UNIVERSIDAD DE MURCIA Región de Murcia Universidad Politécnica de Cartagena

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

207 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES.

EBAU2022 - **JUNIO**

OBSERVACIONES IMPORTANTES: Debes responder a un máximo de 4 preguntas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 preguntas, sólo se corregirán las cuatro primeras que haya respondido el estudiante. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

CUESTIÓN 1. (2,5 puntos) Discutir el sistema lineal de ecuaciones en función de los valores del parámetro **a**:

$$\left.\begin{array}{l} 4x+ay-2z=1 \\ ax-2y+2z=-1 \\ ax+y=0 \end{array}\right\} \text{(2 puntos)}$$

Resolverlo para a = 1. (0,5 puntos)

CUESTIÓN 2. (2,5 puntos) La empresa Sportwear, especializada en ropa deportiva, quiere fabricar dos tipos de camisetas: técnica y casual. Para ello utiliza tejidos sostenibles con el medio ambiente: algodón orgánico y lino. Para fabricar una camiseta técnica necesita 70 g de algodón orgánico y 20 g de lino, y para fabricar una camiseta casual necesita 60 g de algodón orgánico y 800 g de lino. Actualmente, la empresa dispone para producir 4200 g de algodón orgánico y 800 g de lino. Además, para que sea rentable el proceso se debe fabricar al menos 10 camisetas tipo casual. Sabiendo que cada camiseta técnica da un beneficio de 5 € y cada casual de 4 €, calcule, justificando la respuesta:

a) El número de camisetas de cada tipo que debería fabricar para obtener el máximo beneficio. (2 puntos)
b) El valor de dicho beneficio máximo. (0,5 puntos)

CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) Se estima que los beneficios, en miles de euros, obtenidos en una sala de conciertos inaugurada hace 5 años, viene dado por la función $B(t)=2t^3-15t^2+24t+26$ donde $t\in[0,5]$ es el tiempo, medido en años, que lleva funcionando la sala. Se quiere conocer:

a) ¿En qué momento se alcanza el máximo beneficio de la sala de conciertos? Razone su respuesta (2 puntos).
b) ¿A cuánto asciende dicho beneficio máximo? (0,5 puntos)

CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Sea la función $f(x)=\begin{cases} x^2-kx+3 & si \ \ x\le 2 \\ 2x+k & si \ \ x>2 \end{cases}$

a) Calcular el valor de *k* para que la función sea continua en $x=2$. (1 punto)
b) Para este valor determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x=-1$. (1,5 puntos)

CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=x^2e^x$, calcule:

a) El dominio de definición de la función. (0,5 puntos)
b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. (1 punto)
c) Máximos y mínimos locales. (0,5 puntos)
d) Calcule la derivada de la función $f(x)=x^2e^x$ en el punto de abscisa $x=1$. (0,5 puntos)

CUESTIÓN 6. (2,5 puntos) Representar la región del plano limitado por las parábolas $f(x) = -x^2 + 2x + 4$ y $g(x) = x^2 - 4x + 4$. Calcular su área.

CUESTIÓN 7. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = \dfrac{2xe^{x^2}}{e^{x^2} + 2}$:

a) Calcular $\int \dfrac{2xe^{x^2}}{e^{x^2} + 1} dx$. (1 punto)

b) Calcular el área de la región delimitada por la gráfica de la función *f(x)*, el eje de abscisa y la recta $x = 1$ (1,5 puntos)

CUESTIÓN 8. (2,5 puntos)

a) En el departamento informático de unos grandes almacenes se encuentran a la venta ordenadores de distintas marcas comerciales. Hay 100 ordenadores de la marca A, 60 de la marca B y 40 de la marca C. La probabilidad de que un ordenador esté obsoleto es 0.01 para la marca A; 0.02 para la marca B y 0.03 para la marca C. Un comprador elige un ordenador al azar.
   i. Calcule la probabilidad de que el ordenador esté obsoleto. (0,5 puntos)
   ii. Sabiendo que el ordenador elegido es obsoleto, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la marca A? (1 punto)

b) El salario mensual de los hogares de un municipio se distribuye según una variable Normal con desviación típica igual a 160 euros. Seleccionados 40 hogares al azar, han tenido un salario medio mensual de 1100 euros. Calcule un intervalo de confianza para el salario medio mensual de los hogares de ese municipio con un nivel de confianza del 95 %. (1 punto)

SOLUCIONES

CUESTIÓN 1. (2,5 puntos) Discutir el sistema lineal de ecuaciones en función de los valores del parámetro **a**:

$$\left.\begin{array}{l} 4x+ay-2z=1 \\ ax-2y+2z=-1 \\ ax+y=0 \end{array}\right\} \text{(2 puntos)}$$

Resolverlo para a = 1. (0,5 puntos)

La matriz de coeficientes A asociada al sistema es $A=\begin{pmatrix} 4 & a & -2 \\ a & -2 & 2 \\ a & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y la matriz ampliada es $A/B=\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & a & -2 & 1 \\ a & -2 & 2 & -1 \\ a & 1 & 0 & 0 \end{array}\right)$.

El determinante de A es $|A|=\begin{vmatrix} 4 & a & -2 \\ a & -2 & 2 \\ a & 1 & 0 \end{vmatrix}=0+2a^2-2a-(4a+0+8)=2a^2-6a-8$.

Veamos cuando se anula.

$$|A|=0 \Rightarrow 2a^2-6a-8=0 \Rightarrow a^2-3a-4=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a=\frac{3\pm\sqrt{(-3)^2-4(-4)}}{2}=\frac{3\pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{a=\frac{3+5}{2}=4} \\ o \\ \boxed{a=\frac{3-5}{2}=-1} \end{cases}$$

Analizamos tres casos diferentes.

CASO 1. $a \neq 4 \quad y \quad a \neq -1$

En este caso el determinante de A es no nulo y su rango es 3, así como el de la matriz ampliada y el número de incógnitas. El sistema es COMPATIBLE DETERMINADO (tiene una única solución).

CASO 2. $a=4$

En este caso el determinante de A es nulo y su rango no es 3.

Estudiamos su rango usando el método de Gauss.

$$A/B=\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 4 & -2 & 1 \\ 4 & -2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} Fila\,2^a - Fila\,1^a \\ \begin{array}{cccc} 4 & -2 & 2 & -1 \\ -4 & -4 & 2 & -1 \\ \hline 0 & -6 & 4 & -2 \end{array} \to \text{Nueva Fila } 2^a \end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{llll} \multicolumn{4}{l}{Fila\,3^{a}-Fila\,1^{a}} \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -4 & 2 & -1 \\ \hline 0 & -3 & 2 & -1 \rightarrow \text{Nueva Fila } 3^{a} \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & -6 & 4 & -2 \\ 0 & -3 & 2 & -1 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{llll} \multicolumn{4}{l}{2\cdot Fila\,3^{a}-Fila\,2^{a}} \\ 0 & -6 & 4 & -2 \\ 0 & 6 & -4 & 2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \rightarrow \text{Nueva Fila } 3^{a} \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & -6 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

El rango de A es 2 al igual que el de A/B, pero el número de incógnitas es 3.
El sistema es COMPATIBLE INDETERMINADO (tiene infinitas soluciones):

CASO 3. $a=-1$

En este caso el determinante de A es nulo y su rango no es 3.
Estudiamos su rango usando el método de Gauss.

$$A/B = \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & -1 & -2 & 1 \\ -1 & -2 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow \left\{\begin{array}{llll} \multicolumn{4}{l}{4\cdot Fila\,2^{a}+Fila\,1^{a}} \\ -4 & -8 & 8 & -4 \\ 4 & -1 & -2 & 1 \\ \hline 0 & -9 & 6 & -3 \rightarrow \text{Nueva Fila } 2^{a} \end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{llll} \multicolumn{4}{l}{4\cdot Fila\,3^{a}+Fila\,1^{a}} \\ -4 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & -2 & 1 \\ \hline 0 & 3 & -2 & 1 \rightarrow \text{Nueva Fila } 3^{a} \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & -9 & 6 & -3 \\ 0 & 3 & -2 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{llll} \multicolumn{4}{l}{3\cdot Fila\,3^{a}+Fila\,2^{a}} \\ 0 & 9 & -6 & 3 \\ 0 & -9 & 6 & -3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \rightarrow \text{Nueva Fila } 3^{a} \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & -9 & 6 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

El rango de A es 2 al igual que el de A/B, pero el número de incógnitas es 3.
El sistema es COMPATIBLE INDETERMINADO (tiene infinitas soluciones):

