



**Instrucciones:**

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Elija cuatro de los ocho ejercicios propuestos de al menos tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
- En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
- Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

**Este examen consta de 4 Bloques (A, B, C y D)**

Deberá responder a cuatro ejercicios de entre los ocho propuestos con la condición de que pertenezcan al menos a 3 bloques distintos. En caso de responder a más ejercicios de los requeridos, serán tenidos en cuenta los respondidos en primer lugar.

**BLOQUE A**

**EJERCICIO 1**

Se considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

- (0.7 puntos)** Calcule  $A^{40}$  y  $(A^t)^{30}$ .
- (0.6 puntos)** Calcule  $(A^{-1} + A)^2$ .
- (1.2 puntos)** Resuelva la ecuación matricial  $(A^t + I_2) \cdot X = A^t - I_2$ .

**EJERCICIO 2**

Se consideran las siguientes inecuaciones:

$$5x - 3y \geq -9 \quad x + y \leq 11 \quad 6x + y \leq 36 \quad x + 2y \geq 6$$

- (1.5 puntos)** Represente la región factible definida por las inecuaciones anteriores y determine sus vértices.
- (0.25 puntos)** ¿Pertenece el punto  $(5, 7)$  a la región factible anterior?
- (0.75 puntos)** Calcule los valores máximo y mínimo de la función  $F(x, y) = 10x - 6y$  en la región anterior y determine los puntos en los que se alcanzan.

**BLOQUE B**

**EJERCICIO 3**

Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x \leq -1 \\ -3x^2 + 4 & \text{si } -1 < x < 1 \\ 2x - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- (1 punto)** Estudie la continuidad y derivabilidad de la función  $f$  en todo su dominio.
- (0.8 puntos)** Represente gráficamente la función  $f$ .
- (0.7 puntos)** Calcule el área de la región limitada por la gráfica de la función  $f$ , el eje de abscisas y las rectas  $x = 0$  y  $x = 3$ .

**EJERCICIO 4**

Una fábrica estima que sus costes de producción, expresados en miles de euros, vienen dados por la función  $f(x) = x^2 - 6x + 10$ , donde  $x$  es la cantidad semanal a producir expresada en miles de kilogramos.

- (1 punto)** ¿Cuál debe ser la producción semanal para que el coste sea mínimo? ¿Cuál es dicho coste?
- (1.5 puntos)** Calcule la recta tangente a la función de costes en el punto de abscisa  $x = 4$ . Represente gráficamente la función de costes y la recta tangente hallada.



**BLOQUE C**

**EJERCICIO 5**

Una determinada ciudad tiene en la plantilla del ayuntamiento 1000 agentes de la policía local, 600 bomberos y 400 funcionarios de protección civil. En esta plantilla, el 42 % de policías, el 20 % de bomberos y el 50 % de funcionarios de protección civil son mujeres. Se elige una persona al azar de la plantilla.

- (1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?
- (1 punto)** Si la persona elegida es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que sea bombero?

**EJERCICIO 6**

Una urna  $A$  contiene 4 bolas rojas y 5 verdes y otra urna  $B$  contiene 6 bolas rojas y 3 verdes. Lanzamos dos dados y si la suma es mayor o igual a 9, extraemos una bola de la urna  $A$  y en caso contrario, la extraemos de la urna  $B$ .

- (1.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea verde y de la urna  $B$ .
- (1 punto)** Halle la probabilidad de que la bola extraída sea roja.

**BLOQUE D**

**EJERCICIO 7**

Se quiere estudiar la proporción de ciudadanos enfermos de COVID-19 en una determinada población. Para ello, se elige una muestra al azar de 1000 ciudadanos, revelándose que el 15 % de ellos están enfermos.

- (1.5 puntos)** Calcule un intervalo de confianza al 95 %, para estimar la proporción real de enfermos de COVID-19 en dicha población.
- (1 punto)** Determine el tamaño muestral mínimo para que, con el mismo nivel de confianza y la misma proporción muestral anteriores, el error que se cometa al estimar la proporción de ciudadanos enfermos de COVID-19 en esa población sea inferior al 1 %.

**EJERCICIO 8**

El peso de los paquetes de arroz de una marca comercial concreta sigue una ley Normal de media 1000  $g$  y varianza 256  $g^2$ .

- (0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que el peso medio de las muestras de tamaño 64 sea menor que 996  $g$ .
- (1.5 puntos)** Tras varias denuncias presentadas por falta de peso en los citados paquetes, una organización de consumidores ha procedido a tomar una muestra de 64 paquetes, resultando que la suma de los pesos ha sido de 63 744  $g$ . Halle un intervalo de confianza al 90 % para estimar el peso medio real de los paquetes de arroz de esa marca.
- (0.25 puntos)** A la vista del intervalo obtenido y teniendo en cuenta que el peso que marca el paquete es de 1000  $g$ , ¿cree que la denuncia tiene base?