



## Proves d'accés a la universitat

# Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales

## Serie 3

**Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.**

**Cada cuestión vale 2,5 puntos.**

**Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.**

**Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.**

1. El coste de producción (en euros) de  $x$  unidades de un producto determinado viene dado por la función  $C(x) = 0.02x^2 + 3x + 100$ . Estas unidades se ponen a la venta y el precio de venta unitario (en euros) depende del número de unidades producidas  $x$ . Concretamente, viene dado por la función  $p(x) = 47 - 0.06x$ . Se supone que se venden todas las unidades que se producen.
  - a) Determine la función que da los beneficios obtenidos en función del número de unidades producidas  $x$ . [1,25 puntos]
  - b) Determine cuántas unidades hay que producir para obtener el máximo beneficio y diga cuál es ese beneficio. [1,25 puntos]
  
2. Martí le explica a Marcel que el otro día, cuando cogió el autocar para ir de Barcelona a Tarragona, el autocar se averió justo a la mitad del trayecto. Desde ese punto fue andando hasta la población más próxima, de manera que recorrió a pie una vigésima parte del total del trayecto. Allí cogió un taxi hasta Tarragona, y dice que recorrió 5 kilómetros más en autocar que en taxi.
  - a) Plantee y resuelva un sistema de ecuaciones para calcular cuántos kilómetros recorrió en autocar, a pie y en taxi. [1,75 puntos]
  - b) Si el autocar iba a 100 km/h, Martí anduvo a 5 km/h y el taxi iba a 90 km/h, ¿cuánto tiempo tardó en recorrer todo el trayecto? [0,75 puntos]
  
3. El Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA) tiene previsto montar una exposición. Se estima que el número de visitantes semanales que recibirá la exposición, expresado en decenas de personas, viene dado por la función  $f(x) = \frac{240x}{x^2 - 2x + 4}$ , donde  $x \geq 1$  representa el tiempo, expresado en semanas, que hace que la exposición está abierta al público.
  - a) ¿Cuántas personas irán a ver la exposición la primera semana? Calcule la tasa de variación media del número de visitantes entre la semana 1 y la semana 4. [1 punto]
  - b) ¿Qué semana se prevé que irá más gente a ver la exposición? ¿Cuántos visitantes se estima que irán aquella semana? [1,5 puntos]

4. La técnica de irradiación de los alimentos se utiliza para favorecer su conservación, pero unas dosis demasiado altas de irradiación pueden reducir su valor nutricional. Normalmente, para el procesamiento de alimentos se utilizan las radiaciones provenientes del cobalto y del cesio. Se quiere usar esta técnica para tratar alimentos que ya han empezado a deteriorarse.

Considere  $x$  e  $y$  las cantidades emitidas de rayos de cobalto y de cesio, respectivamente, medidas en grays. Se sabe que la cantidad de radiación absorbida en la parte dañada del alimento es de  $6x + 4y$  grays, alrededor de la parte dañada es de  $3x + y$  grays y en las partes que están en buenas condiciones es de  $4x + 5y$  grays.

- a) Calcule las cantidades de rayos de cobalto y de rayos de cesio que habrá que utilizar para que la cantidad de radiación absorbida por las partes en buenas condiciones sea mínima, teniendo en cuenta que en la parte dañada esta cantidad tiene que ser como mínimo de 60 grays y en los alrededores no puede exceder de 27 grays. Para hacerlo, determine cuál es la función objetivo que debe minimizarse y las restricciones, y dibuje la región factible. [1,5 puntos]
- b) Si se aplica un tratamiento consistente en 7 grays de rayos de cobalto y 5 grays de rayos de cesio, compruebe que se cumplen las dos restricciones (la que hace referencia a la parte dañada y la que hace referencia a sus alrededores). ¿Por qué es un tratamiento peor que la solución que ha encontrado en el apartado a? [1 punto]

