



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso 2021-2022

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá responder razonadamente a **cinco** preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.

Cada ejercicio se valorará sobre 2 puntos, y si consta de dos apartados, cada apartado se valorará sobre 1 punto.

DURACIÓN: 90 minutos.

A.1. (2 puntos) Sea $a \in \mathbb{R}$. Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -a & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ a & a & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- Determine los valores de a para que A tenga inversa.
- Calcule los valores de a para que la solución del sistema $(A - B)X = Y$ sea

$$X = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

A.2. (2 puntos) La plataforma digital *Plusfix* va a lanzar un nuevo canal de cine y deporte y tiene que elaborar una propuesta piloto de contenidos, teniendo en cuenta que el tiempo dedicado al cine no puede ser mayor que el tiempo dedicado al deporte. La propuesta piloto debe tener una duración entre 600 y 900 minutos, debe tener al menos 200 minutos de cine y como mucho 500 minutos de deporte. Además, con la emisión de la propuesta la plataforma obtiene 15€ de beneficio por cada minuto de emisión de cine y 10€ de beneficio por cada minuto de emisión de deporte. Determine cuántos minutos de cine y cuántos de deporte debe tener la propuesta para obtener el máximo beneficio y obtenga el beneficio que obtiene la plataforma con dicha propuesta.

A.3. (2 puntos)

a) Halle

$$\int_0^1 \frac{x}{2x^2 + 5} dx.$$

b) Considere

$$f(x) = \frac{x}{2x^2 + 5} \quad \text{y} \quad g(x) = \ln(x).$$

Halle la derivada de la función compuesta $f \circ g(x)$.

A.4. (2 puntos) Sean A y B dos sucesos asociados a un mismo experimento aleatorio. Suponga que $P(A) = 0,7$, $P(B^c) = 0,7$ y $P(A \cap B) = 0,2$.

- ¿Son A y B independientes? Justifique su respuesta.
- Calcule $P(A^c \cap B^c)$.

Nota: A^c y B^c son, respectivamente, los sucesos complementarios de A y B .

A.5. (2 puntos) El peso en gramos de ciertas bolsas de palomitas se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica igual a 10.

- Se toma una muestra aleatoria de tamaño 20 y se obtiene que su media muestral es de 200. Determine un intervalo de confianza del 95 % para el peso medio de dichas bolsas de palomitas.
- Determine el tamaño mínimo de la muestra para que el error máximo cometido en la estimación de la media sea menor que 0,5 gramos, con un nivel de confianza del 90 %.

B.1. (2 puntos) Considere el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\left. \begin{aligned} x + 2y + z &= 2 \\ ax - z &= 0 \\ ay + z &= a \end{aligned} \right\}$$

- a) Determine a para que el sistema NO sea compatible determinado.
- b) Resuelva el sistema para $a = 2$.

B.2. (2 puntos) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 1, & \text{si } x \leq 1 \\ (x - a)^2, & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- a) Determine los valores de $a \in \mathbb{R}$ que hacen que f sea una función continua en su dominio.
- b) Para $a = 1/2$, determine, si existen, los puntos de corte de la gráfica de f con el eje de las x .

B.3. (2 puntos) Un ensayo clínico indica que la cantidad de glucosa en sangre en ratones tras la ingesta de un determinado fármaco depende del tiempo transcurrido, t (en minutos), según la siguiente función expresada en mg/dl:

$$f(t) = 90 + C t^2 e^{-t/5}, \quad 0 \leq t \leq 60.$$

- a) Obtenga razonadamente el valor de la constante C sabiendo que la tasa de variación instantánea de la cantidad de glucosa a los 5 minutos de la ingesta del producto es $15/e$.
- b) Para $C = 3$, indique a partir de qué momento disminuye la cantidad de glucosa en sangre. Señale también la cantidad máxima de glucosa en sangre alcanzada tras la ingesta del fármaco.
Nota: Expresa los resultados con 2 cifras decimales.

B.4. (2 puntos) Un virus muy peligroso está presente en el 5% de la población nacional. Se tiene un test para detectar la presencia del virus que es correcto en el 85% de los casos. Es decir, entre los portadores del virus, el test ha dado positivo el 85% de las veces y entre los no portadores ha dado negativo el 85% de las veces.

