GENERALITAT VALENCIANA
Conselleria d'Innovació, Universitats, Ciència i Societat Digital

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA: JUNY 2022	CONVOCATORIA: JUNIO 2022
Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II	Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES. II

BAREMO DEL EXAMEN: **Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.** Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Problema 1. Una agencia inmobiliaria tiene tres locales en alquiler, por los que ha cobrado en total 1650 euros en este mes. La agencia ha pagado al propietario del primer local el 95% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler; al propietario del segundo local, el 90% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler; y al propietario del tercer local, el 80% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler. Tras estos tres pagos, a la agencia le han quedado 132 euros de ganancia. Se sabe también que el alquiler que se cobra por el primer local es el doble de la suma de lo que se cobra por el alquiler de los otros dos locales juntos. ¿Cuántos euros cobra la agencia por cada uno de los tres locales que tiene en alquiler?

(Planteamiento correcto 5 puntos – Resolución correcta 5 puntos)

Problema 2. Una empresa apícola vende dos tipos de cajas con tres variedades de miel en cada una: miel de romero, miel de azahar y miel multifloral. La caja de tipo A contiene 2 tarros de miel de romero, 2 de azahar y 1 de multifloral. La caja de tipo B contiene 1 tarro de miel de romero, 2 de azahar y 2 de multifloral. Cada día la empresa dispone de 280 tarros de miel de romero, 300 de miel de azahar y 250 de miel multifloral. Con cada caja de tipo A obtiene un beneficio de 7 euros y con cada caja de tipo B obtiene un beneficio de 5 euros.

a) ¿Cuántas cajas de cada tipo debe comercializar para obtener un beneficio máximo? *(8 puntos)*
b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo? *(2 puntos)*

Problema 3. Se considera la función $f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{(x+1)^2}$. Se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales, si existen. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

Problema 4. En una empresa se ha comprobado que sus beneficios están relacionados con su inversión en publicidad según la función $B(x)=50000+40x-\left(\dfrac{x}{10}\right)^2$, donde x es la inversión en publicidad ($x\geq 0$) y $B(x)$ es el beneficio obtenido, ambos en euros.

a) Calcula la cantidad invertida en publicidad que produce un beneficio máximo. ¿Cuál es dicho beneficio máximo? *(4 puntos)*

b) Calcula los intervalos para la inversión en publicidad en los que los beneficios crecen o decrecen a medida que se invierte en publicidad. *(3 puntos)*

c) ¿Existe un valor para la inversión en publicidad a partir del cual los beneficios obtenidos serían menores que si no se invirtiera nada en publicidad? En caso afirmativo, determínalo. *(3 puntos)*

Problema 5. Entre los clientes de una compañía de seguros de automóviles, un 30% tiene menos de 30 años, un 55% tiene entre 30 y 60 años, y el 15% restante tiene más de 60 años. Se sabe que, entre los clientes de menos de 30 años, 3 de cada 4 no presentaron parte de accidente el año pasado; entre los clientes que tienen entre 30 y 60 años, 9 de cada 10 no presentaron parte de accidente el año pasado; y entre los clientes de más de 60 años, 2 de cada 5 no presentaron parte de accidente el año pasado. Seleccionamos al azar un cliente de la compañía.

a) Llamemos A al suceso "el cliente seleccionado tiene más de 60 años" y llamemos B al suceso "el cliente seleccionado no presentó parte de accidente año pasado". Calcula $P(A \cup B)$. *(3 puntos)*

b) Llamemos C al suceso "el cliente seleccionado tiene 30 años o más" y D al suceso "el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado". Calcula $P(C \cap D)$. *(3 puntos)*

c) Si sabemos que el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado, calcula la probabilidad de que tenga 60 años o menos. *(4 puntos)*

Problema 6. En un juego se lanzan dos monedas equilibradas y un dado de seis caras equilibrado. Un jugador gana si obtiene dos caras y un número par en el dado, o bien, si obtiene exactamente una cara y un número mayor o igual que cinco en el dado.

a) Calcula la probabilidad de que el jugador gane. *(2,5 puntos)*

b) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera dos caras al lanzar las monedas? *(2,5 puntos)*

c) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera un cinco al lanzar el dado? *(2,5 puntos)*

d) Llamemos A al suceso "el jugador no gana" y llamemos B al suceso "el jugador obtiene un seis al lanzar el dado". ¿Son independientes los sucesos A y B? *(2,5 puntos)*