Lo resolvemos para $a = 1$. Sabemos que es compatible determinado (CASO 1)

$$\left.\begin{array}{l} 4x+y-2z=1 \\ x-2y+2z=-1 \\ x+y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4x+y-2z=1 \\ x-2y+2z=-1 \\ y=-x \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4x-x-2z=1 \\ x-2(-x)+2z=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{r} 3x-2z=1 \\ (+)\underline{3x+2z=-1} \\ 6x \quad =0 \Rightarrow \boxed{x=0} \end{array}$$

$$x=0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{y=-0=0} \\ 0-2z=1 \Rightarrow \boxed{z=-\frac{1}{2}} \end{cases}$$

La solución es *x = 0; y = 0;* $z=-\frac{1}{2}$.

CUESTIÓN 2. (2,5 puntos) La empresa Sportwear, especializada en ropa deportiva, quiere fabricar dos tipos de camisetas: técnica y casual. Para ello utiliza tejidos sostenibles con el medio ambiente: algodón orgánico y lino. Para fabricar una camiseta técnica necesita 70 g de algodón orgánico y 20 g de lino, y para fabricar una camiseta casual necesita 60 g de algodón orgánico y 10 g de lino. Actualmente, la empresa dispone para producir 4200 g de algodón orgánico y 800 g de lino. Además, para que sea rentable el proceso se debe fabricar al menos 10 camisetas tipo casual. Sabiendo que cada camiseta técnica da un beneficio de 5 € y cada casual de 4 €, calcule, justificando la respuesta:

a) El número de camisetas de cada tipo que debería fabricar para obtener el máximo beneficio. (2 puntos)

b) El valor de dicho beneficio máximo. (0,5 puntos)

Es un problema de programación lineal.
Llamamos x = número de camisetas técnicas fabricadas e y = número de camisetas casuales.

Hacemos una tabla para aclarar los datos.

	Gramos de algodón	Gramos de lino	Beneficios
Nº camisetas técnicas (x)	70x	20x	5x
Nº camisetas casuales (y)	60y	10y	4y
TOTALES	$70x+60y$	$20x+10y$	$5x+4y$

Deseamos maximizar el beneficio $B(x,y)=5x+4y$.

Las restricciones nos dan las siguientes inecuaciones.

"*La empresa dispone para producir 4200 g de algodón orgánico*" → $70x+60y\leq 4200$

"*La empresa dispone para producir 800 g de lino*" → $20x+10y\leq 800$

"*Se debe fabricar al menos 10 camisetas tipo casual*" → $y\geq 10$

"*El número de camisetas técnicas debe ser positivo o cero*" → $x\geq 0$

La región factible es la zona del plano que cumple el sistema de inecuaciones siguientes:

$$\left.\begin{array}{l}70x+60y\leq 4200\\20x+10y\leq 800\\y\geq 10\\x\geq 0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}7x+6y\leq 420\\2x+y\leq 80\\y\geq 10\\x\geq 0\end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$7x+6y=420$

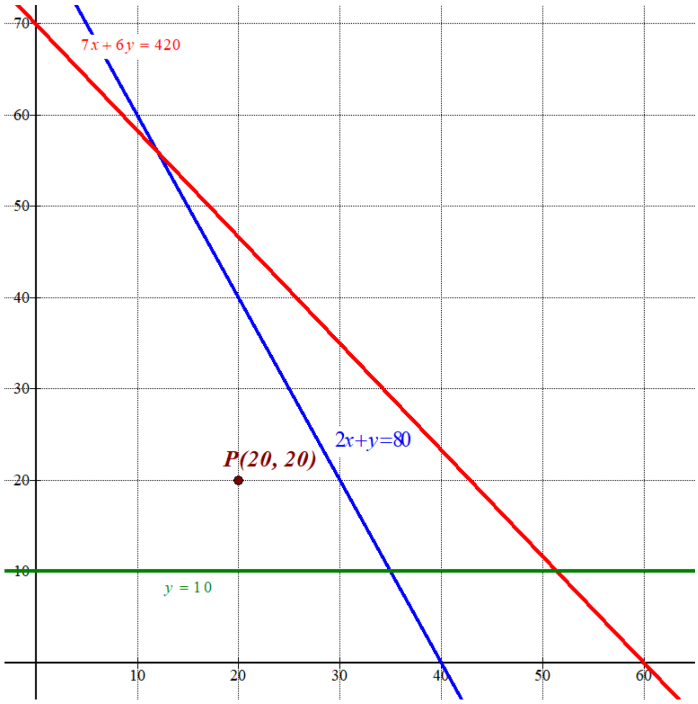
x	$y=\frac{420-7x}{6}$
0	70
12	56
60	0

$2x+y=80$

x	$y=80-2x$
0	80
12	56
40	0

$y=10$

x	$y=10$
0	10
12	10
40	10



Como las restricciones es una región que cumple $\left.\begin{array}{l} 7x+6y\leq 420 \\ 2x+y\leq 80 \\ y\geq 10 \\ x\geq 0 \end{array}\right\}$

