

## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales

## Serie 2

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'alumne/a



Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

---

Etiqueta de qualificació



Etiqueta del corrector/a



---

Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2,5 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

---

1. En el instituto de Martí han elaborado tres tipos diferentes de ramos de rosas para vender el día de Sant Jordi. La opción clásica consiste en una rosa y una espiga. La opción de ramo pequeño está formada por tres rosas y dos espigas. Y, finalmente, la opción de ramo grande consiste en media docena de rosas y tres espigas. Todos los ramos (sean de la opción que sean) llevan un bonito envoltorio. Se sabe que se han utilizado 200 rosas, 135 espigas y 85 envoltorios.

a) ¿Cuántos ramos se han elaborado de cada tipo?

[1,75 puntos]

**b)** Si el precio de venta de un ramo de la opción clásica es de 3 euros, el de un ramo pequeño es de 5 euros y el de un ramo grande es de 10 euros, ¿cuánto dinero se ingresará si se venden todos?

[0,75 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

2. Experimentalmente se ha comprobado que la producción de un determinado tipo de fruta que se cultiva en invernaderos depende de la temperatura, según la función  $f(x) = -x^2 + 46x - 360$ , donde  $x$  representa la temperatura del invernadero en grados Celsius y  $f(x)$  es la producción anual en centenares de kilogramos por hectárea. El precio de venta de la fruta se mantiene estable a 1,2 euros por cada kilogramo.
- a) Determine el intervalo de temperaturas entre las que hay que mantener el invernadero para que haya producción de fruta. Calcule los ingresos anuales por hectárea si se mantiene el invernadero a 20 °C de temperatura.

[1,25 puntos]

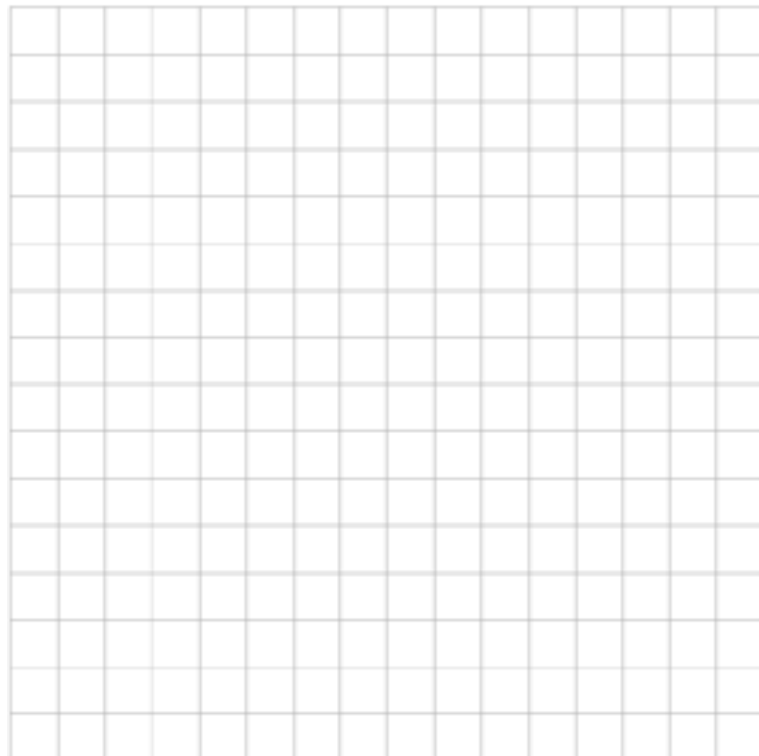
- b)** ¿A qué temperatura se obtiene la producción máxima de fruta? ¿Qué ingresos por hectárea se obtienen en este caso?  
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

3. Una empresa se propone hacer dos tipos de cestas de Navidad, A y B, para sus trabajadores y trabajadoras. Cada cesta de tipo A contendrá 1 jamón, 1 botella de cava y 5 barras de turrón. Por otro lado, cada cesta de tipo B contendrá 2 jamones, 3 botellas de cava y 2 barras de turrón. El jefe de almacén afirma que disponen de 40 jamones, 120 barras de turrón y muchas botellas de cava, y que, por lo tanto, seguro que cava no faltará. Se quieren hacer tantas cestas como sea posible.

a) Determine la función objetivo y las restricciones. Dibuje la región factible. ¿Cuántas cestas de cada tipo tendrá que hacer la empresa?

