



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Sèrie 5

| Qualificació | | TR |
|------------------------|---|----|
| Qüestions | 1 | |
| | 2 | |
| | 3 | |
| | 4 | |
| | 5 | |
| | 6 | |
| Suma de notes parcials | | |
| Qualificació final | | |

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. Considereu les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$.

a) Raoneu que la matriu B és invertible i després calculeu B^{-1} .

[1,25 punts]

b) Calculeu la matriu X que satisfà la igualtat $A + B \cdot X = C \cdot A$.

[1,25 punts]

| Espai per al corrector/a | | |
|--------------------------|----------|--|
| Qüestió 1 | <i>a</i> | |
| | <i>b</i> | |
| | Total | |

2. Siguin les funcions $f(x) = x^3 - 9x$ i $g(x) = 7x$.
- a)** Estudieu els intervals de creixement i decreixement de $f(x)$.
- [1,25 punts]

- b)** Calculeu l'àrea de la regió del semiplà $x \geq 0$ compresa entre les gràfiques de $f(x)$ i $g(x)$.
[1,25 punts]

| Espai per al corrector/a | | |
|--------------------------|----------|--|
| Qüestió 2 | <i>a</i> | |
| | <i>b</i> | |
| | Total | |

3. Considereu els punts de l'espai tridimensional $A = (1, a, 1)$, $B = (a, 1, 2)$, $C = (1, 1, 1)$ i $D = (0, 0, 0)$, en què a és un paràmetre real.
- a)** Determineu el valor del paràmetre a per al qual els punts són diferents i coplanaris (és a dir, que hi ha un pla que els conté).
- [1,25 punts]

b) Per al valor $a = 2$, calculeu l'àrea del triangle de vèrtexs A , B i C .

[1,25 punts]

NOTA: Per a calcular l'àrea del triangle definit pels vectors \mathbf{v} i \mathbf{w} , podeu fer servir

l'expressió $S = \frac{1}{2} \|\mathbf{v} \times \mathbf{w}\|$, en què $\mathbf{v} \times \mathbf{w}$ és el producte vectorial dels vectors

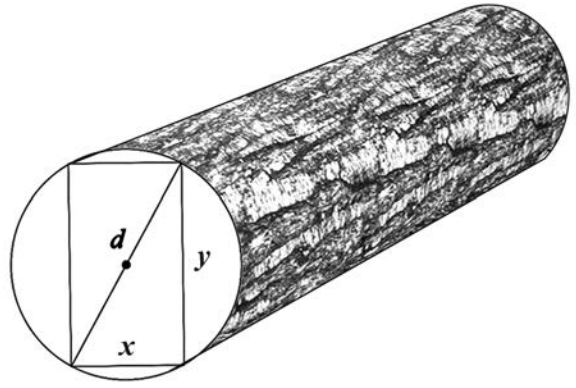
\mathbf{v} i \mathbf{w} .

| Espai per al corrector/a | | |
|--------------------------|-------|--|
| Qüestió 3 | a | |
| | b | |
| | Total | |

4. La resistència al trencament R d'una biga de secció rectangular de base x i altura y és directament proporcional al producte xy^2 ; per tant, $R = kxy^2$, en què k és una constant positiva. Disposem d'un tronc de fusta en forma de cilindre de diàmetre d com el de la figura.

a) Comproveu que la resistència R de la biga rectangular de base x que podem construir amb aquest tronc ve donada per l'expressió $R = kx(d^2 - x^2)$.

[1,25 punts]



b) Calculeu les dimensions de la biga rectangular de resistència màxima que podem construir a partir d'aquest tronc i calculeu aquesta resistència màxima.

[1,25 punts]

| Espai per al corrector/a | | |
|--------------------------|----------|--|
| Qüestió 4 | <i>a</i> | |
| | <i>b</i> | |
| | Total | |

5. Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real a :

$$\begin{cases} x + 2y + az = 8 \\ 2x + y - az = 1 \\ 3x - 3az = 1 \end{cases}$$

a) Comproveu que, per a qualsevol valor del paràmetre a , el sistema d'equacions lineals no té solució.

[1,25 punts]

b) Interpreteu geomètricament el sistema d'equacions lineals. Feu un dibuix esquemàtic que representi la posició relativa dels tres plans.

[1,25 punts]

| Espai per al corrector/a | | |
|--------------------------|----------|--|
| Qüestió 5 | <i>a</i> | |
| | <i>b</i> | |
| | Total | |

6. Resoleu les dues qüestions següents:

a) Sigui $f(x) = 2x^3 + mx^2 + nx + p$ una funció que té dos extrems relatius en $x = -3$ i en $x = 1$ i que passa pel punt $(3, 4)$. Calculeu els valors de m , n i p .

[1,25 punts]

- b)** Calculeu l'equació de la recta tangent a la funció $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ en $x = -3$.
[1,25 punts]

| Espai per al corrector/a | | |
|--------------------------|----------|--|
| Qüestió 6 | <i>a</i> | |
| | <i>b</i> | |
| | Total | |

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]