	PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD **ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA Y CENTROS en MARRUECOS** CURSO 2019-2020	**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos
b) Elija cuatro de los ocho ejercicios propuestos de al menos tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

Este examen consta de 4 Bloques (A, B, C y D)

Deberá responder a cuatro ejercicios de entre los ocho propuestos con la condición de que pertenezcan al menos a 3 bloques distintos. En caso de responder a más ejercicios de los requeridos, serán tenidos en cuenta los respondidos en primer lugar.

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & m \\ 1 & 1 & 1 \\ m & 3 & 5 \end{pmatrix}$, con m un parámetro real, se pide:

a) **(0.8 puntos)** ¿Para qué valores del parámetro m tiene inversa la matriz A?

b) **(1.7 puntos)** Para $m = 0$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = A \cdot A^t$

EJERCICIO 2

Se considera la región del plano definida por las siguientes inecuaciones:

$$x+y\leq 4 \qquad x-y\geq -2 \qquad x+3y\geq 2 \qquad y\leq 2$$

a) **(1.5 puntos)** Represéntela gráficamente y determine sus vértices.

b) **(0.25 puntos)** Indique razonadamente si el punto (4, –0.75) pertenece a dicha región.

c) **(0.75 puntos)** ¿En qué puntos de la región anterior la función $F(x,y)=x+y$ alcanza los valores máximo y mínimo y cuáles son estos valores?

BLOQUE B

EJERCICIO 3

De una función f sabemos que su gráfica pasa por el punto (1,3) y que su derivada es $f'(x)=2x-6$

a) **(0.75 puntos)** Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

b) **(1 punto)** Estudie la monotonía y la existencia de extremos de la función f.

c) **(0.75 puntos)** Determine la función f y represéntela gráficamente.

EJERCICIO 4

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2}{x+1} & si \quad x<-2 \\ x^2+a & si \quad x\geq -2 \end{cases}$

a) **(1 punto)** Calcule el valor de a para que f sea continua en todo su dominio. Para ese valor de a, ¿es derivable la función f?

b) **(0.5 puntos)** Para $a = -6$, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.
c) **(1 punto)** Para $a = -6$, esboce la gráfica de f y calcule el área de la región limitada por la gráfica de la función f, el eje de abscisas y las rectas $x = 3$ y $x = 5$.

BLOQUE C

EJERCICIO 5

Se sabe que el 65% de los estudiantes de bachillerato de Andalucía ha participado en programas Erasmus+ y que de ellos, el 80% ha mejorado su calificación en lengua extranjera. De los estudiantes que no han participado en programas Erasmus+, mejoran su calificación en lengua extranjera el 30%. Se elige al azar un estudiante de bachillerato de Andalucía.

a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que haya mejorado su calificación en lengua extranjera?
b) **(1 punto)** Si se sabe que ha mejorado su calificación en lengua extranjera, ¿cuál es la probabilidad de que haya participado en un programa Erasmus+?

EJERCICIO 6

El 47% de los jóvenes andaluces tienen una vida sedentaria. De ellos, el 72% presentan obesidad, mientras que solamente la presentan el 22% de los jóvenes no sedentarios. Se elige al azar un joven andaluz.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que sea sedentario y no presente obesidad.
b) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que presente obesidad.
c) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que sea sedentario, sabiendo que presenta obesidad.

BLOQUE D

EJERCICIO 7

Tomada al azar una muestra de 600 alumnos de una universidad española, se encontró que 2/3 de los mismos podían expresarse en inglés con fluidez.

a) **(1.5 puntos)** Calcule un intervalo de confianza al 98% para estimar la proporción de alumnos de esa universidad que pueden expresarse en inglés con fluidez. ¿Se podría admitir a ese nivel de confianza que la proporción de alumnos de esa universidad que pueden expresarse en inglés con fluidez es 13/20?
b) **(0.25 puntos)** Teniendo en cuenta el intervalo anterior, ¿qué error máximo se cometería en dicha estimación?
c) **(0.75 puntos)** Si se mantienen la misma proporción muestral y la misma confianza, ¿cuántos alumnos como mínimo habría de tener una muestra para que el error de estimación sea inferior al 2%?

EJERCICIO 8

La cantidad de café por taza que suministra una máquina de café sigue una distribución Normal con media desconocida y desviación típica 0.8 cm^3. En una muestra de 45 tazas suministradas por esa máquina, se ha medido un total de 5 400 cm^3 de café.

a) **(0.5 puntos)** Calcule el estimador puntual para la cantidad media de café por taza que suministra la máquina.
b) **(1 punto)** Calcule un intervalo de confianza al 97% para estimar la cantidad media de café por taza que suministra la máquina.
c) **(1 punto)** Calcule, con el mismo nivel de confianza, el tamaño muestral mínimo que se ha de tomar para que, al estimar la cantidad media de café por taza, el error cometido sea inferior a 0.2 cm^3.

SOLUCIONES

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & m \\ 1 & 1 & 1 \\ m & 3 & 5 \end{pmatrix}$, con m un parámetro real, se pide:

a) **(0.8 puntos)** ¿Para qué valores del parámetro m tiene inversa la matriz A?

b) **(1.7 puntos)** Para $m = 0$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = A \cdot A^t$

a) Para que la matriz A tenga inversa su determinante debe ser no nulo.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & m \\ 1 & 1 & 1 \\ m & 3 & 5 \end{vmatrix} = 10+3m-m^2-6 = -m^2+3m+4$$

$$|A| = 0 \Rightarrow -m^2+3m+4=0 \Rightarrow m = \frac{-3\pm\sqrt{3^2-4(-1)(4)}}{2(-1)} = \frac{-3\pm 5}{-2} = \begin{cases} m = \dfrac{-3+5}{-2} = -1 \\ m = \dfrac{-3-5}{-2} = 4 \end{cases}$$

La matriz A tiene inversa para cualquier valor de m distinto de –1 y 4.

b) Para $m = 0$ la matriz A tiene inversa. La calculamos.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 10-6 = 4 \neq 0$$

$$A^{-1} = \frac{Adj\left(A^t\right)}{|A|} = \frac{Adj\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}}{4} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -5 & 10 & -2 \\ 3 & -6 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ -5/4 & 5/2 & -1/2 \\ 3/4 & -3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

Resolvemos la ecuación matricial despejando primero la matriz X.

$$X \cdot A = A \cdot A^t \Rightarrow X \cdot A \cdot A^{-1} = A \cdot A^t \cdot A^{-1} \Rightarrow X = A \cdot A^t \cdot A^{-1}$$

Sustituimos y determinamos la expresión de la matriz X.

$$X = A \cdot A^t \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -5 & 10 & -2 \\ 3 & -6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 1+1+1 & 3+5 \\ 0 & 3+5 & 9+25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -5 & 10 & -2 \\ 3 & -6 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 8 \\ 0 & 8 & 34 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -5 & 10 & -2 \\ 3 & -6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 8-10 & 20 & -4 \\ 4-15+24 & 30-48 & -6+16 \\ -40+102 & 80-204 & -16+68 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{X = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & 20 & -4 \\ 13 & -18 & 10 \\ 62 & -124 & 52 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 & 5 & -1 \\ 13/4 & -9/2 & 5/2 \\ 31/2 & -31 & 13 \end{pmatrix}}$$

EJERCICIO 2

Se considera la región del plano definida por las siguientes inecuaciones:

$$x+y\le 4 \qquad x-y\ge -2 \qquad x+3y\ge 2 \qquad y\le 2$$

a) **(1.5 puntos)** Represéntela gráficamente y determine sus vértices.

b) **(0.25 puntos)** Indique razonadamente si el punto (4, –0.75) pertenece a dicha región.

c) **(0.75 puntos)** ¿En qué puntos de la región anterior la función $F(x,y)=x+y$ alcanza los valores máximo y mínimo y cuáles son estos valores?

a) Dibujamos las rectas asociadas a las restricciones y que delimitan la región factible.