Soluciones

Problema 1. Una agencia inmobiliaria tiene tres locales en alquiler, por los que ha cobrado en total 1650 euros en este mes. La agencia ha pagado al propietario del primer local el 95% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler; al propietario del segundo local, el 90% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler; y al propietario del tercer local, el 80% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler. Tras estos tres pagos, a la agencia le han quedado 132 euros de ganancia. Se sabe también que el alquiler que se cobra por el primer local es el doble de la suma de lo que se cobra por el alquiler de los otros dos locales juntos. ¿Cuántos euros cobra la agencia por cada uno de los tres locales que tiene en alquiler?

(Planteamiento correcto 5 puntos – Resolución correcta 5 puntos)

Llamamos *x, y, z* a las cantidades que la empresa ha cobrado por el alquiler del primer local, del segundo local y del tercer local por mes.

"ha cobrado en total 1650 euros en este mes" → $x+y+z=1650$

"La agencia ha pagado al propietario del primer local el 95% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler; al propietario del segundo local, el 90% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler; y al propietario del tercer local, el 80% de la cantidad que ha cobrado por su alquiler. Tras estos tres pagos, a la agencia le han quedado 132 euros de ganancia" → Esto significa que el 5% del primer local más el 10% del segundo, más el 20% del tercero son 132 € → $\frac{5}{100}x+\frac{10}{100}y+\frac{20}{100}z=132$

"el alquiler que se cobra por el primer local es el doble de la suma de lo que se cobra por el alquiler de los otros dos locales juntos" → $x=2(y+z)$

Reunimos las ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=1650 \\ \frac{5}{100}x+\frac{10}{100}y+\frac{20}{100}z=132 \\ x=2(y+z) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=1650 \\ 5x+10y+20z=13200 \\ x=2y+2z \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=1650 \\ x+2y+4z=2640 \\ x=2y+2z \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2y+2z+y+z=1650 \\ 2y+2z+2y+4z=2640 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 3y+3z=1650 \\ 4y+6z=2640 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y+z=550 \\ 2y+3z=1320 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=550-z \\ 2y+3z=1320 \end{array}\right\} \Rightarrow 2(550-z)+3z=1320 \Rightarrow 1100-2z+3z=1320 \Rightarrow \boxed{z=220} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y=550-220=330} \Rightarrow \boxed{x=660+440=1100}$$

El alquiler es de 1100, 330 y 220 € al mes por el primer, segundo y tercer local, respectivamente.

Problema 2. Una empresa apícola vende dos tipos de cajas con tres variedades de miel en cada una: miel de romero, miel de azahar y miel multifloral. La caja de tipo A contiene 2 tarros de miel de romero, 2 de azahar y 1 de multifloral. La caja de tipo B contiene 1 tarro de miel de romero, 2 de azahar y 2 de multifloral. Cada día la empresa dispone de 280 tarros de miel de romero, 300 de miel de azahar y 250 de miel multifloral. Con cada caja de tipo A obtiene un beneficio de 7 euros y con cada caja de tipo B obtiene un beneficio de 5 euros.

a) ¿Cuántas cajas de cada tipo debe comercializar para obtener un beneficio máximo? *(8 puntos)*

b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo? *(2 puntos)*

a) Llamamos "x" al número de cajas tipo A e "y" al número de cajas tipo B.
Hacemos una tabla para ordenar toda la información del ejercicio.

	Miel de romero	Miel de azahar	Miel multifloral	Beneficio
Nº cajas A (x)	2x	2x	x	7x
Nº cajas B (y)	y	2y	2y	5y
TOTALES	$2x+y$	$2x+2y$	$x+2y$	$7x+5y$

La función objetivo que deseamos maximizar es el beneficio: $B(x,y)=7x+5y$.