5. Considere las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ , donde  $a$  es un parámetro real.

- a) Calcule para qué valor de  $a$  las dos matrices conmutan, es decir, para qué valor de  $a$  se cumple que  $A \cdot B = B \cdot A$ . Compruebe que para este valor de  $a$  se satisface que  $A \cdot B = 2 \cdot I$ , donde  $I$  es la matriz identidad de orden dos. [1,25 puntos]
- b) Para el valor de  $a$  encontrado en el apartado anterior, calcule las matrices inversas de las matrices  $A$  y  $B$ . Puede aplicar la relación  $A \cdot B = 2 \cdot I$ . [1,25 puntos]

6. Un inversor se da cuenta de que en el momento actual sus acciones tienen unas pérdidas de 2.000 €. Su asesor financiero tiene una previsión del valor de las acciones para los próximos 30 días. Le dice que el valor de las acciones ya ha empezado a aumentar y que dentro de pocos días dejará de tener pérdidas. Según las previsiones, durante los próximos 10 días el valor de las acciones crecerá; del día 10 al día 20 los beneficios disminuirán, y a partir de ese día los beneficios volverán a crecer. El asesor también le dice al inversor que la previsión de los beneficios para los próximos 30 días tiene como modelo la función  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ , donde  $x \in [0, 30]$ .

- a) Calcule los valores de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$ . [1,5 puntos]
- b) Si el inversor quiere vender sus acciones durante esos 30 días, ¿cuál es el día en el que obtendrá más beneficios por la venta? ¿Qué beneficios obtendrá? [1 punto]

## SOLUCIONES

**I.** El coste de producción (en euros) de  $x$  unidades de un producto determinado viene dado por la función  $C(x) = 0.02x^2 + 3x + 100$ . Estas unidades se ponen a la venta y el precio de venta unitario (en euros) depende del número de unidades producidas  $x$ . Concretamente, viene dado por la función  $p(x) = 47 - 0.06x$ . Se supone que se venden todas las unidades que se producen.

- a) Determine la función que da los beneficios obtenidos en función del número de unidades producidas  $x$ . [1,25 puntos]  
 b) Determine cuántas unidades hay que producir para obtener el máximo beneficio y diga cuál es ese beneficio. [1,25 puntos]

- a) El beneficio es la diferencia entre lo ingresos obtenidos por la venta y los costes de producción de los productos.

Los ingresos son el producto del precio de venta por unidad y el número de unidades vendidas.

$$\left. \begin{array}{l} C(x) = 0.02x^2 + 3x + 100 \\ I(x) = x \cdot p(x) = x(47 - 0.06x) = 47x - 0.06x^2 \\ B(x) = I(x) - C(x) \end{array} \right\} \Rightarrow B(x) = 47x - 0.06x^2 - (0.02x^2 + 3x + 100) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B(x) = 47x - 0.06x^2 - 0.02x^2 - 3x - 100 \Rightarrow \boxed{B(x) = -0.08x^2 + 44x - 100}$$

La función beneficios es  $B(x) = -0.08x^2 + 44x - 100$ .

- b) Utilizamos la derivada. Derivamos y vemos cuando se anula (punto crítico).

$$B(x) = -0.08x^2 + 44x - 100 \Rightarrow B'(x) = -0.16x + 44$$

$$B'(x) = 0 \Rightarrow -0.16x + 44 = 0 \Rightarrow \boxed{x = \frac{-44}{-0.16} = 275}$$

Sustituimos este valor en la derivada segunda y vemos si es un máximo o un mínimo relativo.

$$B'(x) = -0.16x + 44 \Rightarrow B''(x) = -0.16 \Rightarrow B''(275) = -0.16 < 0$$

Como la derivada segunda en  $x = 275$  es negativa en dicho valor existe un máximo de la función beneficios.

$$B(275) = -0.08 \cdot 275^2 + 44 \cdot 275 - 100 = 5950$$

Los beneficios máximos son 5950 € y se obtienen con la fabricación y venta de 275 unidades de producto.

2. Martí le explica a Marcel que el otro día, cuando cogió el autocar para ir de Barcelona a Tarragona, el autocar se averió justo a la mitad del trayecto. Desde ese punto fue andando hasta la población más próxima, de manera que recorrió a pie una vigésima parte del total del trayecto. Allí cogió un taxi hasta Tarragona, y dice que recorrió 5 kilómetros más en autocar que en taxi.

a) Plantee y resuelva un sistema de ecuaciones para calcular cuántos kilómetros recorrió en autocar, a pie y en taxi. [1,75 puntos]

b) Si el autocar iba a 100 km/h, Martí anduvo a 5 km/h y el taxi iba a 90 km/h, ¿cuánto tiempo tardó en recorrer todo el trayecto? [0,75 puntos]

a) Llamamos  $x$ ,  $y$ ,  $z$  la cantidad de kilómetros recorridos en autocar, a pie y en taxi, respectivamente.

El recorrido total es la suma de lo recorrido de cada manera  $\rightarrow$  Recorrido total =  $x + y + z$

“El autocar se averió justo a la mitad del trayecto”  $\rightarrow x = \frac{x + y + z}{2}$

“Recorrió a pie una vigésima parte del total del trayecto”  $\rightarrow y = \frac{x + y + z}{20}$

“Recorrió 5 kilómetros más en autocar que en taxi”  $\rightarrow x = z + 5$

Reunimos las ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{x + y + z}{2} \\ y = \frac{x + y + z}{20} \\ x = z + 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x = x + y + z \\ 20y = x + y + z \\ x = z + 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y + z \\ 19y = x + z \\ x = z + 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} z + 5 = y + z \\ 19y = z + 5 + z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 = y \\ 19y = 2z + 5 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 95 = 2z + 5 \Rightarrow 2z = 90 \Rightarrow \boxed{z = 45} \Rightarrow \boxed{x = 45 + 5 = 50}$$

Se han recorrido 50 kilómetros en autocar, 5 a pie y 45 en taxi.

b) Si el autocar iba a 100 km/h tarda  $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$  hora en recorrer los 50 kilómetros, si Martí anduvo

a 5 km/h y tenía que recorrer 5 km tardó 1 hora y si el taxi iba a 90 km/h y tenía que recorrer 45 km tardó otra media hora.

¿cuánto tiempo tardó en recorrer todo el trayecto?  $0.5 + 1 + 0.5 = 2$  horas.

Martí tardó 2 horas en hacer todo el recorrido.

3. El Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA) tiene previsto montar una exposición. Se estima que el número de visitantes semanales que recibirá la exposición, expresado en decenas de personas, viene dado por la función  $f(x) = \frac{240x}{x^2 - 2x + 4}$ , donde  $x \geq 1$  representa el tiempo, expresado en semanas, que hace que la exposición está abierta al público.

- a) ¿Cuántas personas irán a ver la exposición la primera semana? Calcule la tasa de variación media del número de visitantes entre la semana 1 y la semana 4. [1 punto]
- b) ¿Qué semana se prevé que irá más gente a ver la exposición? ¿Cuántos visitantes se estima que irán aquella semana? [1,5 puntos]

- a) Nos piden calcular  $f(1)$ .

$$f(1) = \frac{240}{1^2 - 2 + 4} = 80$$

En la primera semana acuden 80 decenas de personas, es decir, 800 visitantes.

La tasa de variación media del número de visitantes entre la semana 1 y la semana 4 es:

$$TVM(1,4) = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1}$$

$$TVM(1,4) = \frac{\frac{240 \cdot 4}{4^2 - 2 \cdot 4 + 4} - \frac{240 \cdot 1}{1^2 - 2 \cdot 1 + 4}}{4 - 1} = \frac{80 - 80}{3} = \boxed{0}$$

Esta tasa nos da cero, porque tanto en la primera semana como en la cuarta se espera el mismo número de visitantes.

- b) Buscamos el máximo de la función. Para ello, calculamos la derivada y la igualamos a cero:

$$f'(x) = \frac{240(x^2 - 2x + 4) - 240x(2x - 2)}{(x^2 - 2x + 4)^2} =$$

$$= \frac{240x^2 - 480x + 960 - 480x^2 + 480x}{(x^2 - 2x + 4)^2} = \frac{-240x^2 + 960}{(x^2 - 2x + 4)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-240x^2 + 960}{(x^2 - 2x + 4)^2} = 0 \Rightarrow -240x^2 + 960 = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{4} = +2}$$

Solo consideramos el valor positivo de  $x$  pues  $x \geq 1$ .

En el intervalo  $[1, 2)$  tomamos  $x = 1.5$  y la derivada vale

$$f'(1.5) = \frac{-240 \cdot 1.5^2 + 960}{(1.5^2 - 3 + 4)^2} = \frac{6720}{169} > 0. \text{ La función crece en } [1, 2).$$

En el intervalo  $(2, +\infty)$  tomamos  $x = 3$  y la derivada vale  $f'(3) = \frac{-240 \cdot 3^2 + 960}{(3^2 - 6 + 4)^2} = \frac{-1200}{49} < 0$

. La función decrece en  $(2, +\infty)$ .

Como la función crece antes de  $x = 2$  y decrece a partir de  $x = 2$  la función presenta un máximo en  $x = 2$ . Calculamos  $f(2)$ .

$$f(2) = \frac{240 \cdot 2}{2^2 - 4 + 4} = 120$$

El número máximo de visitantes se espera en la segunda semana, siendo este valor máximo de 1200 visitantes.

4. La técnica de irradiación de los alimentos se utiliza para favorecer su conservación, pero unas dosis demasiado altas de irradiación pueden reducir su valor nutricional. Normalmente, para el procesamiento de alimentos se utilizan las radiaciones provenientes del cobalto y del cesio. Se quiere usar esta técnica para tratar alimentos que ya han empezado a deteriorarse.

Considere  $x$  e  $y$  las cantidades emitidas de rayos de cobalto y de cesio, respectivamente, medidas en grays. Se sabe que la cantidad de radiación absorbida en la parte dañada del alimento es de  $6x + 4y$  grays, alrededor de la parte dañada es de  $3x + y$  grays y en las partes que están en buenas condiciones es de  $4x + 5y$  grays.

a) Calcule las cantidades de rayos de cobalto y de rayos de cesio que habrá que utilizar para que la cantidad de radiación absorbida por las partes en buenas condiciones sea mínima, teniendo en cuenta que en la parte dañada esta cantidad tiene que ser como mínimo de 60 grays y en los alrededores no puede exceder de 27 grays. Para hacerlo, determine cuál es la función objetivo que debe minimizarse y las restricciones, y dibuje la región factible. [1,5 puntos]

b) Si se aplica un tratamiento consistente en 7 grays de rayos de cobalto y 5 grays de rayos de cesio, compruebe que se cumplen las dos restricciones (la que hace referencia a la parte dañada y la que hace referencia a sus alrededores). ¿Por qué es un tratamiento peor que la solución que ha encontrado en el apartado a? [1 punto]

a) Queremos minimizar la función  $F(x, y) = 4x + 5y$

Las restricciones planteadas en el problema las expresamos como inecuaciones.

“En la parte dañada la cantidad de radiación tiene que ser como mínimo de 60 grays y en los alrededores no puede exceder de 27 grays”  $\rightarrow 6x + 4y \geq 60; 3x + y \leq 27$

Las cantidades deben ser positivas  $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$

Reunimos todas las restricciones en un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 6x + 4y \geq 60 \\ 3x + y \leq 27 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x + 2y \geq 30 \\ 3x + y \leq 27 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Para dibujar la región factible dibujamos primero las rectas asociadas.

$$3x + 2y = 30 \quad \left| \begin{array}{l} x \\ y = \frac{30 - 3x}{2} \end{array} \right.$$