$x+y=4$

x	$y=4-x$
2	2
4	0

$x-y=-2$

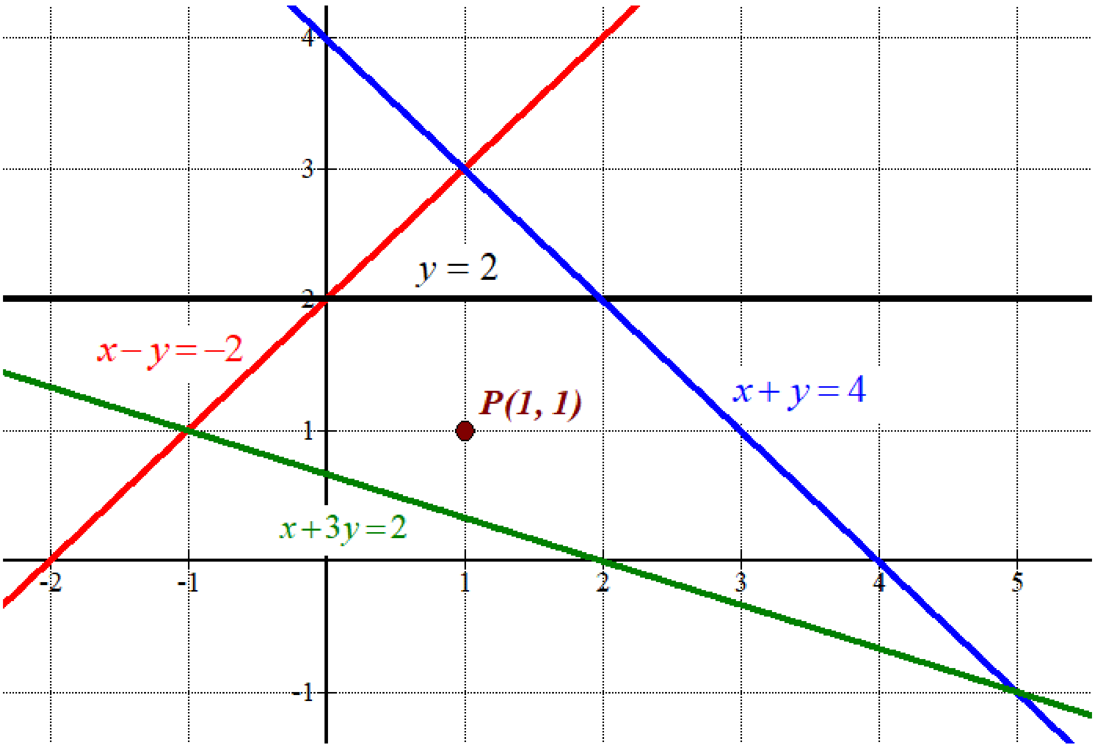
x	$y=x+2$
0	2
–1	1

$x+3y=2$

x	$y=\frac{2-x}{3}$
2	0
–1	1

$y=2$

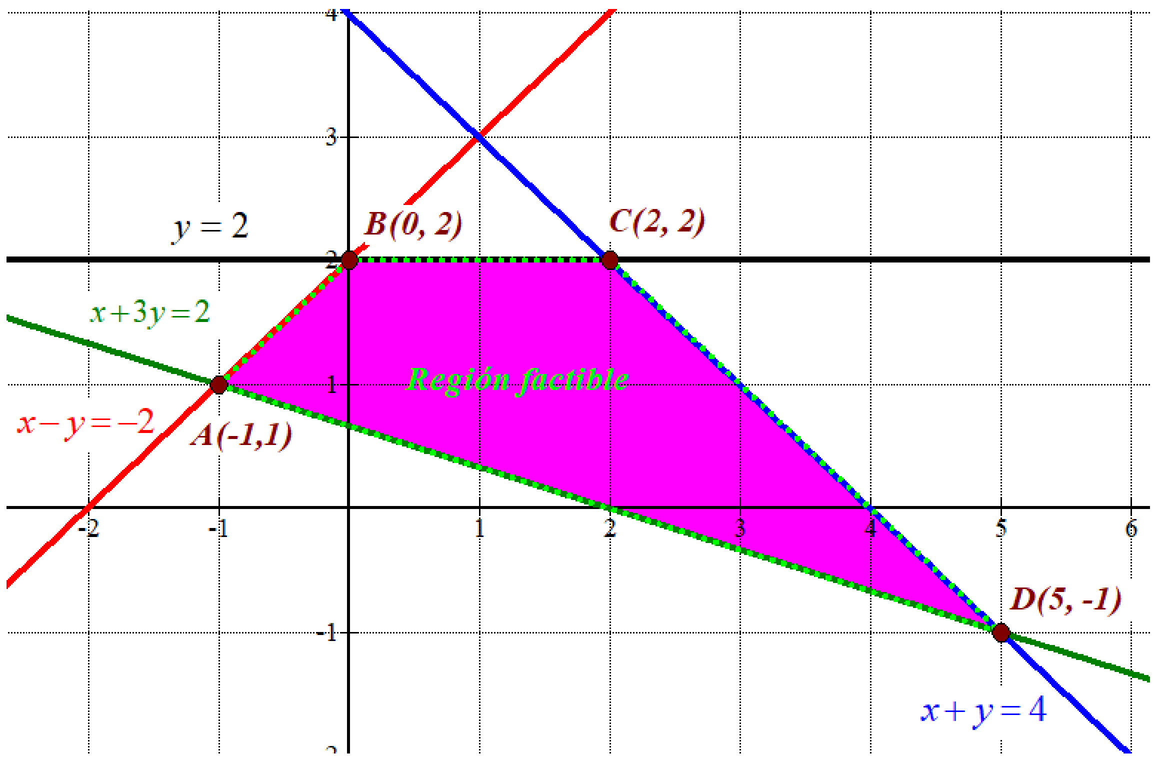
x	$y=2$
2	2
0	2



Comprobamos si el punto *P(1, 1)* cumple las restricciones.

$$1+1\le 4 \qquad 1-1\ge -2 \qquad 1+3\ge 2 \qquad 1\le 2$$

Como se cumplen todas las restricciones la región factible es la zona coloreada de rosa del dibujo inferior.



b) Visualmente el punto está cerca de la región, pero es difícil ver si está dentro o fuera de la región factible.
Comprobamos si el punto (4, –0.75) cumple todas las restricciones.

$$¿4-0.75 \le 4? \to ¿3.25 \le 4? \to OK$$
$$¿4-(-0.75) \ge -2? \to ¿4.75 \ge -2? \to OK$$
$$¿4+3(-0.75) \ge 2? \to ¿4-2.25 \ge 2? \to 1.75 \ge 2 \to \text{¡No se cumple!}$$
$$¿-0.75 \le 2? \to OK$$

El punto no cumple todas las inecuaciones, por lo tanto, no pertenece a la región factible.

c) Valoramos la función $F(x,y)=x+y$ en cada uno de los vértices en busca de los valores máximo y mínimo.

- A(–1, 1) → $F(-1,1)=-1+1=0 \to ¡Mínimo!$
- $B(0,2)$ → $F(0,2)=0+2=2$
- C(2, 2) → $F(2,2)=2+2=4 \to ¡Máximo!$
- D(5, –1) → $F(5,-1)=5-1=4 \to ¡Máximo!$

El valor mínimo es 0 y se alcanza en el punto *A(–1, 1)*.
El valor máximo es 4 y se alcanza en los vértices *C* y *D*. Por lo que dicho valor máximo se alcanza en cualquier punto del segmento *CD* → C(2, 2), E(3,1), F(4, 0) y D(5, -1).