- a) Si se practica el test a un individuo de la población escogido al azar, ¿cuál es la probabilidad de que dé positivo?
- b) Si da positivo, ¿cuál es la probabilidad de que el individuo escogido realmente sea un portador del virus?

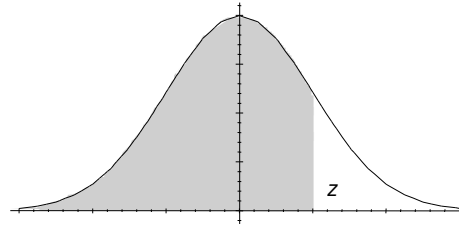
B.5. (2 puntos) El 64% de los individuos de una población tienen una misma característica. Se escoge una muestra al azar de 120 individuos.

- a) ¿Cuál es la distribución aproximada que sigue la proporción de individuos con esa característica de la muestra?
- b) Halle la probabilidad de que más del 70% de los individuos de la muestra posean dicha característica.

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z .



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

Ejercicio A.1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la condición de inversa..... 0,25 puntos.

Obtención de la ecuación..... 0,25 puntos.

Obtención correcta de los parámetros..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto del sistema..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto del sistema..... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente de forma manual. Analiza y comprende el enunciado a resolver (datos, relaciones entre los datos, condiciones, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).

Ejercicio A.2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Expresión correcta de la función objetivo..... 0,50 puntos.

Establecer correctamente las restricciones 0,50 puntos.

Determinación de la región factible 0,50 puntos.

Cálculo correcto del valor máximo de la función..... 0,25 puntos.

Cálculo correcto del punto óptimo..... 0,25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Aplica las técnicas gráficas de programación lineal bidimensional para resolver problemas de optimización de funciones lineales que están sujetas a restricciones e interpreta los resultados obtenidos en el contexto del problema.

Ejercicio A.3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de la primitiva 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la integral..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto

Cálculo correcto de las derivadas de f y g..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la derivada 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Extrae conclusiones a partir de datos relativos a propiedades locales o globales. Aplica los conceptos de límite y derivadas. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. Aplica la regla de Barrow al cálculo de integrales definidas de funciones elementales inmediatas.

Ejercicio A.4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la independencia..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de las probabilidades..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

Ejercicio A.5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.

Expresión correcta de la fórmula del intervalo de confianza..... 0,25 puntos.

Determinación correcta del intervalo..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ 0,25 puntos.

Formula tamaño mínimo..... 0,25 puntos.

Obtención correcta de n 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media y proporción muestral, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida.

Ejercicio B.1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo del determinante..... 0,50 puntos.

Obtención correcta del parámetro..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Solución correcta del sistema 0,50 puntos.

Planteamiento del problema..... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Manipula el sistema de ecuaciones lineales de tres ecuaciones y tres incógnitas y lo resuelve en los casos en que sea posible. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. El sistema de ecuaciones lineales planteado (como máximo de tres ecuaciones y tres incógnitas), lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas en contextos reales.

Ejercicio B.2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento de la condición de continuidad en un punto..... 0,25 puntos.

Estudio de la continuidad en $x=1$ 0,75 puntos.

Apartado (b): 1 punto

Planteamiento del problema..... 0, 50 puntos.

Determinación del punto..... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Aplica los conceptos de límite y derivadas. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. Obtiene la expresión algebraica a partir de datos relativos a sus propiedades locales o globales. Estudia la continuidad en un punto de una función definida a trozos utilizando el concepto de límite.

Ejercicio B.3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Determinación correcta de las derivadas 0,50 puntos.

Determinación correcta de la ecuación 0,25 puntos.

Obtención correcta del parámetro..... 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto 0,50 puntos.

Cálculo correcto del máximo 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Extrae conclusiones a partir de datos relativos a propiedades locales o globales. Aplica los conceptos de límite y derivadas. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. Obtiene la expresión algebraica a partir de datos relativos a sus propiedades locales o globales. Aplica la regla de Barrow al cálculo de integrales definidas de funciones elementales inmediatas. Estudia la continuidad en un punto de una función definida a trozos utilizando el concepto de límite.

Ejercicio B.4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad..... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

Ejercicio B.5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión de la distribución de la proporción 0,50 puntos.

Expresión correcta de la desviación típica..... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Tipificación correcta de la variable 0,25 puntos.

Obtención correcta de la probabilidad..... 0,75 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media y proporción muestral, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida.

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados