

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Serie 3

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'alumne/a



Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació



Etiqueta del corrector/a



Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2,5 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

1. El mástil que sostiene la lona de la carpa de un circo se sitúa perpendicularmente sobre el plano de un suelo cuya ecuación es $\pi: x - z = 6$. Se sabe que la cúpula de la carpa (el punto más elevado por el que pasa el mástil) está en el punto de coordenadas $P = (30, 1, 0)$.
- a) Calcule la ecuación paramétrica de la recta que contiene el mástil.

[1 punto]

b) Calcule las coordenadas del punto de contacto del mástil con el suelo, y la longitud del mástil.

[1,5 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

2. Considere la función $f(x) = \frac{9}{x^2 + x - 2}$.

a) Determine el dominio, las posibles asíntotas, los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

[1,25 puntos]

b) Calcule la ecuación general de la recta tangente a la función $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 4$. Represente en un mismo gráfico la función $f(x)$ y la recta tangente.

[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	a	
	b	
	Total	

3. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 3 \\ 2a & 5 & 3a \\ 7 & 4a & 9 \end{pmatrix}$, que depende del parámetro a .

a) Calcule el rango de la matriz A para los diferentes valores del parámetro a .
[1,25 puntos]

b) Si $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, resuelva la siguiente ecuación matricial: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

4. **a)** Considere la función $f(x) = \begin{cases} \ln(x), & \text{si } x \in (0, e) \\ ax + b, & \text{si } x \in [e, 4) \end{cases}$, donde a y b son números reales.

Encuentre el valor de a y de b para que la función sea continua y derivable en el intervalo $(0, 4)$.

[1,25 puntos]

b) Calcule la función $g(x)$ que satisface $g'(x) = \frac{x^3}{9x^4 + 1}$ y que pasa por el punto $(0, -1)$.
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

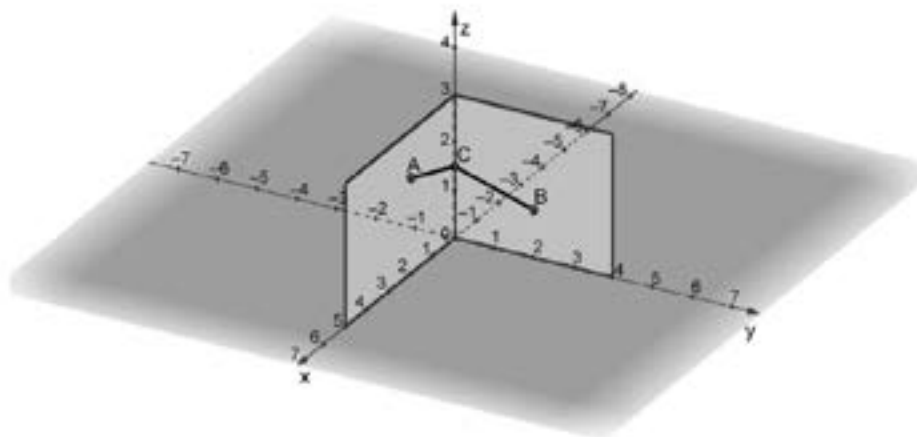
5. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} a & a & 0 \\ 2 & a+1 & a-1 \\ 2a+1 & 0 & -a-3 \end{pmatrix}$, en la que a es un parámetro real.

a) Calcule los valores del parámetro a para los cuales la matriz A es invertible.
[1,25 puntos]

b) Para el caso $a = 3$, resuelva la ecuación $A \cdot X = B - 3I$, en la que $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	a	
	b	
	Total	

6. La siguiente imagen muestra dos paredes perpendiculares de una sala representadas en unos ejes de coordenadas, de manera que una pared está en el plano $y=0$ y la otra está en el plano $x=0$.



En el punto $A = (2, 0, 2)$ se quiere fijar un altavoz que debe estar conectado a un equipo de sonido, el cual está situado en la otra pared, en el punto $B = (0, 2, 1)$. La conexión entre A y B se hará mediante un cable que pase por el punto $C = (0, 0, h)$, situado en la recta vertical de intersección de las dos paredes. Dado que la calidad del sonido depende, entre otros factores, de la longitud del cable que une a los dos aparatos, se quiere realizar una instalación con el mínimo de cable posible.

- a) Compruebe que la longitud total del cable necesario, en función de la altura h por donde debe pasar el cable en el eje vertical OZ , viene dada por la expresión

$$L(h) = \sqrt{h^2 - 4h + 8} + \sqrt{h^2 - 2h + 5}.$$

[0,75 puntos]

b) Calcule las coordenadas del punto *C* por donde debe pasar el cable para que la longitud del cable sea mínima. Calcule esta longitud mínima del cable.

[1,75 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

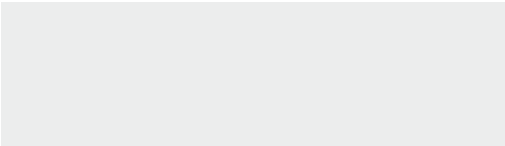
[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut
d'Estudis
Catalans