Entonces es la región del primer cuadrante que está por debajo de las rectas **azul**, roja y por encima de la recta horizontal $y = 10$.
Coloreo de rosa la región factible.

Comprobamos que el punto P(20, 20) cumple todas las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 7\cdot 20+6\cdot 20\leq 420 \\ 2\cdot 20+20\leq 80 \\ 20\geq 10 \\ 20\geq 0 \end{array}\right\}$$ Se cumplen todas y la región factible es correcta.

Conozco las coordenadas de los vértices A(0,0) y B(0,70) determinamos las coordenadas del resto resolviendo los sistemas de ecuaciones correspondientes.

C → $\boxed{\begin{array}{l} \begin{cases} 2x+y=80 \\ 7x+6y=420 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=80-2x \\ 7x+6y=420 \end{cases} \Rightarrow 7x+6(80-2x)=420 \Rightarrow \\ \Rightarrow 7x+480-12x=420 \Rightarrow -5x=-60 \Rightarrow x=12 \Rightarrow y=80-2\cdot 12=56 \Rightarrow C(12,56) \end{array}}$

D → $\boxed{\begin{cases} y=10 \\ 2x+y=80 \end{cases} \Rightarrow 2x+10=80 \Rightarrow 2x=70 \Rightarrow x=35 \Rightarrow D(35,10)}$

Valoramos la función beneficio $B(x,y)=5x+4y$ en cada uno de los vértices en busca del máximo valor.

A(0, 10) → $B(0,10)=40$

B(0, 70) → $B(0,70)=0+280=280$

$C(12,56)$ → $B(12,56)=60+224=$ 284 Máximo

D(35, 10) → $B(35,10)=175+40=215$

a) El máximo beneficio se obtiene en el punto C(12, 56). Que significa fabricar 12 camisetas técnicas y 56 casuales.

b) El máximo beneficio es de 284 euros.

CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) Se estima que los beneficios, en miles de euros, obtenidos en una sala de conciertos inaugurada hace 5 años, viene dado por la función $B(t)=2t^3-15t^2+24t+26$ donde $t\in[0,5]$ es el tiempo, medido en años, que lleva funcionando la sala. Se quiere conocer:

a) ¿En qué momento se alcanza el máximo beneficio de la sala de conciertos? Razone su respuesta (2 puntos).

b) ¿A cuánto asciende dicho beneficio máximo? (0,5 puntos)

a) Derivamos la función y la igualamos a cero en busca de los candidatos a máximos.

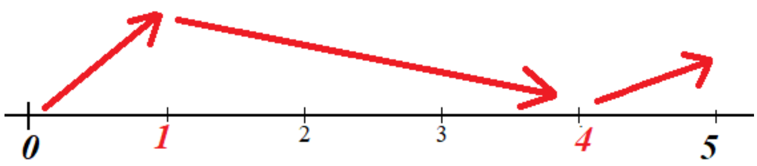
$$B(t)=2t^3-15t^2+24t+26 \Rightarrow B´(t)=6t^2-30t+24$$

$$B´(t)=0 \Rightarrow 6t^2-30t+24=0 \Rightarrow t^2-5t+4=0 \Rightarrow$$

$$t=\frac{5\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 4}}{2}=\frac{5\pm 3}{2}=\begin{cases}\frac{5+3}{2}=4=t\\ \frac{5-3}{2}=1=t\end{cases}$$

Comprobamos la evolución de la función antes de $t = 1$, entre $t = 1$ y $t = 4$ y después de $t = 4$.

$$B´(0.5)=6\cdot 0.5^2-30\cdot 0.5+24=1.5-15+24=10.5>0$$
$$B´(2)=6\cdot 2^2-30\cdot 2+24=24-60+24=-12<0$$
$$B´(5)=6\cdot 5^2-30\cdot 5+24=150-150+24=24>0$$



La función presenta un máximo en $t = 1$.
Comparamos el beneficio el 5º año con el año 1º.

$$B(1)=2\cdot 1^3-15\cdot 1^2+24\cdot 1+26=37$$
$$B(5)=2\cdot 5^3-15\cdot 5^2+24\cdot 5+26=21$$

El máximo beneficio se consigue el primer año.

b) El beneficio máximo es de $B(1)=37$, que significa un beneficio de 37000 €.

CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Sea la función $f(x)=\begin{cases} x^2-kx+3 & si \;\; x\leq 2 \\ 2x+k & si \;\; x>2 \end{cases}$

a) Calcular el valor de *k* para que la función sea continua en $x=2$. (1 punto)
b) Para este valor determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x=-1$. (1,5 puntos)

a) Para que sea continua deben coincidir los límites laterales con el valor de la función.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} x^2-kx+3=2^2-k\cdot 2+3=7-2k \\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+} 2x+k=2\cdot 2+k=4+k \\ f(2)=7-2k \end{array}\right\} \Rightarrow 7-2k=4+k \Rightarrow 3=3k \Rightarrow \boxed{k=1}$$

b) Con $k = 1$ la función queda $f(x)=\begin{cases} x^2-x+3 & si \;\; x\leq 2 \\ 2x+1 & si \;\; x>2 \end{cases}$

En $x=-1$ la función es $f(x)=x^2-x+3$.

La fórmula de la tangente a la gráfica en $x = -1$ es $y-f(-1)=f'(-1)\big(x-(-1)\big)$.

$$f(x)=x^2-x+3 \Rightarrow f'(x)=2x-1 \Rightarrow \begin{cases} f(-1)=(-1)^2-(-1)+3=1+1+3=5 \\ f'(-1)=2(-1)-1=-3 \end{cases}$$

Por lo que la recta tangente queda:

$$y-5=-3(x+1) \Rightarrow y-5=-3x-3 \Rightarrow \boxed{y=-3x+2}$$

CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=x^2e^x$, calcule:

a) El dominio de definición de la función. (0,5 puntos)
b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. (1 punto)
c) Máximos y mínimos locales. (0,5 puntos)
d) Calcule la derivada de la función $f(x)=x^2e^x$ en el punto de abscisa $x=1$. (0,5 puntos)

a) El dominio es $\mathbb{R}$, pues la función es producto de una exponencial y de un monomio.

b) Obtenemos su derivada y la igualamos a cero en busca de sus puntos críticos.

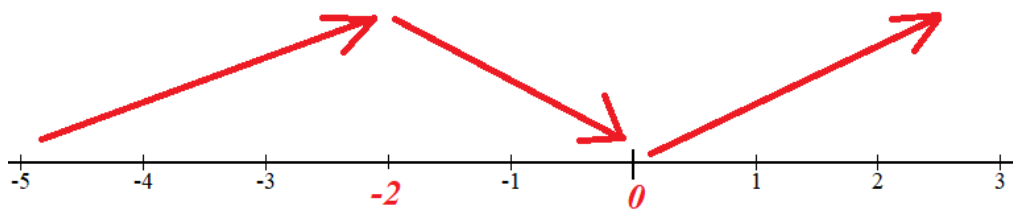
$$f(x)=x^2e^x \Rightarrow f'(x)=2xe^x+x^2e^x=\left(2x+x^2\right)e^x=x\left(2+x\right)e^x$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow x\left(2+x\right)e^x=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 2+x=0 \Rightarrow x=-2 \\ e^x=0 \Rightarrow \text{Imposible} \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de estos dos valores: $x=-2$, $x=0$.

$$f'(-3)=-3\left(2-3\right)e^{-3}=3e^{-3}>0$$
$$f'(-1)=-1\left(2-1\right)e^{-1}=-e^{-1}<0$$
$$f'(1)=1\left(2+1\right)e^{1}=3e>0$$

La función sigue el esquema siguiente:



La función crece en $\left(-\infty,-2\right)\cup\left(0,+\infty\right)$ y decrece en $\left(-2,0\right)$

c) Atendiendo al esquema superior la función presenta un máximo relativo en $x=-2$ y un mínimo relativo en $x=0$.