[1,75 puntos]



- b)** Una vez hecho el cálculo, la jefa de la empresa cambia de opinión y dice que es mejor hacer la misma cantidad de cestas de cada tipo. Con esta nueva condición, ¿cuántas cestas de cada tipo habrá que hacer?

[0,75 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

4. Un grupo de biólogos está estudiando un cultivo de bacterias. La población de estas bacterias (en centenares) viene dada por la función  $P(t) = a + \frac{12t}{t^2 + b}$ , donde  $a$  y  $b$  son constantes positivas reales y  $t \geq 0$  es el tiempo transcurrido en minutos.

Se sabe que en el instante inicial del estudio la población de bacterias era de 6 centenares y que el valor máximo de población se ha alcanzado al cabo de 2 minutos de haber iniciado el estudio.

**a)** Encuentre los valores de las constantes  $a$  y  $b$ .

[1,25 puntos]



**b)** Calcule la población máxima de bacterias y estudie su comportamiento a largo plazo, es decir, hacia qué valor se estabiliza el número de bacterias.

[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

5. Considere las matrices  $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ a & 2 & 3 \end{pmatrix}$  y  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ , donde  $a$  es un parámetro real.

**a)** Encuentre para qué valores de  $a$  es invertible la matriz obtenida del resultado del producto  $\mathbf{P} \cdot \mathbf{A}$ .

[1,5 puntos]

**b)** Si  $a = 2$ , encuentre la matriz  $X$  que satisface la ecuación matricial  $P \cdot A + X = I$ , donde  $I$  denota la matriz identidad de orden 2.

[1 punto]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	$a$	
	$b$	
	Total	

6. En los modelos matemáticos que se utilizan para describir la evolución de una enfermedad, se denomina  $R_0$  al número medio de nuevas infecciones que cada persona infectada provoca en la población. Cuando este número es inferior a 1, cada individuo infectado transmite la enfermedad, de media, a menos de una persona y la enfermedad tiende a desaparecer. En cambio, si  $R_0$  es mayor que 1, la enfermedad se extiende y se produce una epidemia.

Cuando se descubre una vacuna efectiva contra la enfermedad, se puede controlar la epidemia vacunando solo a una proporción  $p$  de la población. Es lo que se conoce como *inmunidad de grupo*. Efectivamente, una vez vacunada una proporción  $p \in (0, 1)$  de la población, la nueva  $R_0$ , que se denomina *efectiva* y se denota con  $R_e$ , es el producto de la  $R_0$  original por la proporción de individuos que no están vacunados,  $1 - p$ . Y se consigue controlar la epidemia si la  $R_e$  es inferior a 1.

- a) En el caso del sarampión, se estima que  $R_0 = 15$ . Si se analiza una población con un porcentaje de individuos vacunados del 95 %, según el modelo descrito, ¿hay riesgo de que se produzca una epidemia de sarampión en esta población?

[0,75 puntos]

- b) En el caso concreto de la denominada *gripe española* del 1918, se estima que  $R_0 = 4$ . Calcule qué porcentaje de población se tendría que haber vacunado, como mínimo, para parar la epidemia de esta enfermedad.

[0,75 puntos]

- c) Exprese, en general, el umbral de población mínima que debe vacunarse en función del valor  $R_0$  de una enfermedad. Realice un esbozo de esta función para los valores de  $R_0$  entre 1 y 20.

[1 punto]



Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut  
d'Estudis  
Catalans