

## MATEMÁTICAS II

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que pode responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só serán corrixidas as 5 primeiras respondidas**.

### 1. Números e Álgebra

a) Obteña a matriz antisimétrica  $A$  de orde  $2 \times 2$  tal que  $a_{12} = 1$ . Logo, calcule a súa inversa no caso de que exista. **Nota:**  $a_{ij}$  é o elemento que está na fila  $i$  e na columna  $j$  de  $A$ .

b) Sexa  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ . Se  $B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} \\ 1 & b_{22} \end{pmatrix}$ , ache os valores de  $b_{12}$  e de  $b_{22}$  sabendo que  $B$  non ten inversa e que  $\det(A^{-1}B + A) = -1$ .

### 2. Números e Álgebra

Discuta, segundo os valores do parámetro  $m$ , o sistema 
$$\begin{cases} (m+1)x + my + z = 0, \\ y + (m-2)z = -2, \\ (m+1)x + my + (m-1)z = -3. \end{cases}$$

### 3. Análise

a) Obteña as coordenadas dos vértices do triángulo rectángulo cuxa hipotenusa é tanxente á gráfica de  $f(x) = x^2$  no punto de abscisa  $x = 2$  e que, ademais, ten un cateto de lonxitude 2 situado sobre o eixe  $X$ . Debuxe a gráfica de  $f$ , a recta tanxente e o triángulo.

b) Ache os valores de  $a$  e  $b$  que fan que a función  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leq 1, \\ ax^2 + bx & \text{se } x > 1 \end{cases}$  sexa derivable.

### 4. Análise

Calcule as seguintes integrais:

a)  $\int 2x\sqrt{x^2 + 1} dx$ .    b)  $\int (\sin x) \sin(\cos x) dx$ .    c)  $\int x^2 \sin x dx$ .    d)  $\int \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx$ .

### 5. Xeometría

a) Obteña a ecuación implícita ou xeral do plano  $\pi$  que contén á recta  $r: \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{1}$  e pasa polo punto  $P(0,1,0)$ .

b) Calcule o punto simétrico de  $P(11, -14, 13)$  con respecto ao plano  $\pi: 3x - 8y + 7z + 8 = 0$ .

### 6. Xeometría

Estude a posición relativa da recta  $r: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{k} = \frac{z}{3}$  e o plano  $\pi: ax + 4y + 3az + 2 = 0$  en función dos parámetros  $k$  e  $a$ . Logo, se é posible, diga cando  $r$  é perpendicular a  $\pi$ .

### 7. Estatística e Probabilidade

a) Nunha famosa biblioteca, o 70% dos libros son novelas, o 40% son clásicos anteriores ao século XIX e o 60% dos clásicos son novelas. Se se elixe nesa biblioteca un libro ao azar, calcule a probabilidade de que non sexa unha novela, pero si un clásico, e a probabilidade de que sexa un clásico sabendo que é unha novela.

b) Nun certo país, o 80% dos delitos contra a propiedade quedan sen resolver. Se nunha localidade dese país se cometeron 3 deses delitos, calcule a probabilidade de que se resolva polo menos 1.

### 8. Estatística e Probabilidade

a) Faise un exame tipo test con 60 preguntas e 4 opcións por pregunta, das que só unha é correcta. Calcule a probabilidade de acertar polo menos 16 preguntas se se responden as 60 ao azar.

b) Se  $X$  segue unha distribución normal de media 25 e desviación típica 2, calcule  $P(X < 24)$ . Logo, calcule o valor de  $\alpha > 0$  tal que  $P(25 - \alpha < X < 25 + \alpha) = 0.2128$ .

## MATEMÁTICAS II

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas**.

### 1. Números y Álgebra

a) Obtenga la matriz antisimétrica  $A$  de orden  $2 \times 2$  tal que  $a_{12} = 1$ . Luego, calcule su inversa en caso de que exista. **Nota:**  $a_{ij}$  es el elemento que está en la fila  $i$  y en la columna  $j$  de  $A$ .

b) Sea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ . Si  $B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} \\ 1 & b_{22} \end{pmatrix}$ , halle los valores de  $b_{12}$  y de  $b_{22}$  sabiendo que  $B$  no tiene inversa y que  $\det(A^{-1}B + A) = -1$ .

### 2. Números y Álgebra

Discuta, según los valores del parámetro  $m$ , el sistema 
$$\begin{cases} (m+1)x + my + z = 0, \\ y + (m-2)z = -2, \\ (m+1)x + my + (m-1)z = -3. \end{cases}$$

### 3. Análisis

a) Obtenga las coordenadas de los vértices del triángulo rectángulo cuya hipotenusa es tangente a la gráfica de  $f(x) = x^2$  en el punto de abscisa  $x = 2$  y que, además, tiene un cateto de longitud 2 situado sobre el eje  $X$ . Dibuje la gráfica de  $f$ , la recta tangente y el triángulo.

b) Halle los valores de  $a$  y  $b$  que hacen que la función  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 1, \\ ax^2 + bx & \text{si } x > 1 \end{cases}$  sea derivable.

### 4. Análisis

Calcule las siguientes integrales:

a)  $\int 2x\sqrt{x^2 + 1} dx$ .    b)  $\int (\sin x) \sin(\cos x) dx$ .    c)  $\int x^2 \sin x dx$ .    d)  $\int \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx$ .

### 5. Geometría

a) Obtenga la ecuación implícita o general del plano  $\pi$  que contiene a la recta  $r: \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{1}$  y pasa por el punto  $P(0,1,0)$ .

b) Calcule el punto simétrico de  $P(11, -14, 13)$  con respecto al plano  $\pi: 3x - 8y + 7z + 8 = 0$ .

### 6. Geometría

Estudie la posición relativa de la recta  $r: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{k} = \frac{z}{3}$  y el plano  $\pi: ax + 4y + 3az + 2 = 0$  en función de los parámetros  $k$  y  $a$ . Luego, si es posible, diga cuándo  $r$  es perpendicular a  $\pi$ .

### 7. Estadística y Probabilidad

a) En una famosa biblioteca, el 70% de los libros son novelas, el 40% son clásicos anteriores al siglo XIX y el 60% de los clásicos son novelas. Si se elige en esa biblioteca un libro al azar, calcule la probabilidad de que no sea una novela, pero sí un clásico, y la probabilidad de que sea un clásico sabiendo que es una novela.

b) En un cierto país, el 80% de los delitos contra la propiedad quedan sin resolver. Si en una localidad de ese país se cometieron 3 de esos delitos, calcule la probabilidad de que se resuelva por lo menos 1.

### 8. Estadística y Probabilidad

a) Se hace un examen tipo test con 60 preguntas y 4 opciones por pregunta, de las que solo una es correcta. Calcule la probabilidad de acertar por lo menos 16 preguntas si se responden las 60 al azar.

b) Si  $X$  sigue una distribución normal de media 25 y desviación típica 2, calcule  $P(X < 24)$ . Luego, calcule el valor de  $\alpha > 0$  tal que  $P(25 - \alpha < X < 25 + \alpha) = 0.2128$ .