Como $f(-2)=\left(-2\right)^2e^{-2}=\dfrac{4}{e^2}$ y $f(0)=0^2e^0=0$ el máximo relativo tiene coordenadas $\left(-2,\dfrac{4}{e^2}\right)$ y $\left(0,0\right)$ el mínimo relativo.

d) Nos piden calcular $f'(1)$.
La derivada de $f(x)=x^2e^x$ la hemos calculado en el apartado anterior y es $f'(x)=x\left(2+x\right)e^x$.
Sustituimos el valor $x=1$ y obtenemos: $f'(1)=1\left(2+1\right)e^1=\boxed{3e}$

CUESTIÓN 6. (2,5 puntos) Representar la región del plano limitado por las parábolas $f(x) = -x^2 + 2x + 4$ y $g(x) = x^2 - 4x + 4$. Calcular su área.

Buscamos los puntos de corte de las gráficas de ambas funciones.

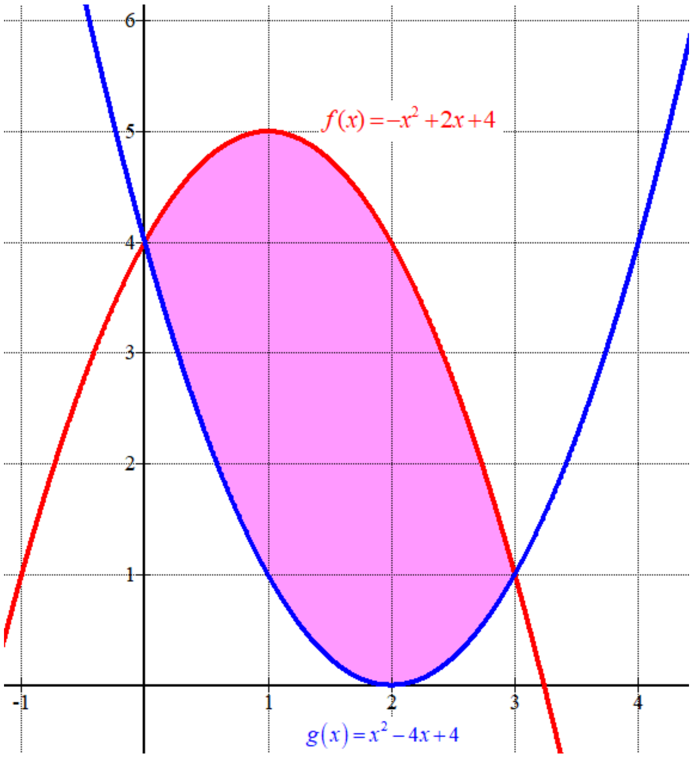
$$f(x) = g(x) \Rightarrow -x^2 + 2x + 4 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow 0 = 2x^2 - 6x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ o \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

Hacemos una tabla de valores para cada parábola.

x	$y = -x^2 + 2x + 4$
-1	1
0	4
1	5
2	4
3	1
4	-4

x	$y = x^2 - 4x + 4$
-1	9
0	4
1	1
2	0
3	1
4	4



El valor del área es la integral definida entre *x = 0* y *x = 3* de la diferencia de las dos funciones.

$$f(x) - g(x) \Rightarrow -x^2 + 2x + 4 - (x^2 - 4x + 4) = -2x^2 + 6x$$

$$Área = \int_0^3 f(x) - g(x)\,dx = \int_0^3 -2x^2 + 6x\,dx = \left[-2\frac{x^3}{3} + 6\frac{x^2}{2}\right]_0^3 = \left[-2\frac{x^3}{3} + 3x^2\right]_0^3 =$$

$$= \left[-2\frac{3^3}{3} + 3\cdot 3^2\right] - \left[-2\frac{0^3}{3} + 3\cdot 0^2\right] = -18 + 27 = \boxed{9u^2}$$

CUESTIÓN 7. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=\dfrac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}+2}$:

a) Calcular $\int \dfrac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}dx$. (1 punto)

b) Calcular el área de la región delimitada por la gráfica de la función *f(x)*, el eje de abscisa y la recta $x=1$ (1,5 puntos)

a)

$$\int \frac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}dx=\left\{\begin{array}{l} e^{x^2}+1=t \\ 2xe^{x^2}dx=dt \to dx=\dfrac{dt}{2xe^{x^2}} \end{array}\right\}=\int \frac{2xe^{x^2}}{t}\frac{dt}{2xe^{x^2}}=\int \frac{1}{t}dt=\ln t=\ln\left(e^{x^2}+1\right)+C$$

b) Veamos cuando corta la función el eje de abscisa.