BLOQUE B

EJERCICIO 3

De una función *f* sabemos que su gráfica pasa por el punto (1,3) y que su derivada es $f'(x)=2x-6$

a) **(0.75 puntos)** Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa $x=1$.

b) **(1 punto)** Estudie la monotonía y la existencia de extremos de la función *f*.

c) **(0.75 puntos)** Determine la función *f* y represéntela gráficamente.

a) La ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa *x = 1* es $y-f(1)=f'(1)(x-1)$.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Pasa por } (1,3)\rightarrow f(1)=3\\ f'(x)=2x-6\rightarrow f'(1)=2-6=-4\\ y-f(1)=f'(1)(x-1)\end{array}\right\}\Rightarrow y-3=-4(x-1)\Rightarrow y-3=-4x+4\Rightarrow \boxed{y=-4x+7}$$

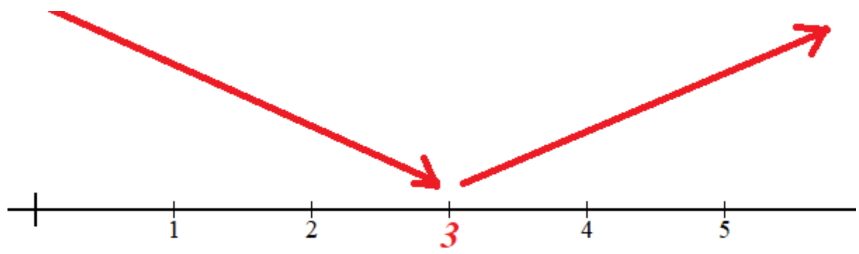
b) Igualamos la derivada a 0 en busca de los puntos críticos de la función.

$$\left.\begin{array}{l}f'(x)=2x-6\\ f'(x)=0\end{array}\right\}\Rightarrow 2x-6=0\Rightarrow 2x=6\Rightarrow \boxed{x=3}$$

En *x = 3* hay un punto crítico.
Estudiamos el signo de la derivada antes y después de este valor.

- En $(-\infty,3)$ tomamos *x = 0* y la derivada vale $f'(0)=0-6=-6<0$. La función decrece en $(-\infty,3)$.
- En $(3,+\infty)$ tomamos *x = 4* y la derivada vale $f'(4)=8-6=2>0$. La función crece en $(3,+\infty)$.

La función sigue el esquema siguiente:



La función decrece en $(-\infty,3)$ y crece en $(3,+\infty)$. La función presenta un mínimo relativo en *x = 3*.

c) Determinamos la expresión de la función.
Si la derivada es $f'(x)=2x-6$ la función es la integral de la derivada.

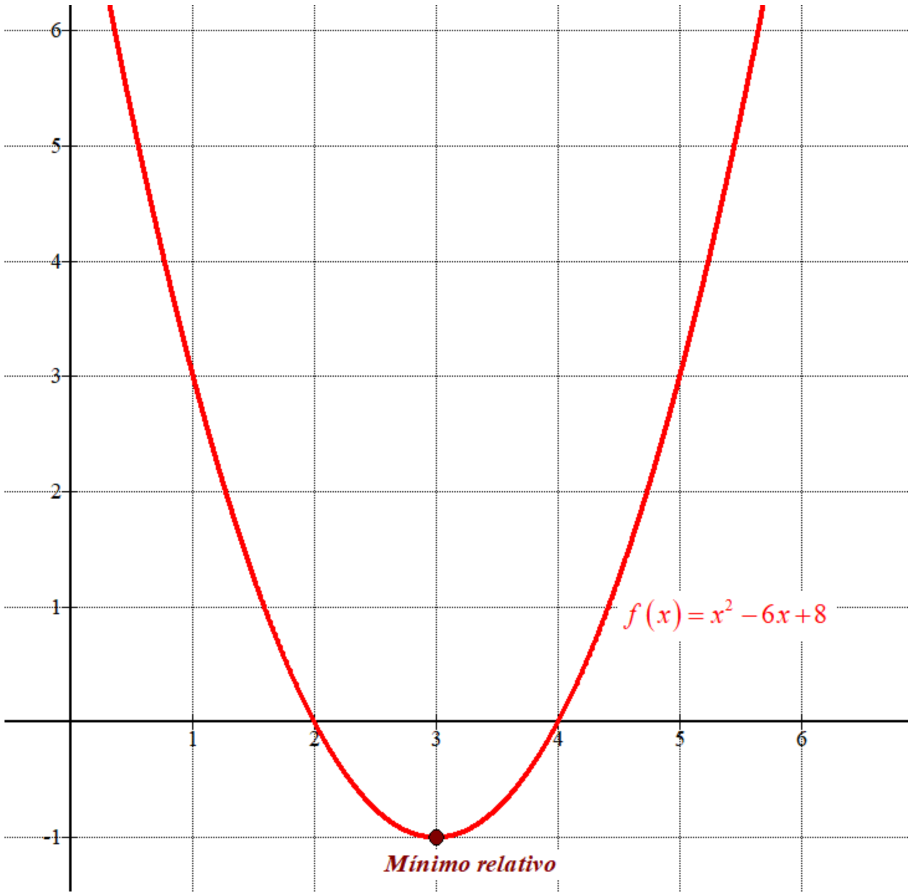
$$f(x)=\int f'(x)dx=\int 2x-6dx=x^2-6x+C$$

Además, su gráfica pasa por el punto (1,3), lo que significa que *f(1) = 3*.