0	15
8	3

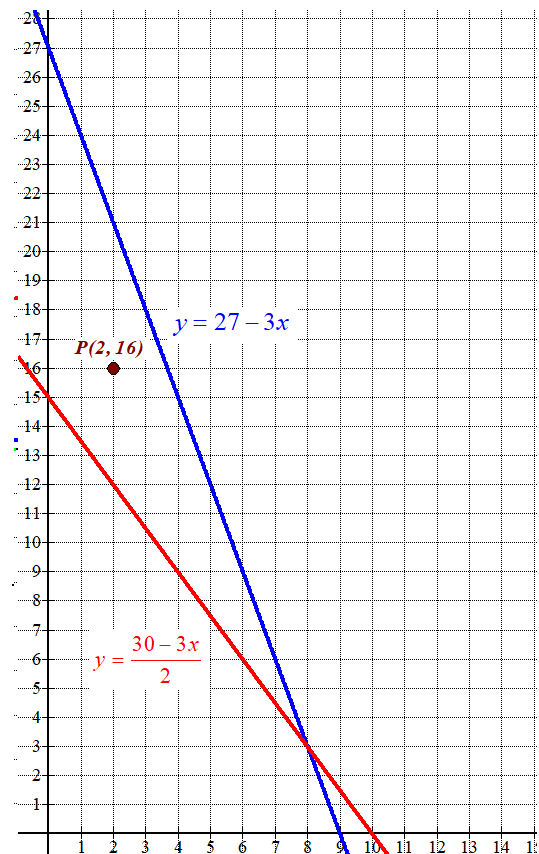
$$3x + y = 27 \quad \left| \begin{array}{l} x \\ y = 27 - 3x \end{array} \right.$$

0	27
8	3

$$x \geq 0; y \geq 0$$

Primer

Cuadrante



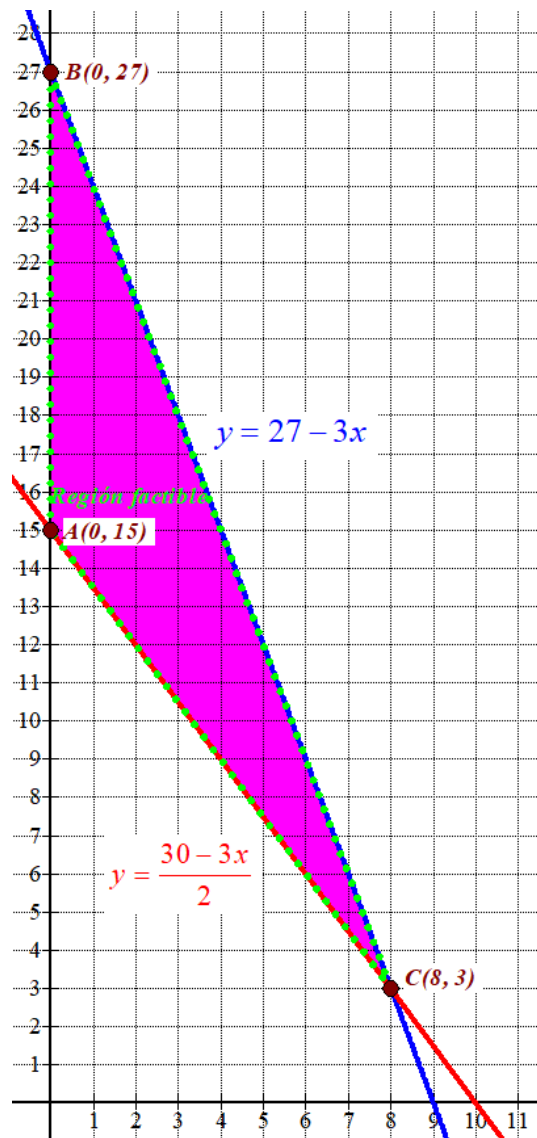
Como las restricciones son  $\left. \begin{array}{l} 3x + 2y \geq 30 \\ 3x + y \leq 27 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$  la región factible es la región del primer cuadrante

situada por debajo de la recta azul y por encima de la recta roja.

Comprobamos que el punto  $P(2, 16)$  perteneciente a dicha región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 3 \cdot 2 + 2 \cdot 16 \geq 30 \\ 3 \cdot 2 + 16 \leq 27 \\ 2 \geq 0; 16 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas! }$$

Coloreamos de rosa la región factible en el siguiente dibujo.



