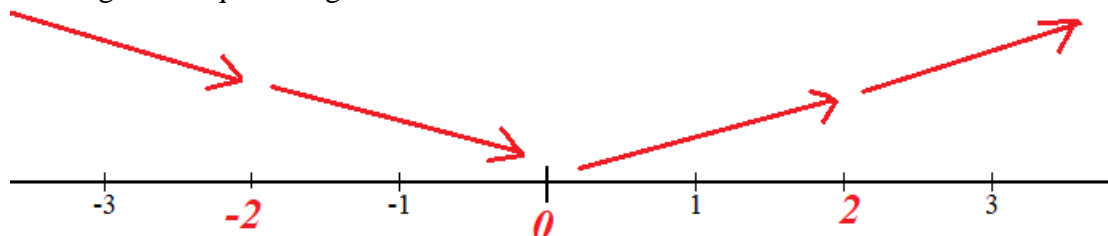
En $(-\infty, -2)$ tomamos $x = -3$ y la derivada vale $f'(-3) = \frac{-18}{((-3)^2 - 4)^2} = -\frac{18}{25} < 0$. La función decrece en $(-\infty, -2)$.

En $(-2, 0)$ tomamos $x = -1$ y la derivada vale $f'(-1) = \frac{-6}{((-1)^2 - 4)^2} = -\frac{6}{9} < 0$. La función decrece en $(-2, 0)$.

En $(0, 2)$ tomamos $x = 1$ y la derivada vale $f'(1) = \frac{6}{(1^2 - 4)^2} = \frac{6}{9} > 0$. La función crece en $(0, 2)$.

En $(2, +\infty)$ tomamos $x = 3$ y la derivada vale $f'(3) = \frac{18}{(3^2 - 4)^2} = \frac{18}{25} > 0$. La función crece en $(2, +\infty)$.

La función sigue el esquema siguiente:



La función decrece en $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$ y crece en $(0, 2) \cup (2, +\infty)$

d) Según el esquema anterior la función presenta un mínimo relativo en $x = 0$.

Como $f(0) = \frac{1-0^2}{0^2-4} = -\frac{1}{4}$ las coordenadas del mínimo relativo son $\left(0, -\frac{1}{4}\right)$

CUESTIÓN 6. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$:

- a) Calcular la derivada $f'(x)$ (1 punto)
b) Calcular $\int f(x) dx$. (1 punto)
c) Calcular $\int_0^1 f(x) dx$ (0,5 puntos)

a)

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1(1+x^2) - x(2x)}{(1+x^2)^2} = \frac{1+x^2 - 2x^2}{(1+x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$$

b)

$$\int f(x) dx = \int \frac{x}{1+x^2} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2x}{1+x^2} dx = \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + K$$

c)

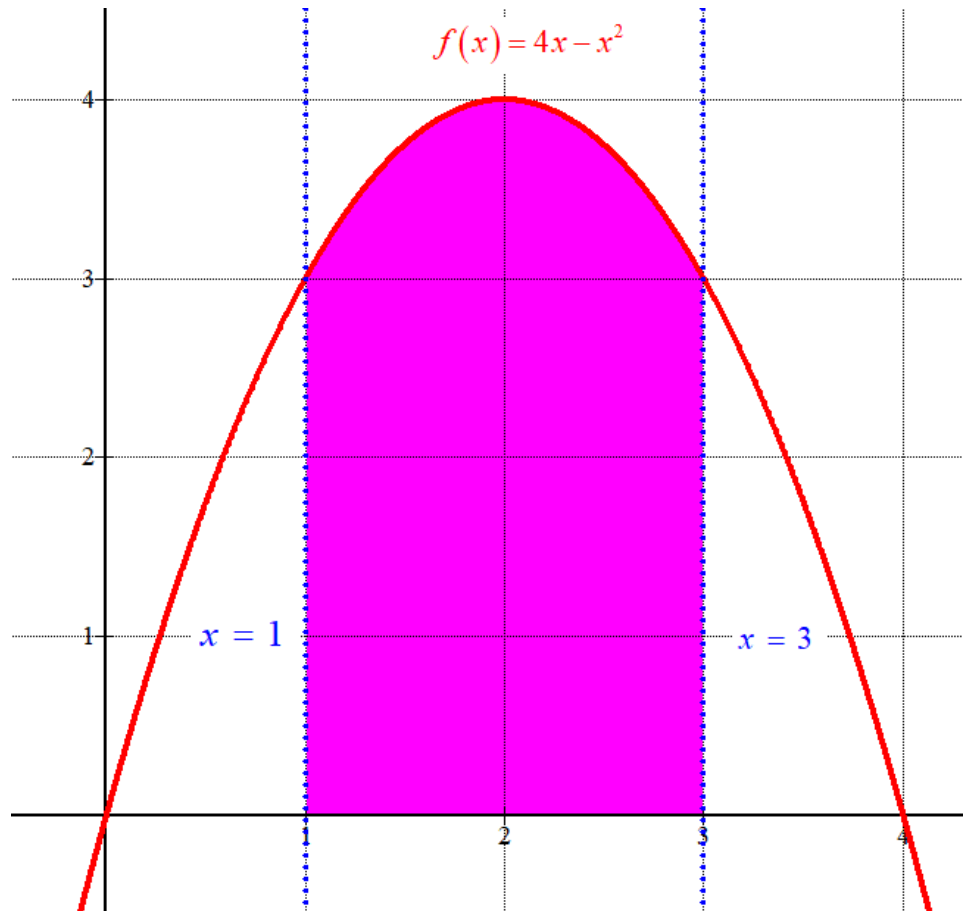
$$\int_0^1 f(x) dx = \left[\frac{1}{2} \ln(1+x^2) \right]_0^1 = \left[\frac{1}{2} \ln(1+1^2) \right] - \left[\frac{1}{2} \ln(1+0^2) \right] = \frac{1}{2} \ln 2$$