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=x^2-6x+C \\ f(1)=3 \end{array}\right\} \Rightarrow 3=1^2-6+C \Rightarrow C=3-1+6=8 \Rightarrow f(x)=x^2-6x+8$$

La gráfica de la función es una parábola con vértice en *x = 3*.
Hacemos una tabla de valores y la representamos.

x	$y=x^2-6x+8$
1	3
2	0
3	-1 Vértice
4	0
5	3



EJERCICIO 4

Se considera la función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{x+1} & si \quad x<-2\\ x^2+a & si \quad x\geq -2\end{cases}$

a) **(1 punto)** Calcule el valor de *a* para que *f* sea continua en todo su dominio. Para ese valor de *a*, ¿es derivable la función *f*?
b) **(0.5 puntos)** Para *a* = –*6*, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa *x* = *3*.
c) **(1 punto)** Para *a* = –*6*, esboce la gráfica de *f* y calcule el área de la región limitada por la gráfica de la función *f*, el eje de abscisas y las rectas *x* = *3* y *x* = *5*.

a) Para que la función sea continua en su dominio debe serlo en *x* = –*2*.

$$\left.\begin{array}{l} f(-2)=(-2)^2+a=4+a\\ \lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{2}{x+1}=\dfrac{2}{-2+1}=-2\\ \lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -2^+} x^2+a=4+a\\ f(-2)=\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)\end{array}\right\}\Rightarrow -2=4+a\Rightarrow \boxed{a=-6}$$

La función queda $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{x+1} & si \quad x<-2\\ x^2-6 & si \quad x\geq -2\end{cases}$.

Calculamos la derivada de la función en $\mathbb{R}-\{-2\}$:

$$f´(x)=\begin{cases}\dfrac{0(x+1)-1\cdot 2}{(x+1)^2}=\dfrac{-2}{(x+1)^2} & si \quad x<-2\\ 2x \quad si & x>-2\end{cases}$$

Comprobamos si es derivable en *x* = –*2* viendo si coinciden sus derivadas laterales.

$$\left.\begin{array}{l} f´(-2^-)=\lim\limits_{x\to -2^-} f´(x)=\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{-2}{(x+1)^2}=\dfrac{-2}{(-2+1)^2}=-2\\ f´(-2^+)=\lim\limits_{x\to -2^+} f´(x)=\lim\limits_{x\to -2^+} 2x=-4\end{array}\right\}\Rightarrow f´(-2^-)=-2\neq -4=f´(-2^+)$$

La función no es derivable en *x* = –*2*.

Para *a* = –*6* la función es continua en su dominio y es derivable en $\mathbb{R}-\{-2\}$.

b) Para *a* = –*6* la función queda $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{x+1} & si \quad x<-2\\ x^2-6 & si \quad x\geq -2\end{cases}$.

La ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$ es $y - f(3) = f'(3)(x-3)$.

$$\left.\begin{array}{l} f(3)=3^2-6=3 \\ f'(3)=2\cdot(3)=6 \\ y-f(3)=f'(3)(x-3) \end{array}\right\} \Rightarrow y-3=6(x-3) \Rightarrow y-3=6x-18 \Rightarrow \boxed{y=6x-15}$$

c) Para $a = -6$ la función queda $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2}{x+1} & si & x<-2 \\ x^2-6 & si & x\geq -2 \end{cases}$.

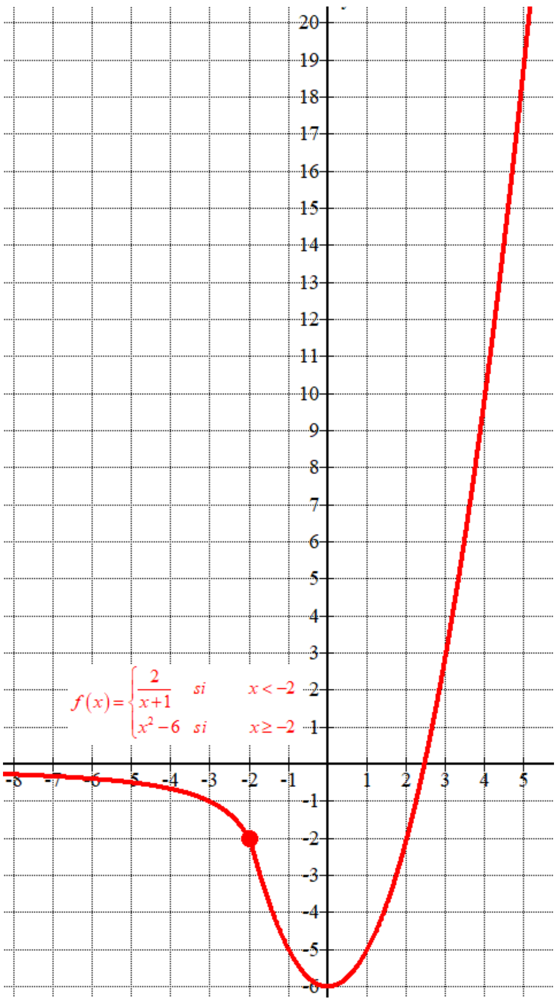
Esta función es continua. Sabemos que es un trozo de hipérbola y otro trozo de parábola. Hacemos una tabla de valores y la representamos.