Las restricciones del problema son:

"la empresa dispone de 280 tarros de miel de romero, 300 de miel de azahar y 250 de miel multifloral" → $2x+y\le 280$; $2x+2y\le 300$; $x+2y\le 250$

Las cantidades deben ser positivas → $x\ge 0$; $y\ge 0$

Reunimos todas las restricciones en un sistema de inecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y\le 280 \\ 2x+2y\le 300 \\ x+2y\le 250 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x+y\le 280 \\ x+y\le 150 \\ x+2y\le 250 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Para representar la región factible empezamos dibujando las rectas que la delimitan:

$2x+y=280$

x	$y=280-2x$
0	280
140	0

$x+y=150$

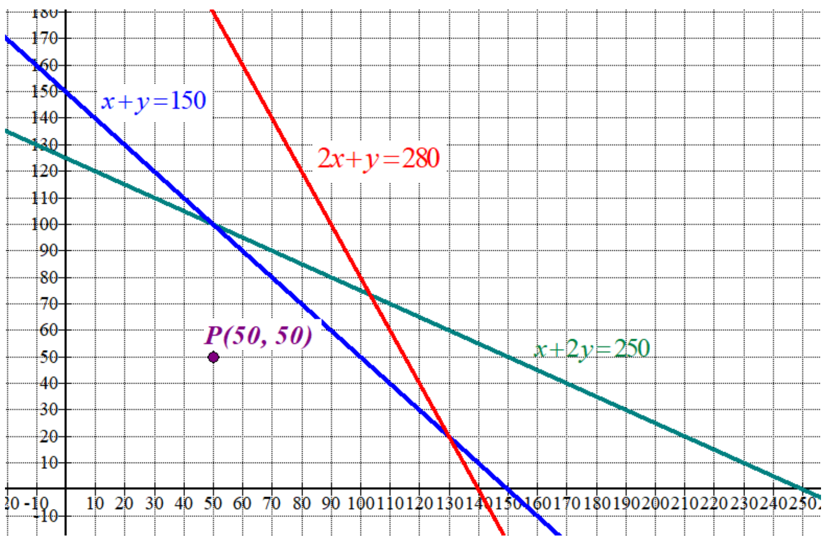
x	$y=150-x$
0	150
150	0

$x+2y=250$

x	$y=\dfrac{250-x}{2}$
0	125
250	0

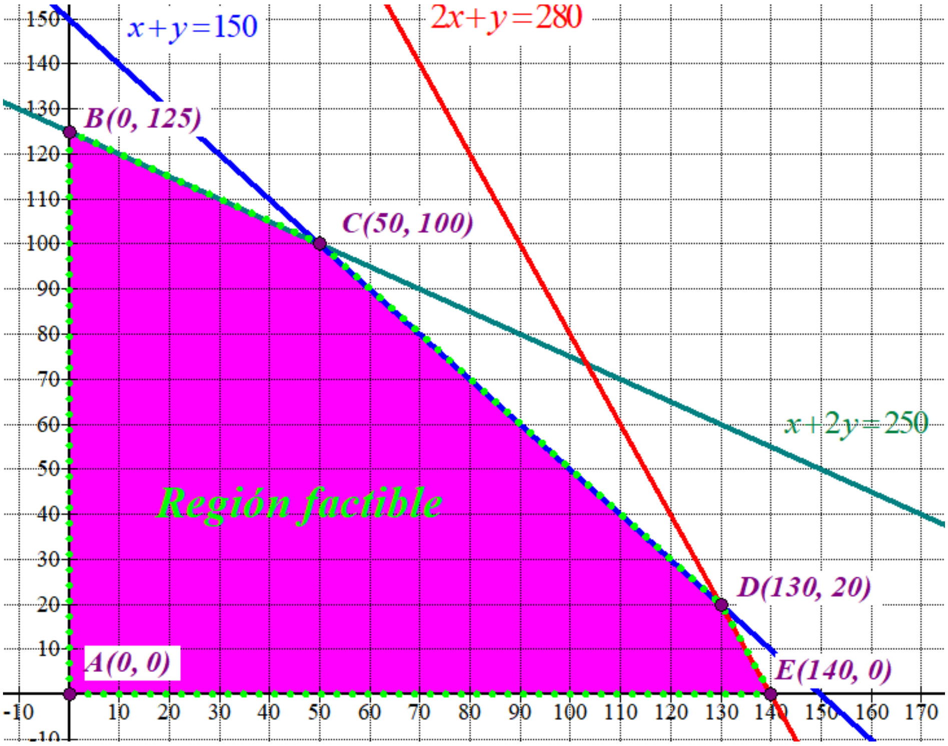
$x\ge 0;\ y\ge 0$

Primer cuadrante



Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} 2x+y\leq 280 \\ x+y\leq 150 \\ x+2y\leq 250 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante que está por debajo de las rectas roja, verde y azul.

