PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2021–2022

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) **Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**

c) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.

d) **Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

f) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea f la función continua definida por $f(x) = \begin{cases} x^2+2 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \sqrt{ax+b} & \text{si} \quad 0 < x \leq 2 \\ \dfrac{-x}{2\sqrt{2}} + \dfrac{3}{\sqrt{2}} & \text{si} \quad 2 < x \end{cases}$

a) Calcula a y b. **(1,25 puntos)**

b) Para $a = -1$ y $b = 4$, estudia si existe la derivada de f en $x = 2$. En caso afirmativo, calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en dicho punto. **(1,25 puntos)**

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Considera la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \ln(x^2+1)$ (donde $\ln$ denota la función logaritmo neperiano).

a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f. **(1 punto)**

b) Determina los intervalos de convexidad y de concavidad de f y los puntos de inflexión de su gráfica. **(1,5 puntos)**

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Considera la función $F\colon [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ definida por $F(x) = \displaystyle\int_0^x 2t\cos(t)\,dt$.

a) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de F. **(1 punto)**

b) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de F en el punto de abscisa $x = \pi$. **(1,5 puntos)**

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Calcula $\displaystyle\int_0^1 x \operatorname{arctg}(x)\,dx$ (donde arctg denota la función arcotangente).

BLOQUE B

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Considera el sistema:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & 3y & + & mz & = & 3 \\ x & + & my & - & z & = & -1 \\ 3x & + & y & - & 3z & = & -m \end{array}\right.$$

a) Discute el sistema según los valores de m. **(1,75 puntos)**

b) Para $m = -2$ encuentra, si es posible, y_0 para que la solución del sistema sea $x = \lambda$, $y = y_0$, $z = \lambda - \frac{3}{7}$. **(0,75 puntos)**

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Dado $a \neq 0$, considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -a & 3 \\ a & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Determina para qué valores de a se cumple que $A^{-1} = \frac{1}{4} A$. **(1,25 puntos)**

b) Para $a = 1$ calcula, si es posible, la matriz X tal que $A\,X = B^t$, donde B^t denota la matriz traspuesta de B. **(1,25 puntos)**

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x + y + z = 0$ y la recta $r \equiv \left\{\begin{array}{l} x = \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 0 \end{array}\right.$

a) Determina la ecuación del plano perpendicular a π que contiene a r. **(1,25 puntos)**

b) Calcula la distancia entre r y π. **(1,25 puntos)**

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Sean los planos $\pi_1 \equiv 2x + y + z - 3 = 0$, $\pi_2 \equiv x + 2y - z + 5 = 0$ y la recta $r \equiv x - 1 = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{5}$.

a) Halla los puntos de r que equidistan de π_1 y π_2. **(2 puntos)**

b) Halla el seno del ángulo que forma el plano π_1 con la recta r. **(0,5 puntos)**