$x<-2$

x	$y=\dfrac{2}{x+1}$
-2	-2 no se incluye
-3	-1
-5	-0.5

$x\geq -2$

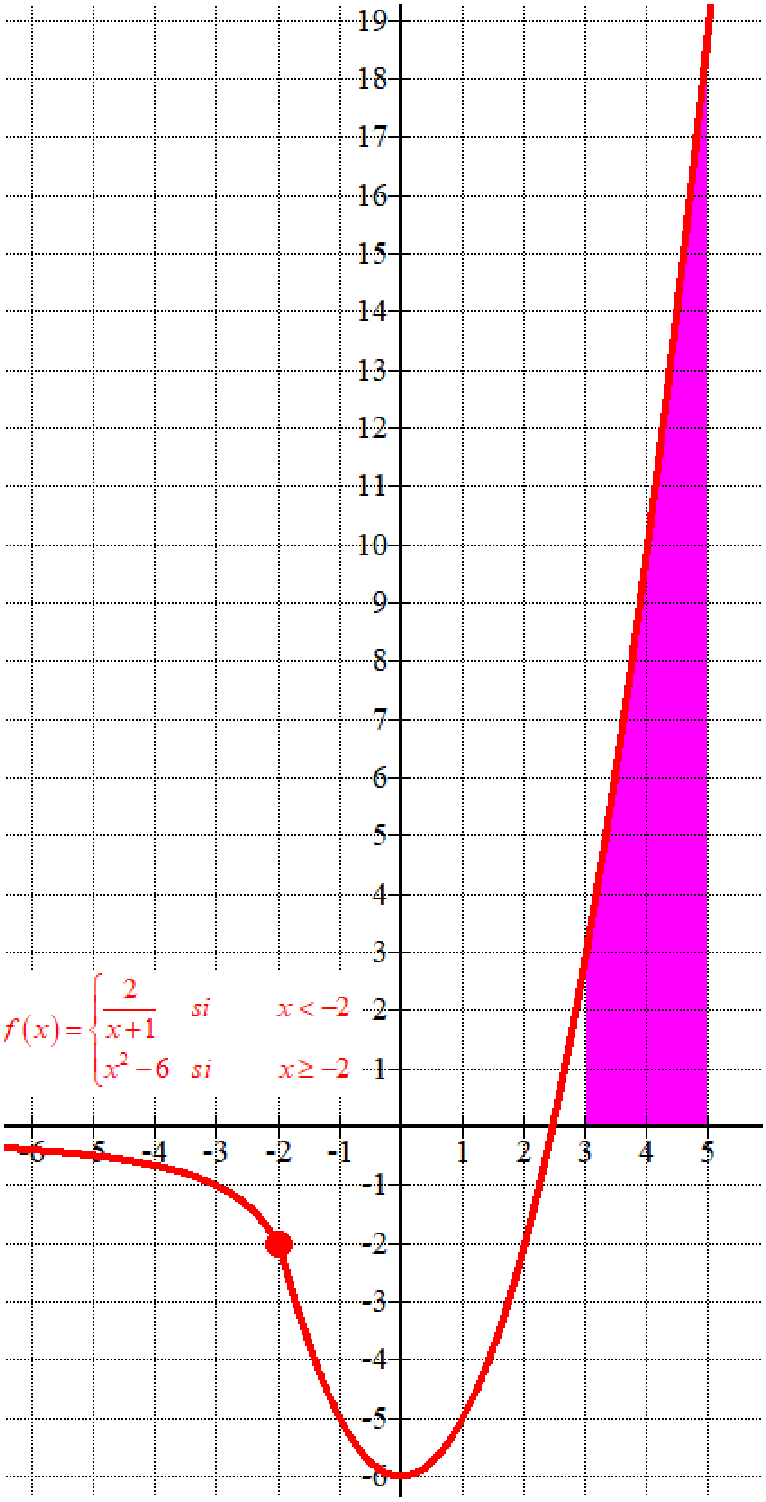
x	$y=x^2-6$
-2	-2
3	3
5	19



Hallamos el área del recinto pedido como la integral definida entre 3 y 5 de la función $f(x)=x^2-6$.