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=\dfrac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}+2} \\ y=0 \end{array}\right\}\Rightarrow \frac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}+2}=0\Rightarrow 2xe^{x^2}=0\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=0 \\ o \\ e^{x^2}=0\to \text{Imposible} \end{array}\right.$$

El área de la región es el valor absoluto de la integral definida entre *x = 0* y *x = 1* de $f(x)=\dfrac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}+2}$.

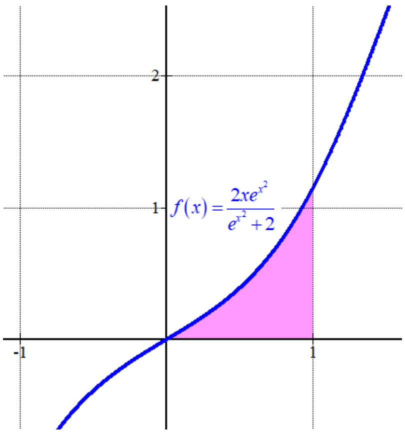
Calculamos primero la integral indefinida.

$$\int \frac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}+2}dx=\left\{\begin{array}{l} e^{x^2}+2=t \\ 2xe^{x^2}dx=dt \to dx=\dfrac{dt}{2xe^{x^2}} \end{array}\right\}=\int \frac{2xe^{x^2}}{t}\frac{dt}{2xe^{x^2}}=\int \frac{1}{t}dt=\ln t=\ln\left(e^{x^2}+2\right)+C$$

Y ahora lo aplicamos al cálculo del área.

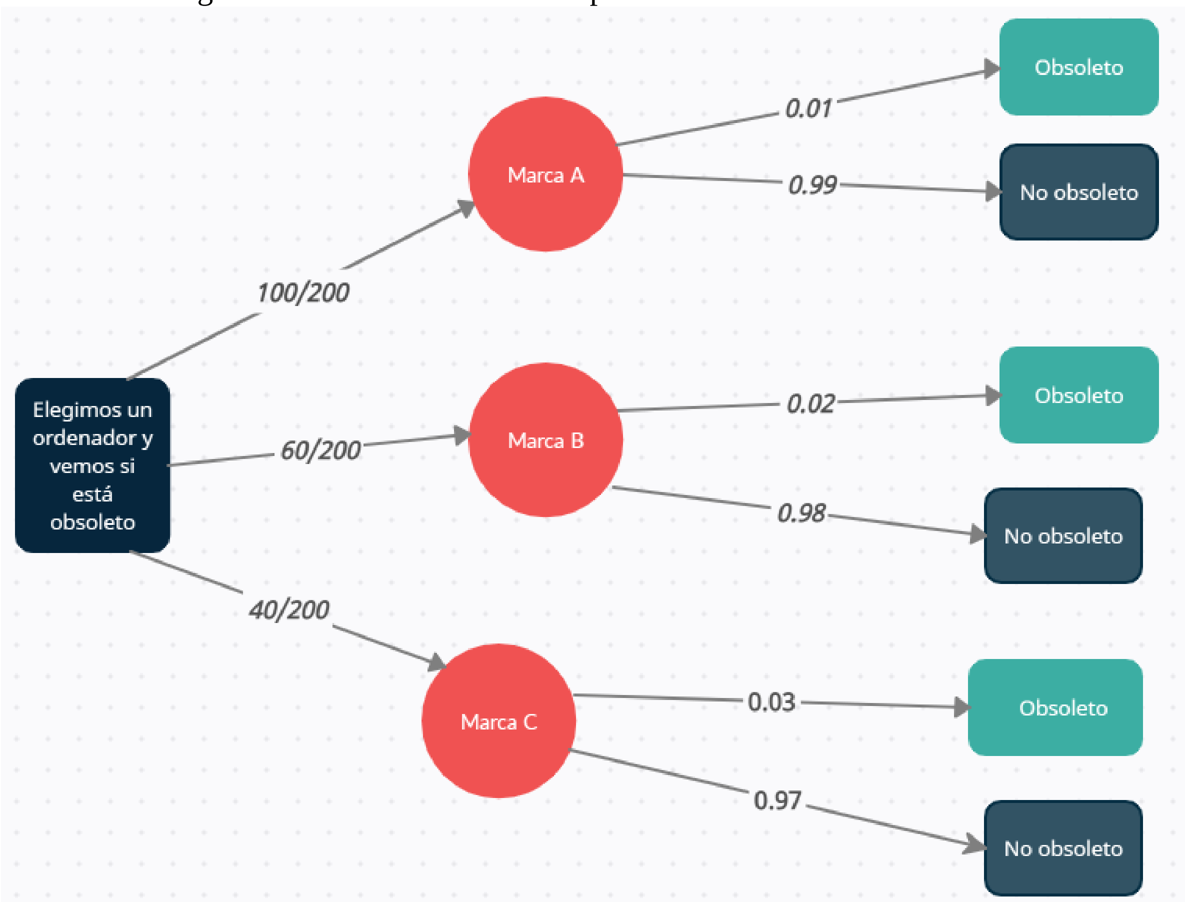
$$\text{Área}=\left|\int_0^1 \frac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}+2}dx\right|=\left|\left[\ln\left(e^{x^2}+2\right)\right]_0^1\right|=$$