Valoramos la función objetivo  $F(x, y) = 4x + 5y$  en cada vértice de la región factible para determinar su valor mínimo en dicha región.

$$A(0, 15) \rightarrow F(0, 15) = 0 + 75 = 75$$

$$B(0, 27) \rightarrow F(0, 27) = 0 + 135 = 135$$

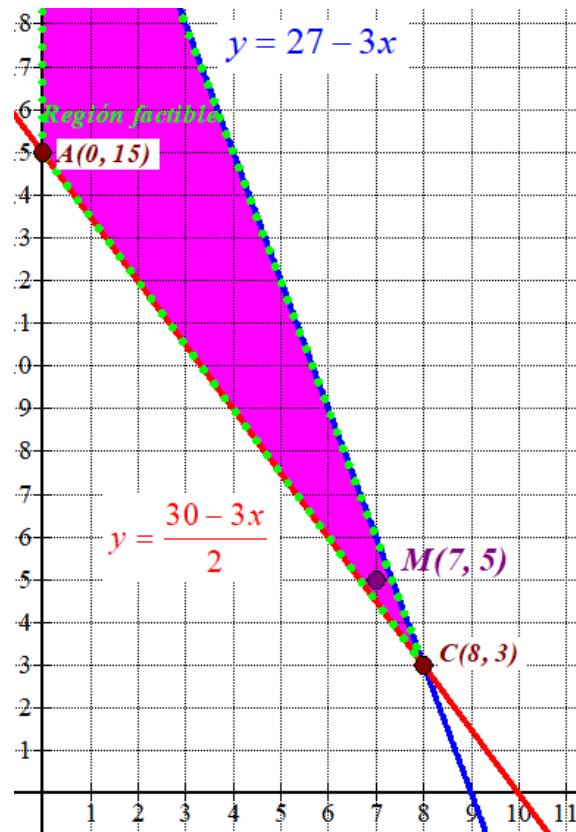
$$C(8, 3) \rightarrow F(8, 3) = 32 + 15 = 47 \quad \text{¡Mínimo!}$$



El valor mínimo es de 47.

Para que la cantidad de radiación absorbida por las partes en buenas condiciones sea mínima deben radiarse 8 grays de rayos de cobalto y 3 grays de rayos de cesio.

- b) Una radiación de 7 grays de rayos de cobalto y 5 grays de rayos de cesio supone el punto  $M(7, 5)$  que pertenece a la región factible, por lo que cumple las restricciones pedidas.



Comprobamos el valor de la función  $F(x, y) = 4x + 5y$  en el punto  $M(7, 5)$  y comprobamos que este valor es mayor de  $F(8, 3) = 47$ .

Y por tanto es peor que el valor que tiene la función en  $C(8, 3)$ .

$$F(7, 5) = 28 + 25 = 53 > 47$$

5. Considere las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ , donde  $a$  es un parámetro real.

- a) Calcule para qué valor de  $a$  las dos matrices conmutan, es decir, para qué valor de  $a$  se cumple que  $A \cdot B = B \cdot A$ . Compruebe que para este valor de  $a$  se satisface que  $A \cdot B = 2 \cdot I$ , donde  $I$  es la matriz identidad de orden dos. [1,25 puntos]
- b) Para el valor de  $a$  encontrado en el apartado anterior, calcule las matrices inversas de las matrices  $A$  y  $B$ . Puede aplicar la relación  $A \cdot B = 2 \cdot I$ . [1,25 puntos]

a)

$$AB = BA \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1-a \\ 0 & 2a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2+2 \\ 0 & 2a \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2=2 \\ 1-a=0 \\ 0=0 \\ 2a=2a \end{cases} \Rightarrow 1-a=0 \Rightarrow \boxed{a=1}$$

El valor de “a” debe ser 1.

Comprobamos que para  $a = 1$  se cumple  $A \cdot B = 2 \cdot I$ .

$$\left. \begin{array}{l} A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1-1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \\ 2 \cdot I = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{!! } A \cdot B = 2 \cdot I !!$$

b) Para  $a = 1$  tenemos que  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  y hemos comprobado que  $A \cdot B = 2 \cdot I$ .

$$A \cdot B = 2 \cdot I \Rightarrow \frac{1}{2} A \cdot B = I \Rightarrow \begin{cases} A \cdot \frac{1}{2} B = I \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} B \\ \frac{1}{2} A \cdot B = I \rightarrow B^{-1} = \frac{1}{2} A \end{cases}$$

Obtenemos la expresión de las matrices inversas pedidas.

$$A^{-1} = \frac{1}{2} B = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{2} A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Un inversor se da cuenta de que en el momento actual sus acciones tienen unas pérdidas de 2.000 €. Su asesor financiero tiene una previsión del valor de las acciones para los próximos 30 días. Le dice que el valor de las acciones ya ha empezado a aumentar y que dentro de pocos días dejará de tener pérdidas. Según las previsiones, durante los próximos 10 días el valor de las acciones crecerá; del día 10 al día 20 los beneficios disminuirán, y a partir de ese día los beneficios volverán a crecer. El asesor también le dice al inversor que la previsión de los beneficios para los próximos 30 días tiene como modelo la función  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ , donde  $x \in [0, 30]$ .