$$Área=\int_3^5 x^2-6dx=\left[\frac{x^3}{3}-6x\right]_3^5=\left[\frac{5^3}{3}-6\cdot 5\right]-\left[\frac{3^3}{3}-6\cdot 3\right]=$$

$$=\frac{125}{3}-30-9+18=\frac{125}{3}-21=\boxed{\frac{62}{3}=20.66\ u^2}$$



BLOQUE C

EJERCICIO 5

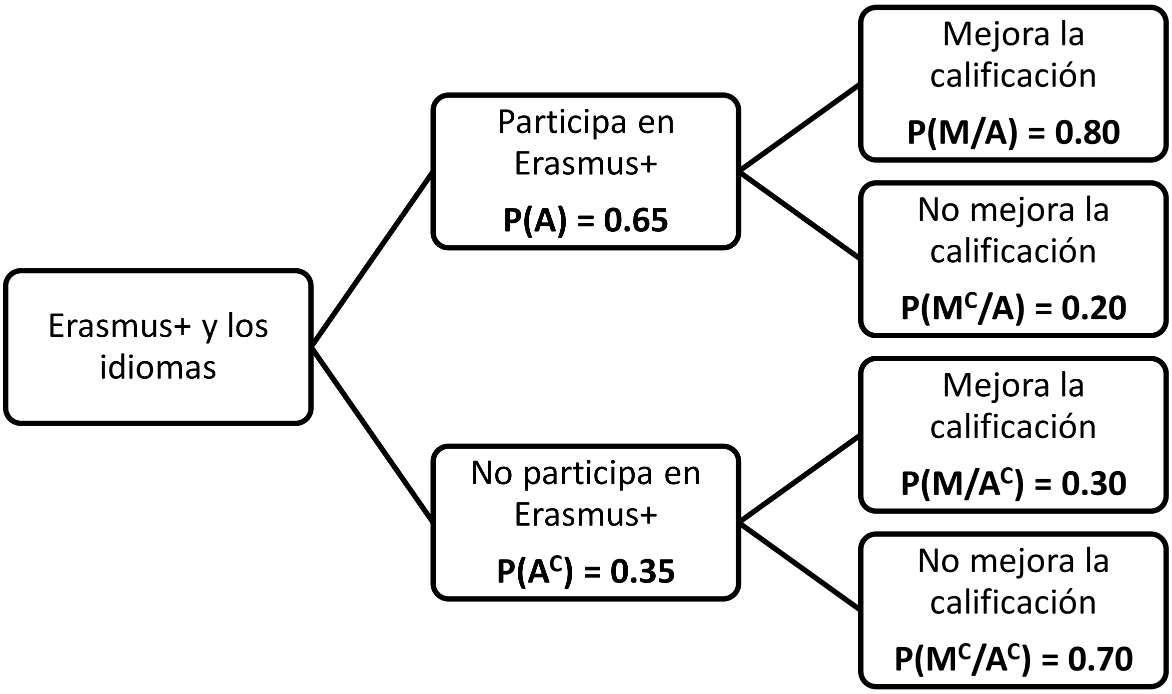
Se sabe que el 65% de los estudiantes de bachillerato de Andalucía ha participado en programas Erasmus+ y que de ellos, el 80% ha mejorado su calificación en lengua extranjera. De los estudiantes que no han participado en programas Erasmus+, mejoran su calificación en lengua extranjera el 30%. Se elige al azar un estudiante de bachillerato de Andalucía.

a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que haya mejorado su calificación en lengua extranjera?

b) **(1 punto)** Si se sabe que ha mejorado su calificación en lengua extranjera, ¿cuál es la probabilidad de que haya participado en un programa Erasmus+?

Llamamos A al suceso "participar en programas Erasmus+" y M al suceso "mejorar la calificación en lengua extranjera".

Realizamos un diagrama de árbol.



a) Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(M)=P(A)P(M/A)+P\left(A^C\right)P\left(M/A^C\right)=0.65\cdot 0.80+0.35\cdot 0.30=\boxed{0.625}$$

b) Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(A/M)=\frac{P(A\cap M)}{P(M)}=\frac{P(A)P(M/A)}{P(M)}=\frac{0.65\cdot 0.80}{0.625}=\boxed{\frac{104}{125}=0.832}$$