$$=\left[\ln\left(e^{1^2}+2\right)\right]-\left[\ln\left(e^{0^2}+2\right)\right]=\ln(e+2)-\ln 3\simeq \boxed{0.45u^2}$$



CUESTIÓN 8. (2,5 puntos)
a) En el departamento informático de unos grandes almacenes se encuentran a la venta ordenadores de distintas marcas comerciales. Hay 100 ordenadores de la marca A, 60 de la marca B y 40 de la marca C. La probabilidad de que un ordenador esté obsoleto es 0.01 para la marca A; 0.02 para la marca B y 0.03 para la marca C. Un comprador elige un ordenador al azar.
i. Calcule la probabilidad de que el ordenador esté obsoleto. (0,5 puntos)
ii. Sabiendo que el ordenador elegido es obsoleto, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la marca A? (1 punto)
b) El salario mensual de los hogares de un municipio se distribuye según una variable Normal con desviación típica igual a 160 euros. Seleccionados 40 hogares al azar, han tenido un salario medio mensual de 1100 euros. Calcule un intervalo de confianza para el salario medio mensual de los hogares de ese municipio con un nivel de confianza del 95 %. (1 punto)

a) En total hay 100 + 60 + 40 = 200 ordenadores.
Realizamos un diagrama de árbol de la situación planteada.



Con los datos contenidos en el diagrama respondemos a las preguntas planteadas.

i.

$$P(Obsoleto) = P(Marca\ A)P(Obsoleto / Marca\ A) + P(Marca\ B)P(Obsoleto / Marca\ B) +$$
$$+P(Marca\ C)P(Obsoleto / Marca\ C) =$$
$$= \frac{100}{200}\cdot 0.01 + \frac{60}{200}\cdot 0.02 + \frac{40}{200}\cdot 0.03 = \frac{1+1.2+1.2}{200} = \boxed{0.017}$$

ii. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P\left(A/Obsoleto\right)=\frac{P\left(A\cap Obsoleto\right)}{P\left(Obsoleto\right)}=\frac{P\left(A\right)P\left(Obsoleto/A\right)}{P\left(Obsoleto\right)}=\frac{\frac{100}{200}\cdot 0.01}{0.017}=\boxed{\frac{5}{17}\simeq 0.294}$$

b) Sea X la variable aleatoria que da el salario mensual de los hogares de un municipio. Sabemos que sigue una N(**μ**, 160).

La muestra es de 40 hogares → $n = 40$, $\bar{x} = 1100$ €

Para un nivel de confianza del 95%

1 – ∝ = 0,95 → ∝ = 0,05 →∝/2 = 0’025 →1 – ∝/2 = 0,975 → $z_{\alpha/2}$ **= 1,96**

El error del intervalo viene dado por la fórmula

$$Error = z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=1{,}96\cdot\frac{160}{\sqrt{40}}\simeq 49.5845$$

El intervalo de confianza para la media de la población es:

$$\left(\bar{x}-Error,\bar{x}+Error\right)=\left(1100-49.5845,1100+49.5845\right)=\left(1050.4155,1149.5845\right)$$

La media del salario mensual con un nivel de confianza del 95 % se sitúa entre 1050.4 € y 1149.6 €.