CUESTIÓN 7. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = 4x - x^2$:

- a) Representar gráficamente el recinto del plano limitado por la función $f(x)$, el eje OX y las rectas $x = 1$ y $x = 3$ (1 punto)
 b) Calcule el área del recinto del apartado anterior. (1,5 puntos)

a) La gráfica de la función es una parábola. Para representarla hacemos una tabla de valores.

x	$y = 4x - x^2$
0	0
1	3
2	4
3	3
4	0



b) Según el dibujo el área de color rosa está entre 7 y 8 unidades cuadradas. Hacemos uso del cálculo integral para obtener su valor exacto.

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 4x - x^2 dx = \left[2x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_1^3 = \\ &= \left[2 \cdot 3^2 - \frac{3^3}{3} \right] - \left[2 \cdot 1^2 - \frac{1^3}{3} \right] = 18 - 9 - 2 + \frac{1}{3} = \boxed{\frac{22}{3} \approx 7.33 u^2} \end{aligned}$$

CUESTIÓN 8. (2,5 puntos)

a) Sean A y B dos sucesos independientes, tales que $P(A) = 0,3$ y $P(A \cap B) = 0,12$:

i. Calcular $P(B)$. (0,5 puntos)

ii. Calcular $P(A \cup B)$. (0,5 puntos)

iii. Calcular $P(\bar{A} \cap \bar{B})$. (0,5 puntos)

b) En una estación del AVE, el tiempo que tarda un viajero para acceder al tren desde que llega al control de equipajes sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica de 2 minutos. Se tomó una muestra aleatoria de 50 viajeros, y se observó que el tiempo medio de espera era de 16 minutos. Halla un intervalo de confianza para la media poblacional del tiempo de espera de la maleta en ese aeropuerto con un nivel de confianza del 90%. (1,5 puntos)

a)

i. Si A y B son independientes significa que $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cap B) = P(A)P(B) \\ P(A) = 0,3 \\ P(A \cap B) = 0,12 \end{array} \right\} \Rightarrow 0,12 = 0,3 \cdot P(B) \Rightarrow \boxed{P(B) = \frac{0,12}{0,3} = 0,4}$$

ii. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,4 - 0,12 = \boxed{0,58}$

iii. Aplicamos una de las leyes de Morgan.

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,58 = \boxed{0,42}$$

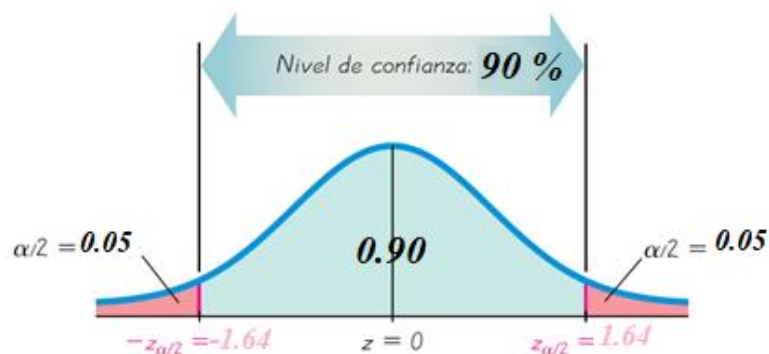
b) X = El tiempo que tarda un viajero para acceder al tren desde que llega al control de equipajes
 $X = N(\mu, 2)$

Tamaño de la muestra = $n = 50$

La media muestral = $\bar{x} = 16$ minutos

Para un nivel de confianza del 90%

$$1 - \alpha = 0,90 \rightarrow \alpha = 0,1 \rightarrow \alpha/2 = 0,05 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,95 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1,64}$$



El error del intervalo viene dado por la fórmula

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,64 \cdot \frac{2}{\sqrt{50}} \approx 0,464 \text{ minutos}$$

El intervalo de confianza para la media de la población es:

$$\left(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error\right) = (16 - 0.464, 16 + 0.464) = (15.536, 16.464)$$

La media del tiempo de espera con un nivel de confianza del 90 % se sitúa entre 15.536 y 16.464 minutos.