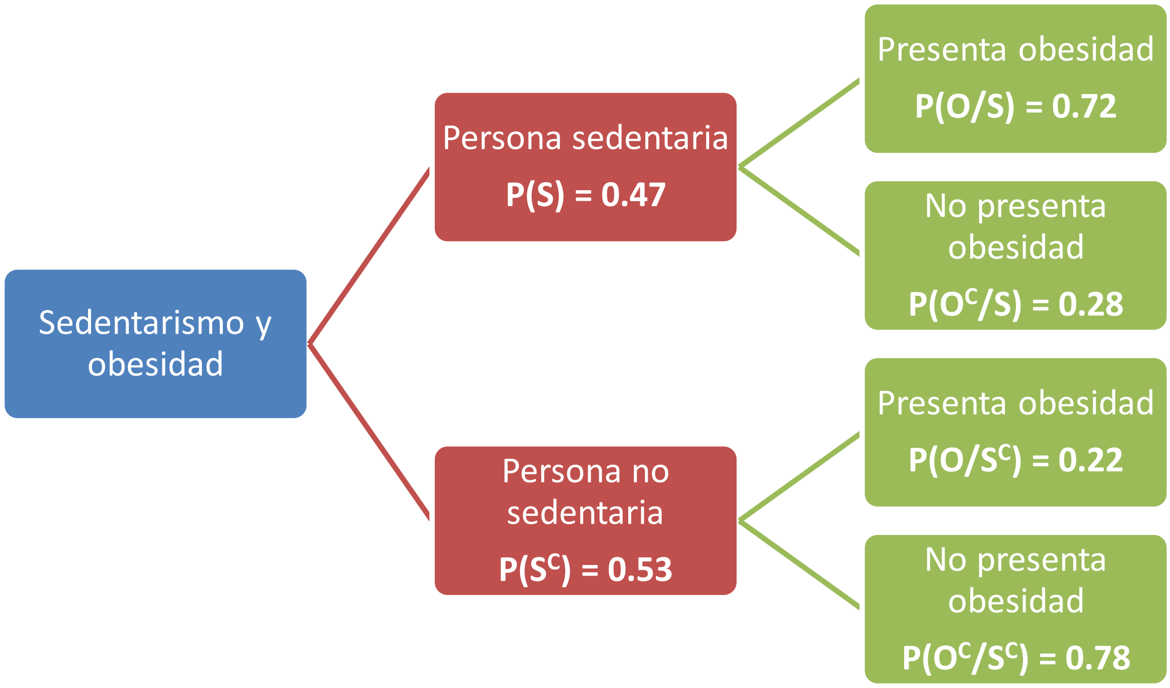
EJERCICIO 6

El 47% de los jóvenes andaluces tienen una vida sedentaria. De ellos, el 72% presentan obesidad, mientras que solamente la presentan el 22% de los jóvenes no sedentarios. Se elige al azar un joven andaluz.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que sea sedentario y no presente obesidad.
b) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que presente obesidad.
c) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que sea sedentario, sabiendo que presenta obesidad.

Llamamos O al suceso "Presentar obesidad" y S al suceso "Tiene vida sedentaria".

Realizamos un diagrama de árbol.



a) Nos piden calcular $P\left(S \cap O^C\right)$

$$P\left(S \cap O^C\right) = P(S)P\left(O^C / S\right) = 0.47 \cdot 0.28 = \boxed{0.1316}$$

b) Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(O) = P(S)P(O/S) + P\left(S^C\right)P\left(O/S^C\right) = 0.47 \cdot 0.72 + 0.53 \cdot 0.22 = \boxed{0.455}$$

c) Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(S/O) = \frac{P(S \cap O)}{P(O)} = \frac{P(S)P(O/S)}{P(O)} = \frac{0.47 \cdot 0.72}{0.455} = \boxed{\frac{1692}{2275} \simeq 0.7437}$$

BLOQUE D

EJERCICIO 7

Tomada al azar una muestra de 600 alumnos de una universidad española, se encontró que 2/3 de los mismos podían expresarse en inglés con fluidez.

a) **(1.5 puntos)** Calcule un intervalo de confianza al 98% para estimar la proporción de alumnos de esa universidad que pueden expresarse en inglés con fluidez. ¿Se podría admitir a ese nivel de confianza que la proporción de alumnos de esa universidad que pueden expresarse en inglés con fluidez es 13/20?

b) **(0.25 puntos)** Teniendo en cuenta el intervalo anterior, ¿qué error máximo se cometería en dicha estimación?

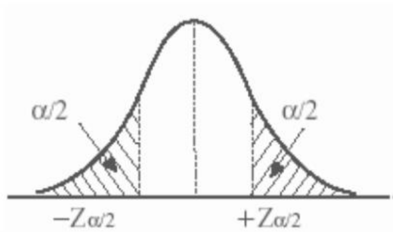
c) **(0.75 puntos)** Si se mantienen la misma proporción muestral y la misma confianza, ¿cuántos alumnos como mínimo habría de tener una muestra para que el error de estimación sea inferior al 2%?

a) $n = 600.$ $pr = \frac{2}{3} \simeq 0.66$; $qr = 1 - pr = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \simeq 0.33$

Con un nivel de confianza del 98 % tenemos

$$1 - \propto = 0{,}98 \rightarrow \propto = 0{,}02 \rightarrow \propto/2 = 0'01 \rightarrow 1 - \propto/2 = 0{,}99 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{2.33}$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	$\boxed{0.9901}$
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925



$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{pr \cdot qr}{n}} = 2.33 \cdot \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}}{600}} = 0.04484$$

El intervalo de confianza para la proporción es:

$$\left(pr - Error,\ pr + Error\right) = \left(0.66666 - 0.04484,\quad 0.66666 + 0.04484\right) =$$
$$= \left(0.62182, 0.71150\right)$$

b) b) ¿n? $pr = \frac{2}{3} \simeq 0.66$; $qr = 1 - pr = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \simeq 0.33$

Con un nivel de confianza del 98 % tenemos $z_{\alpha/2}$ **= 2.33**

El error debe ser como máximo 0.02.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{pr \cdot qr}{n}} = 2.33 \cdot \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}}{n}} = 0.02 \Rightarrow \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}}{n}} = \frac{0.02}{2.33} \Rightarrow \frac{\frac{2}{9}}{n} = \left(\frac{0.02}{2.33}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2}{9} = \left(\frac{0.02}{2.33}\right)^2 n \Rightarrow n = \frac{\frac{2}{9}}{\left(\frac{0.02}{2.33}\right)^2} \simeq 3016.055$$

El tamaño mínimo de la muestra debe ser entero y superior al hallado, es decir, de 3017 alumnos.