Coloreamos de rosa la región factible en el siguiente dibujo.



Las coordenadas de los vértices se obtienen de resolver los sistemas de ecuaciones.

$$C \to \left.\begin{array}{l} x+y=150 \\ x+2y=250 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=150-y \\ x+2y=250 \end{array}\right\} \Rightarrow 150-y+2y=250 \Rightarrow y=100 \Rightarrow x=50 \Rightarrow \boxed{C(50,100)}$$

$$D \to \left.\begin{array}{l} x+y=150 \\ 2x+y=280 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=150-x \\ 2x+y=280 \end{array}\right\} \Rightarrow 2x+150-x=280 \Rightarrow x=130 \Rightarrow y=20 \Rightarrow \boxed{D(130,20)}$$

Valoramos la función beneficio $B(x,y)=7x+5y$ en cada uno de los vértices en busca del coste mínimo.

A(0, 0) → $B(0,0)=0$

B(0, 125) → $B(0,125)=0+625=625$

C(50, 100) → $B(50,100)=350+500=850$

D(130, 20) → $B(130,20)=910+100=1010$ ¡Máximo!

E(140, 0) → $B(140,0)=980+0=980$

El beneficio máximo es de 1010 y se produce en el vértice D(130, 20).
Con 130 cajas del tipo A y 20 del tipo B se satisfacen las restricciones con un beneficio máximo de 1010 €.

b) El beneficio máximo es de 1010 €.

Problema 3. Se considera la función $f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{(x+1)^2}$. Se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales, si existen. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

a) El dominio son todos los números reales menos los que anulan el denominador.
Dominio $f(x)=\mathbb{R}-\{-1\}$.

Puntos de corte con el eje OY:

$$\left.\begin{array}{r} f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{(x+1)^2} \\ x=0 \end{array}\right\} \Rightarrow f(0)=\frac{0^2+0-2}{(0+1)^2}=-2 \Rightarrow \boxed{A(0,-2)}$$

Puntos de corte con el eje OX:

$$\left.\begin{array}{r} f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{(x+1)^2} \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x^2+x-2}{(x+1)^2}=0 \Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4(-2)}}{2}=\frac{-1\pm 3}{2}=\begin{cases} \dfrac{-1+3}{2}=1=x \Rightarrow \boxed{B(1,0)} \\ \dfrac{-1-3}{2}=-2=x \Rightarrow \boxed{C(-2,0)} \end{cases}$$

Los puntos de corte con los ejes son: A(0, –2), B(1, 0) y C(–2, 0).

b) Asíntota vertical. $x=a$

¿$x=-1$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x\to -1} f(x)=\lim_{x\to -1}\frac{x^2+x-2}{(x+1)^2}=\frac{(-1)^2-1-2}{(-1+1)^2}=\frac{-2}{0}=\infty$$

$x=-1$ es asíntota vertical

Asíntota horizontal. $y=b$

$$b=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+x-2}{(x+1)^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}-\frac{2}{x^2}}{\left(\frac{x}{x}+\frac{1}{x}\right)^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}}{\left(1+\frac{1}{x}\right)^2}=\frac{1+\frac{1}{\infty}-\frac{2}{\infty}}{\left(1+\frac{1}{\infty}\right)^2}=\frac{1+0-0}{(1+0)^2}=1$$

$y=1$ es asíntota horizontal.

c) Calculamos la derivada y la igualamos a cero en busca de los puntos críticos.

$$f(x)=\frac{x^2+x-2}{(x+1)^2} \Rightarrow f'(x)=\frac{(2x+1)(x+1)^2-2(x+1)(x^2+x-2)}{(x+1)^4}=$$

$$=\frac{(x+1)\left[(2x+1)(x+1)-2(x^2+x-2)\right]}{(x+1)^4}=\frac{(2x+1)(x+1)-2(x^2+x-2)}{(x+1)^3}=$$

$$=\frac{\cancel{2x^2}+\cancel{2x}+x+1-\cancel{2x^2}-\cancel{2x}+4}{(x+1)^3}=\frac{x+5}{(x+1)^3}$$

$$f'(x)=0\Rightarrow\frac{x+5}{(x+1)^3}=0\Rightarrow x+5=0\Rightarrow\boxed{x=-5}$$

Averiguamos el signo de la derivada antes, entre y después de –1 (excluido del dominio) y –5 (punto crítico).