- a) Calcule los valores de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$ . [1,5 puntos]  
 b) Si el inversor quiere vender sus acciones durante esos 30 días, ¿cuál es el día en el que obtendrá más beneficios por la venta? ¿Qué beneficios obtendrá? [1 punto]

a) Según el enunciado, la función  $f(x)$  verifica:

“En el momento actual sus acciones tienen unas pérdidas de 2.000 €”  $\rightarrow f(0) = -2000$

“Durante los próximos 10 días el valor de las acciones crecerá; del día 10 al día 20 los beneficios disminuirán, y a partir de ese día los beneficios volverán a crecer”  $\rightarrow$  En el día 10 habrá un máximo y en el día 20 un mínimo  $\rightarrow f'(10) = 0$ ;  $f'(20) = 0$ .

Aplicamos estas condiciones a la función  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ .

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \\ f(0) = -2000 \end{array} \right\} \Rightarrow -2000 = 0^3 + a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow -2000 = c$$

La función queda  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2000$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2000 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \\ f'(10) = 0 \\ f'(20) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3 \cdot 10^2 + 2a \cdot 10 + b = 0 \\ 3 \cdot 20^2 + 2a \cdot 20 + b = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

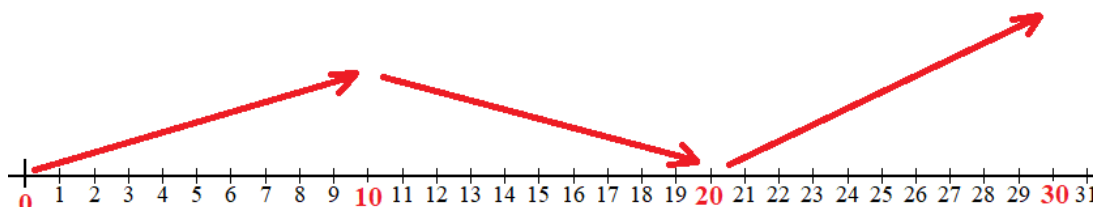
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 300 + 20a + b = 0 \\ 1200 + 40a + b = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} b = -20a - 300 \\ 1200 + 40a + b = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 1200 + 40a - 20a - 300 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20a + 900 = 0 \Rightarrow a + 45 = 0 \Rightarrow \boxed{a = -45} \Rightarrow \boxed{b = 900 - 300 = 600}$$

Los valores buscados son  $a = -45$ ,  $b = 600$  y  $c = -2000$ .

b) La función beneficios es  $f(x) = x^3 - 45x^2 + 600x - 2000$ , donde  $x \in [0, 30]$ .

Y sabemos que durante los próximos 10 días el valor de las acciones crecerá; del día 10 al día 20 los beneficios disminuirán, y a partir de ese día los beneficios volverán a crecer. Esto implica que en el día 10 habrá un máximo relativo y en el día 20 un mínimo relativo.



Valoramos la función beneficios en estos valores y en los extremos del intervalo  $[0, 30]$  para determinar el máximo absoluto de la función beneficios. Aunque bastaría con comparar el valor de la función en  $x = 10$  y  $x = 30$ .

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= -2000 \\ f(10) &= 10^3 - 45 \cdot 10^2 + 6000 - 2000 = 500 \\ f(20) &= 20^3 - 45 \cdot 20^2 + 600 \cdot 20 - 2000 = 0 \\ f(30) &= 30^3 - 45 \cdot 30^2 + 600 \cdot 30 - 2000 = 2500 \end{aligned} \right\}$$

Le interesa vender el día 30 donde el beneficio sería de 2500 €.