PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2020–2021

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Elija cuatro de los ocho ejercicios propuestos de al menos tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

Este examen consta de 4 Bloques (A, B, C y D)

Deberá responder a cuatro ejercicios de entre los ocho propuestos con la condición de que pertenezcan al menos a 3 bloques distintos. En caso de responder a más ejercicios de los requeridos, serán tenidos en cuenta los respondidos en primer lugar.

BLOQUE A

EJERCICIO 1

a) **(1 punto)** Una frutería vende dos tipos de surtidos de frutos rojos, A y B. El surtido de tipo A contiene 75 g de arándanos, 100 g de frambuesas y se vende a 2.40 euros, mientras que el de tipo B contiene 75 g de arándanos, 50 g de frambuesas y se vende a 1.80 euros. La frutería dispone de un total de 3.75 kg de arándanos y 4 kg de frambuesas y el número de surtidos que vende del tipo A, siempre es menor o igual al doble de los del tipo B.

Formule, sin resolver, el problema que permite obtener el número de surtidos de cada tipo que debe vender para que el beneficio sea máximo.

b) **(1.5 puntos)** Represente el recinto limitado por las siguientes restricciones, calculando sus vértices:

$$x + 4y \geq 5 \qquad x + 2y \geq 4 \qquad 7x + 5y \leq 35 \qquad x \geq 0$$

¿En qué punto de la región anterior la función $F(x, y) = 2x + y$ alcanza el mínimo y cuál es dicho valor?

EJERCICIO 2

Se considera la ecuación matricial $(10\, I_3 - A) \cdot X = B$, donde $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ y B es una matriz con tres filas y una columna.

a) **(0.5 puntos)** Razone qué dimensión ha de tener la matriz X.

b) **(0.5 puntos)** ¿Tiene solución la ecuación matricial anterior para cualquier matriz B de orden 3×1? ¿Por qué?

c) **(1.5 puntos)** Resuelva dicha ecuación matricial si $B = \begin{pmatrix} 5 & 20 & -3 \end{pmatrix}^t$.

BLOQUE B

EJERCICIO 3

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} -2x + 2a & \text{si } -4 \leq x \leq -2 \\ -2x^2 - 4a & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ -8x + b & \text{si } \ 2 < x \leq 3 \end{cases}$

a) **(1 punto)** Calcule los valores a y b para que la función sea continua en su dominio. Para esos valores, ¿es f derivable?

b) **(0.8 puntos)** Para $a = -2$ y $b = 16$, estudie la monotonía de la función f y calcule sus extremos relativos y absolutos.

c) **(0.7 puntos)** Para $a = -2$ y $b = 16$, calcule el área del recinto limitado por la gráfica de f, el eje OX y las rectas $x = -2$ y $x = 2$.

EJERCICIO 4

a) **(1 punto)** Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = (5x^3 + 4x - 2)^4 \cdot ln(2x^5 - 4x^3 + x) \qquad\qquad g(x) = \frac{e^{3x^2 - 5x}}{(6x^2 + 2)^3}$$

b) **(1.5 puntos)** Halle la función $h(x)$, sabiendo que su derivada es $h'(x) = 4x^3 + x^2 - 4x - 1$ y que $h(2) = \dfrac{11}{3}$.

BLOQUE C

EJERCICIO 5

Sean A y B dos sucesos de un mismo experimento aleatorio de los que se sabe que:

$$P(A - B) = 0.3 \qquad P(A^c) = 0.35 \qquad P(B) = 0.55$$

a) **(0.8 puntos)** Calcule la probabilidad de que suceda al menos uno de ellos.

b) **(0.6 puntos)** Calcule la probabilidad de que ocurra B, sabiendo que no ha ocurrido A.

c) **(0.6 puntos)** Calcule la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos.

d) **(0.5 puntos)** Razone si los sucesos A y B son independientes.

EJERCICIO 6

En una determinada muestra de suelo se han aislado dos tipos de bacterias, A y B, de las cuales el 70 % son de A y el 30 % de B. La probabilidad de que una bacteria de tipo A reaccione a la prueba del nitrato es 0.15 y para la bacteria B es 0.8. De las bacterias aisladas se selecciona una al azar.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que reaccione a la prueba del nitrato.

b) **(1 punto)** Si la bacteria ha reaccionado a la prueba del nitrato, calcule la probabilidad de que sea del tipo B.

c) **(0.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que la bacteria sea del tipo A y no reaccione a la prueba del nitrato.

BLOQUE D

EJERCICIO 7

a) **(1.25 puntos)** Se desea tomar una muestra aleatoria estratificada de las personas de un municipio, cuyos estratos son los siguientes tramos de edad: de 0 a 25 años, de 26 a 45, de 46 a 60 y de 61 años o más. En el primer tramo hay 15 000 personas, en el segundo hay 16 800, en el tercero 11 400 y en el cuarto 6 000. Sabiendo que el muestreo se hace con afijación proporcional y se han elegido al azar 375 personas del primer tramo, calcule el tamaño de la muestra total y su composición.

b) **(1.25 puntos)** Dada la población $\{1,\ 3,\ 5\}$, establezca todas las muestras posibles de tamaño 2 que se puedan formar mediante muestreo aleatorio simple y determine la media y la desviación típica de las medias muestrales obtenidas con todas estas muestras.

EJERCICIO 8

Se quiere estimar la proporción de imprentas de una región que incluyen el uso de celulosa reciclada en los libros que imprimen. Para ello, se ha tomado una muestra aleatoria de 50 imprentas de esa región y en ella hay 12 que usan dicho material.

a) **(1.5 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza al 95 %, para estimar la proporción real de imprentas que usan celulosa reciclada.

b) **(1 punto)** Determine el tamaño mínimo de la muestra de imprentas de esa región que se deben seleccionar para que, manteniendo el mismo nivel de confianza y proporción muestral anteriores, la amplitud del intervalo sea como máximo de 0.2.