En el intervalo $(-\infty,-5)$ tomamos $x = -6$ y la derivada vale $f'(-6)=\frac{-6+5}{(-6+1)^3}=\frac{1}{125}>0$.

La función crece en $(-\infty,-5)$.

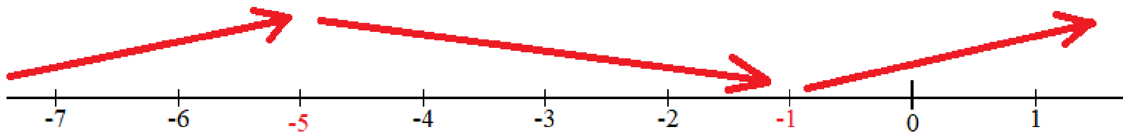
En el intervalo $(-5,-1)$ tomamos $x = -2$ y la derivada vale $f'(-2)=\frac{-2+5}{(-2+1)^3}=-3<0$.

La función decrece en $(-5,-1)$.

En el intervalo $(-1,+\infty)$ tomamos $x = 0$ y la derivada vale $f'(0)=\frac{0+5}{(0+1)^3}=5>0$.

La función crece en $(-1,+\infty)$.

La función sigue el esquema siguiente.



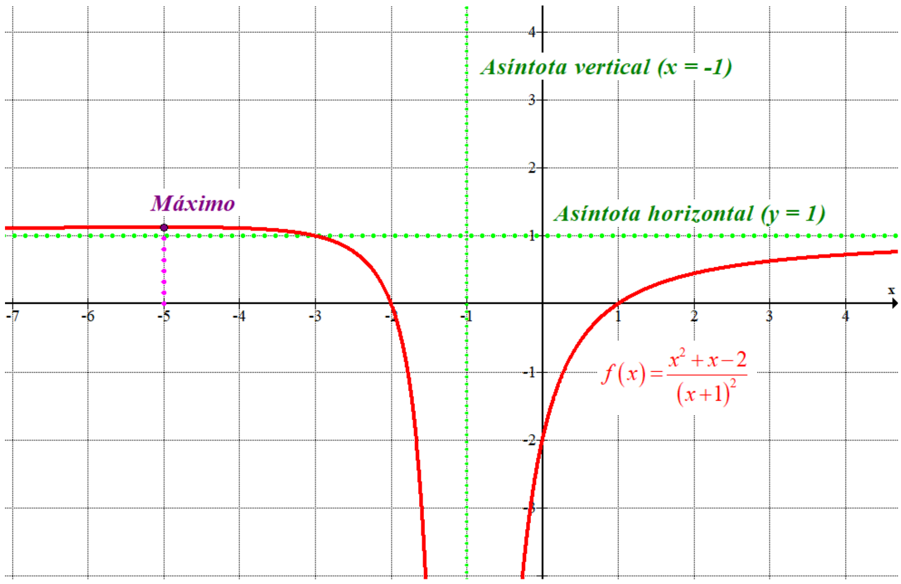
La función crece en $(-\infty,-5)\cup(-1,+\infty)$ y decrece en $(-5,-1)$.

d) Observando el esquema de evolución de la función presenta un máximo en $x = -5$. Como $f(-5)=\frac{(-5)^2-5-2}{(-5+1)^2}=1.125$ las coordenadas del máximo relativo son (–5, 1.125).

La función no tiene mínimo relativo ($x = -1$ excluido del dominio).

e) Para realizar la representación gráfica hacemos una tabla de valores.

x	$f(x)=\frac{x^2+x-2}{(x+1)^2}$
-6	1.12
-5	1.125
-2	0
0	-2
1	0
2	0.44



Problema 4. En una empresa se ha comprobado que sus beneficios están relacionados con su inversión en publicidad según la función $B(x)=50000+40x-\left(\frac{x}{10}\right)^2$, donde x es la inversión en publicidad ($x\geq 0$) y $B(x)$ es el beneficio obtenido, ambos en euros.

a) Calcula la cantidad invertida en publicidad que produce un beneficio máximo. ¿Cuál es dicho beneficio máximo? *(4 puntos)*

b) Calcula los intervalos para la inversión en publicidad en los que los beneficios crecen o decrecen a medida que se invierte en publicidad. *(3 puntos)*

c) ¿Existe un valor para la inversión en publicidad a partir del cual los beneficios obtenidos serían menores que si no se invirtiera nada en publicidad? En caso afirmativo, determínalo. *(3 puntos)*

a) Derivamos la función y buscamos cuando se anula.

$$B(x)=50000+40x-\frac{1}{100}x^2 \Rightarrow B'(x)=40-\frac{2}{100}x=40-\frac{1}{50}x$$

$$B'(x)=0 \Rightarrow 40-\frac{1}{50}x=0 \Rightarrow 2000-x=0 \Rightarrow \boxed{x=2000}$$

Para averiguar si es un máximo, mínimo o punto de inflexión estudio el signo de la derivada antes y después de 2000.

