



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO
Curso **2020-2021**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente **cuatro** preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada pregunta se calificará sobre 2.5 puntos.

A.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Dadas las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ m & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} ; \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- a) (1.25 puntos) Determine los valores del parámetro real m para los que la matriz A es invertible y calcule su inversa en esos casos.
- b) (0.75 puntos) Estudie el sistema de ecuaciones $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B$ en función del parámetro m .
- c) (0.5 puntos) Resuelva el sistema del apartado anterior para el valor $m = 2$.

A.2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Se quiere construir un acuario con forma de paralelepípedo recto, con tapa y base cuadradas. La tapa es de metacrilato, la base es de un material metálico y las caras verticales, de cristal. El metacrilato tiene un precio de 15 euros/m², el material metálico, de 90 euros/m², y el cristal, de 25 euros/m².

- a) (0.75 puntos) Exprese la altura del acuario en función del lado de la base, x , y del coste total del material utilizado, C .
- b) (1.75 puntos) Con un presupuesto de 1260 euros, ¿cuál es el volumen máximo del acuario que se puede construir con estas características?

A.3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Desde el punto $P_1 = (1, 1, -1)$ se ha trazado una recta, r , perpendicular a un plano, π . El punto de intersección del plano con la recta es $P_2 = (0, 0, 0)$. Se pide:

- a) (1 punto) Hallar una ecuación de la recta r .
- b) (1 punto) Hallar una ecuación del plano π .
- c) (0.5 puntos) Hallar la distancia de P_1 al plano π .

A.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

En el primer cajón de una mesita de noche hay 6 calcetines rojos y 4 verdes. En el segundo cajón de dicha mesita hay 4 calcetines rojos y 10 verdes. Se extrae aleatoriamente uno de los calcetines del primer cajón para introducirlo en el segundo cajón. Se extraen posteriormente dos calcetines del segundo cajón. Calcule la probabilidad de que estos dos calcetines sean del mismo color.

B.1. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Una tienda *online* de productos *gourmet* elabora tres tipos de cafés exclusivos, el Gold Cuvée (a 7.85 euros/kg), el Paradiso (a 13.3 euros/kg) y el Cremissimo (a 24.85 euros/kg). Para ello utiliza solo dos tipos de grano, el Arábica y el Robusta. El Gold Cuvée tiene un 90 % de grano tipo Arábica, el Paradiso un 85 % y el Cremissimo un 80 %.

A lo largo de un mes han necesitado utilizar 27.1 kg de grano del tipo Robusta para atender todos los pedidos y han ingresado un total de 3112.5 euros. Sabiendo que se ha vendido doble cantidad de café Cremissimo que de las otras dos especialidades juntas, se pide calcular los kilogramos de grano del tipo Arábica que se han utilizado a lo largo de ese mes.

B.2. Calificación máxima: 2.5 puntos.

Sea la función $f(x) = \sqrt[5]{(x-2)^2}$.

- (0.5 puntos) Estudie su continuidad y derivabilidad en $[-2, 4]$.
- (1.25 puntos) Analice crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos absolutos de f en $[-2, 4]$.
- (0.75 puntos) Determine si la función $g(x) = f'(x)$ es continua en $x = 2$ y si tiene recta tangente en dicho punto.

B.3. Calificación máxima: 2.5 puntos.

En un laboratorio se lanza un rayo láser desde el punto $P(2, 3, -5)$ en la dirección del vector $\vec{v} = (-1, -2, 2)$, para que impacte en una placa metálica plana de ecuación $\pi \equiv 3x - 2y - 2z = 1$, con el fin de perforar un orificio.

- (0.75 puntos) Calcule las coordenadas del punto de impacto.
- (0.75 puntos) Si el ángulo entre el láser y el plano es menor a 45° , el rayo será reflejado y no se realizará el orificio. Determine si ese es el caso.
- (1 punto) Para optimizar la velocidad de perforación, se decide lanzar el rayo desde P en dirección perpendicular a π , y lanzar simultáneamente otro rayo, también perpendicular a π , desde un punto situado al otro lado del plano y a la misma distancia de π que P . ¿Dónde habría que situar el origen del segundo rayo para que ambos impacten en el mismo punto del plano?

B.4. Calificación máxima: 2.5 puntos.

El delantero de un equipo de fútbol, que suele marcar en tres quintas partes de sus disparos a puerta, ha de lanzar una tanda de penaltis en un entrenamiento.

- (0.5 puntos) Calcule la probabilidad de no marcar si la tanda es de cuatro disparos.
- (1 punto) Calcule la probabilidad de que marque más de dos penaltis en la tanda de cuatro disparos.
- (1 punto) Calcule cuántos penaltis debería lanzar para que la probabilidad de marcar al menos un tanto sea mayor que 0.999.