



**Instrucciones:**

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Elija cuatro de los ocho ejercicios propuestos de al menos tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
- En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
- Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

**Este examen consta de 4 Bloques (A, B, C y D)**

Deberá responder a cuatro ejercicios de entre los ocho propuestos con la condición de que pertenezcan al menos a 3 bloques distintos. En caso de responder a más ejercicios de los requeridos, serán tenidos en cuenta los respondidos en primer lugar.

**BLOQUE A**

**EJERCICIO 1**

**(2.5 puntos)** Con el fin de recaudar dinero para el viaje de fin de curso, los alumnos de un instituto van a poner a la venta dos tipos de bolsas de merienda. El primer tipo contendrá dos bocadillos, un refresco y una pieza de fruta y el segundo tipo tendrá un bocadillo, un refresco y dos piezas de fruta. Por cada bolsa del primer tipo cobrarán 6 euros y por las del segundo tipo 5 euros. Sabiendo que disponen de 120 bocadillos, 70 refrescos y 110 piezas de fruta y que se tiene garantizada la venta de todas las bolsas, ¿cuántas convendría preparar de cada tipo para que la cantidad de dinero obtenida por su venta sea máxima y a cuánto asciende la misma?

¿Es posible que vendan 40 bolsas de cada tipo? ¿Hay alguna posibilidad de que el importe de las ventas sea de 410 euros?

**EJERCICIO 2**

Se consideran las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ a & -1 & -1 \\ 3 & 0 & -2a \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ .

- (0.7 puntos)** Determine para qué valores de  $a$  tiene inversa la matriz  $A$ .
- (1 punto)** Para  $a = 2$ , calcule la matriz inversa de  $A$ .
- (0.8 puntos)** Para  $a = 0$ , resuelva la ecuación matricial  $X \cdot A^{-1} - B \cdot B^t = I_3$ .

**BLOQUE B**

**EJERCICIO 3**

a) **(1.2 puntos)** Se considera la función  $f(x) = ax^2 + bx + 3$ . Calcule los valores  $a$  y  $b$ , sabiendo que la gráfica de  $f$  pasa por el punto  $(2, 3)$  y que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en dicho punto es  $m = -2$ .

b) **(1.3 puntos)** Represente gráficamente la función  $g(x) = -x^2 + 6x - 5$  y calcule el área comprendida entre la gráfica de la función  $g$ , el eje de abscisas y las rectas  $x = 2$  y  $x = 4$ .

**EJERCICIO 4**

Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{1-x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- (1 punto)** Estudie la continuidad y derivabilidad de  $f$  en  $x = 0$ .
- (1 punto)** Estudie la monotonía y curvatura de  $f$  en su dominio.
- (0.5 puntos)** Calcule las ecuaciones de las asíntotas de  $f$ .



**BLOQUE C**

**EJERCICIO 5**

Se han mezclado 90 llaves electrónicas de apertura de un determinado garaje, con apariencia idéntica, de las cuales 60 funcionan correctamente y 30 no funcionan. Se eligen al azar 2 de las 90 llaves.

- (0.7 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que las dos llaves elegidas abran la puerta del garaje?
- (0.8 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de poder abrir el garaje con alguna de ellas?
- (1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que una de las llaves elegidas funcione correctamente y la otra no?

**EJERCICIO 6**

Una empresa almacena el mismo número de latas de refresco de cola, naranja y limón. De las 30 000 latas de refresco almacenadas, se sabe que 1 800 latas de cola, 2 400 de naranja y 3 000 de limón caducan en 2021.

- (1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que una lata elegida al azar caduque en 2021?
- (1 punto)** Si se ha elegido al azar una lata que no caduca en 2021, ¿cuál es la probabilidad de que sea de cola?

**BLOQUE D**

**EJERCICIO 7**

El precio de venta al público del kilogramo de frambuesas sigue una ley Normal de media desconocida y varianza 9. En una localidad se eligen 10 comercios de manera aleatoria, obteniéndose los siguientes precios en euros:

12.3    10    9.1    11    10.5    11.8    9.9    11.5    10.9    13

- (0.5 puntos)** ¿Qué distribución siguen las medias de las muestras de tamaño 10?
- (1 punto)** Con los datos obtenidos de la muestra, determine un intervalo de confianza al 97 % para el precio medio del kilogramo de frambuesas.
- (1 punto)** Con el mismo nivel de confianza, calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra para que el error cometido al estimar el precio medio del kilogramo de frambuesas sea menor a 1.5 euros.

**EJERCICIO 8**

Se sabe que la longitud, en centímetros, de una especie de estrella de mar en una determinada zona sigue una ley Normal con desviación típica 3. Para estimar la longitud media de esa especie de estrella de mar, se extrae una muestra de tamaño 36 y se obtiene el intervalo de confianza (6.04, 8) al 95 %. Se pide:

- (0.5 puntos)** Calcule la media muestral.
- (0.5 puntos)** Calcule el error de estimación máximo cometido.
- (1 punto)** Si aumentamos el tamaño muestral a 49, ¿qué efecto produce sobre el error máximo cometido? Calcule este error.
- (0.5 puntos)** Si aumentamos el nivel de confianza, ¿qué efecto produce sobre el error de estimación máximo? Justifique la respuesta.