Antes de $x = 2000$ probamos con $x = 1000$, la derivada vale $B'(1000)=40-\frac{1000}{50}=20>0$. La función crece de 0 a 2000 euros de inversión de publicidad.

Después de $x = 2000$ probamos con $x = 3000$, la derivada vale $B'(3000)=40-\frac{3000}{50}=-20<0$. La función decrece a partir de 2000 euros de inversión de publicidad.

Los beneficios tienen un valor máximo con una inversión de 2000 €.

$$B(2000)=50000+40\cdot 2000-\left(\frac{2000}{10}\right)^2=90000.$$

Se obtiene un beneficio máximo de 90 000 €.

b) Según lo estudiado en el apartado a) tenemos que de 0 € a 2000 € de inversión en publicidad la función beneficios crece y en cantidades superiores a 2000 € de gasto en publicidad los beneficios van decreciendo.

c) Los beneficios para una inversión $x = 0$ son $B(0)=50000$.

Averiguamos si la función alcanza ese valor en otro momento.

$$\left.\begin{array}{r} B(x)=50000+40x-\left(\frac{x}{10}\right)^2 \\ B(x)=50000 \end{array}\right\} \Rightarrow 40x-\left(\frac{x}{10}\right)^2=0 \Rightarrow 40x-\frac{x^2}{100}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4000x-x^2=0 \Rightarrow x(4000-x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ \boxed{x=4000} \end{cases}$$

Con una inversión de 4000 € en publicidad se consiguen unos beneficios de 50000. Como la función beneficios decrece a partir de 2000 € podemos afirmar que invirtiendo más de 4000 € en publicidad consigues menos beneficios que si no inviertes nada.

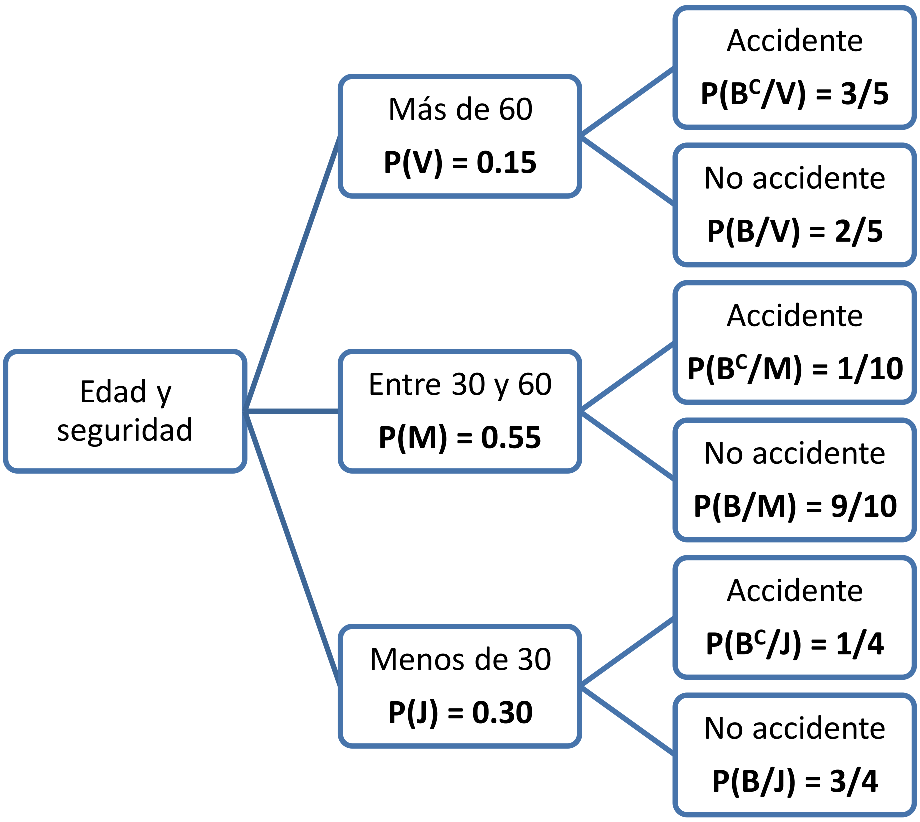
Problema 5. Entre los clientes de una compañía de seguros de automóviles, un 30% tiene menos de 30 años, un 55% tiene entre 30 y 60 años, y el 15% restante tiene más de 60 años. Se sabe que, entre los clientes de menos de 30 años, 3 de cada 4 no presentaron parte de accidente el año pasado; entre los clientes que tienen entre 30 y 60 años, 9 de cada 10 no presentaron parte de accidente el año pasado; y entre los clientes de más de 60 años, 2 de cada 5 no presentaron parte de accidente el año pasado. Seleccionamos al azar un cliente de la compañía.

a) Llamemos A al suceso “el cliente seleccionado tiene más de 60 años” y llamemos B al suceso “el cliente seleccionado no presentó parte de accidente año pasado”. Calcula $P(A \cup B)$. *(3 puntos)*

b) Llamemos C al suceso “el cliente seleccionado tiene 30 años o más” y D al suceso “el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado”. Calcula $P(C \cap D)$. *(3 puntos)*

c) Si sabemos que el cliente seleccionado presentó parte de accidente el año pasado, calcula la probabilidad de que tenga 60 años o menos. *(4 puntos)*

a) Llamamos V al suceso “el cliente seleccionado tiene más de 60 años”, M al suceso “el cliente seleccionado tiene entre 30 y 60 años”, J al suceso “el cliente seleccionado tiene menos de 30 años” y B al suceso “el cliente seleccionado no presentó parte de accidente año pasado”.
Realizamos un diagrama de árbol.



a) Tenemos que A = V.

$$P(A \cup B) = P(V \cup B) = P(V) + P(B) - P(V \cap B) =$$

$$= 0.15 + \left[\cancel{P(V)P(B/V)} + P(M)P(B/M) + P(J)P(B/J) \right] - \cancel{P(V)P(B/V)} =$$

$$= 0.15 + 0.55 \cdot \frac{9}{10} + 0.30 \cdot \frac{3}{4} = \boxed{0.87}$$

b) Tenemos que C = J^C. El suceso C es el contrario del suceso J.
También D = B^C. El suceso D es el contrario de B.

$$P(C \cap D) = P\left(J^C \cap B^C\right) = P\left(V \cap B^C\right) + P\left(M \cap B^C\right) =$$

$$= P(V)P\left(B^C/V\right) + P(M)P\left(B^C/M\right) = 0.15 \cdot \frac{3}{5} + 0.55 \cdot \frac{1}{10} = \boxed{0.145}$$

c) Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P\left(V^C/B^C\right) = \frac{P\left(V^C \cap B^C\right)}{P\left(B^C\right)} = \frac{P\left(J \cap B^C\right) + P\left(M \cap B^C\right)}{P(V)P\left(B^C/V\right) + P(M)P\left(B^C/M\right) + P(J)P\left(B^C/J\right)} =$$

$$= \frac{P(J)P\left(B^C/J\right) + P(M)P\left(B^C/M\right)}{P(V)P\left(B^C/V\right) + P(M)P\left(B^C/M\right) + P(J)P\left(B^C/J\right)} =$$

$$= \frac{0.55 \cdot \frac{1}{10} + 0.3 \cdot \frac{1}{4}}{0.15 \cdot \frac{3}{5} + 0.55 \cdot \frac{1}{10} + 0.3 \cdot \frac{1}{4}} = \boxed{\frac{13}{22} \simeq 0.59}$$

OTRA FORMA DE HACERLO.

Cambiamos las probabilidades a valores absolutos.

Suponemos una población de 100 personas o múltiplo de esta cantidad. Supongamos 200 clientes. Aumentamos el número para evitar los decimales.
Menos de 30 años son el 30 %, es decir 0.30 · 200 = 60 clientes menores de 30 años.
Entre 30 y 60 son el 55 %, es decir 0.55 · 200 = 110 clientes entre 30 y 60 años.
Mayores de 30 son el 15 %, es decir 0.15 · 200 = 30 clientes mayores de 60 años.

Entre los clientes de menos de 30 años (60), 3 de cada 4 no presentaron parte de accidente el año pasado → $\frac{3}{4} \cdot 60 = 45$ menores de 30 años y no presentaron parte de accidente.
Entre los clientes que tienen entre 30 y 60 años (110), 9 de cada 10 no presentaron parte de accidente el año pasado → $\frac{9}{10} \cdot 110 = 99$ tienen entre 30 y 60 y no presentaron parte.
Entre los clientes de más de 60 años (30), 2 de cada 5 no presentaron parte de accidente el año pasado → $\frac{2}{5} \cdot 30 = 12$ tienen más de 60 años y no presentaron parte de accidente.

Para facilitar la claridad y disponibilidad de los datos los ponemos en una tabla.

	Menos de 30 años	Entre 30 y 60 años	Más de 60 años	
No presentan parte (B)	45	99	12	
Presentan parte (D)				
	60	110	30	200

Completamos la tabla.

	Menos de 30 años	Entre 30 y 60 años	Más de 60 años	
No presentan parte (B)	45	99	12	156
Presentan parte (D)	15	11	18	44
	60	110	30	200

Podemos aplicar la regla de Laplace para responder a lo planteado.

a) $P(A \cup B) = P(\text{Más de 60 años o No presenta parte}) = \dfrac{45+99+12+18}{200} = \boxed{0.87}$

b) $P(C \cap D) = P(\text{Más de 30 años y Presenta parte}) = \dfrac{11+18}{200} = \boxed{0.145}$

c) $P(\text{Tiene 60 años o menos / Presentó parte}) = \dfrac{15+11}{44} = \boxed{\dfrac{13}{22} \simeq 0.59}$

Problema 6. En un juego se lanzan dos monedas equilibradas y un dado de seis caras equilibrado. Un jugador gana si obtiene dos caras y un número par en el dado, o bien, si obtiene exactamente una cara y un número mayor o igual que cinco en el dado.

a) Calcula la probabilidad de que el jugador gane. *(2,5 puntos)*

b) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera dos caras al lanzar las monedas? *(2,5 puntos)*

c) Si se sabe que ha ganado, ¿cuál es la probabilidad de que obtuviera un cinco al lanzar el dado? *(2,5 puntos)*

d) Llamemos *A* al suceso "el jugador no gana" y llamemos *B* al suceso "el jugador obtiene un seis al lanzar el dado". ¿Son independientes los sucesos *A* y *B*? *(2,5 puntos)*

Los sucesos lanzar moneda o dado son independientes → P(cara, cara, 2) = P(cara) · P(cara) · P(2)

a) P(Ganar) = P(Cara) · P(Cara) · P(Par) + P(Cara) · P(Cruz) · P(5 o 6) + P(Cruz) · P(Cara) · P(5 o 6) = $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{6}=\boxed{\frac{7}{24}\simeq 0.2917}$

b) P(Sacar dos caras / Ha ganado) =

$$=\frac{P(Gana\,sacando\,dos\,caras)}{P(Gana)}=\frac{P(Cara)P(Cara)P(Par)}{\frac{7}{24}}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{7}{24}}=\boxed{\frac{3}{7}}$$

c) P(Sacar un 5 / Ha ganado) =

$$=\frac{P(Gana\,sacando\,un\,5)}{P(Gana)}=\frac{P(Cruz)P(Cara)P(5)+P(Cara)P(Cruz)P(5)}{\frac{7}{24}}=$$

$$=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}}{\frac{7}{24}}=\boxed{\frac{2}{7}}$$

d) Para que A y B sean independientes deba cumplirse $P(A\cap B)=P(A)P(B)$.

$$P(A)=P(No\,gana)=1-\frac{7}{24}=\frac{17}{24}$$

$$P(B)=P(Sacar\,un\,6)=\frac{1}{6}$$

$$P(A\cap B)=P(\text{No ganar sacando un }6)=P(\text{Cruz,Cruz,}6)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{24}$$

$$¿P(A\cap B)=P(A)P(B)?\Rightarrow ¿\frac{1}{24}=\frac{17}{24}\cdot\frac{1}{6}?\Rightarrow ¿\frac{1}{24}=\frac{17}{144}?$$ ¡No es cierto!

A y B no son independientes.