UNIVERSIDAD DE MURCIA

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
PARA MAYORES DE 25 AÑOS
2023
185–MATEMÁTICAS II

OBSERVACIONES IMPORTANTES: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las 4 primeras, en el orden que haya respondido el estudiante. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1: [2,5 p.] Tres amigos, Luis, Ángel y Josema, tienen ahorrado un total de 400 euros. Si Josema perdiera la cuarta parte de lo que tiene, tendría el triple de lo que tiene Luis. Además, la mitad de lo que tiene Luis es justamente la sexta parte de lo que tiene Ángel. Calcule cuánto dinero tiene ahorrado cada uno de ellos

2: Considere la matriz $A=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}$.

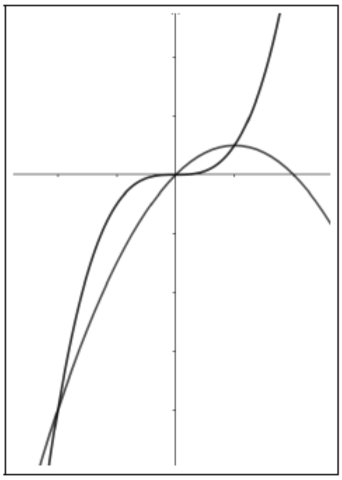
a) **[1 p.]** Calcule las potencias sucesivas A^2, A^3, A^4, A^5 y A^6.

b) **[0,5 p.]** Calcule A^{2023}.

c) **[1 p.]** Compruebe que la matriz A es regular (o invertible) y calcule su matriz inversa.

3: Descomponga el número 84 como suma de dos números positivos de tal manera que el producto de uno de ellos por el cuadrado del otro sea el mayor valor posible. ¿Cuál es dicho valor máximo?

4: Considere las funciones $f(x)=2x-x^2$ y $g(x)=x^3$, cuya representación gráfica está esbozada en la figura adjunta.



a) **[0,75 p.]** Calcule los tres puntos de corte de ambas funciones.

b) **[1,75 p.]** Calcule el área total de los dos recintos limitados por ambas curvas.

5: Considere las rectas *r* y *s* dadas por las siguientes ecuaciones:

$$r:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+3}{-1} \quad \text{y} \quad s:\begin{cases}2x-y=0\\ x+z=2\end{cases}.$$

a) **[1 p.]** Justifique que ambas rectas se cruzan en el espacio.

b) **[1,5 p.]** Calcule la ecuación de la perpendicular común a ambas rectas.

6: Considere los puntos $A(-1,2,2)$, $B(1,0,2)$ y $C(0,0,1)$.

a) **[1 p.]** Justifique que los tres puntos están contenidos en un único plano (sin calcular el plano). Calcule la ecuación general (o implícita) de dicho plano.

b) **[1 p.]** Determine las coordenadas del cuarto vértice D del paralelogramo determinado por los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$.

c) **[0,5 p.]** Calcule el área de dicho paralelogramo.

7: En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal si es necesario. Se ha comprobado que el 10% de las piezas que produce una fábrica son defectuosas. Si se eligen 9 piezas al azar, determine:

a) **[0,5 p.]** Qué distribución sigue la variable aleatoria que cuenta el número de piezas defectuosas.

b) **[0,5 p.]** Calcule la media y la desviación típica de esta distribución

c) **[0,5 p.]** Cuál es la probabilidad de que no haya ninguna pieza defectuosa.

d) **[1 p.]** Cuál es la probabilidad de que haya como mucho 2 piezas defectuosas.

8: En un club deportivo, el 30% de los miembros son aficionados al bádminton y el 50% son aficionados al pádel. Además, el 15% son aficionados a ambos deportes.

a) **[0,5 p.]** ¿Son independientes los sucesos ”ser aficionado al bádminton” y ”ser aficionado al pádel”? ¿Por qué?

b) **[1 p.]** ¿Cuál es la probabilidad de que un miembro del club no sea aficionado al bádminton, pero sí lo sea al pádel?

c) **[1 p.]** Si un miembro del club no es aficionado al bádminton, ¿cuál es la probabilidad de que sea aficionado al pádel?

SOLUCIONES

1: [2,5 p.] Tres amigos, Luis, Ángel y Josema, tienen ahorrado un total de 400 euros. Si Josema perdiera la cuarta parte de lo que tiene, tendría el triple de lo que tiene Luis. Además, la mitad de lo que tiene Luis es justamente la sexta parte de lo que tiene Ángel. Calcule cuánto dinero tiene ahorrado cada uno de ellos

Llamamos "x" al dinero ahorrado por Luis, "y" al dinero ahorrado por Ángel y "z" al dinero ahorrado por Josema.

"*Tres amigos, Luis, Ángel y Josema, tienen ahorrado un total de 400 euros*" → $x+y+z=400$.

"*Si Josema perdiera la cuarta parte de lo que tiene, tendría el triple de lo que tiene Luis*" →

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)z=3x \Rightarrow \frac{3}{4}z=3x \Rightarrow 3z=12x \Rightarrow z=\frac{12}{3}x \Rightarrow z=4x.$$

"*La mitad de lo que tiene Luis es justamente la sexta parte de lo que tiene Ángel*" →

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{6} \Rightarrow 6x=2y \Rightarrow \frac{6}{2}x=y \Rightarrow y=3x.$$

Reunimos las tres ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=400 \\ z=4x \\ y=3x \end{array}\right\} \Rightarrow x+3x+4x=400 \Rightarrow 8x=400 \Rightarrow \boxed{x=\frac{400}{8}=50} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \boxed{z=4\cdot 50=200} \\ \boxed{y=3\cdot 50=150} \end{array}\right.$$

Luis tiene ahorrado 50 euros, Ángel 150 y Josema 200 euros.

2: Considere la matriz $A=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}$.

a) **[1 p.]** Calcule las potencias sucesivas A^2, A^3, A^4, A^5 y A^6.

b) **[0,5 p.]** Calcule A^{2023}.

c) **[1 p.]** Compruebe que la matriz A es regular (o invertible) y calcule su matriz inversa.

a)

$$A^2=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-3 & -3+6\\ 1-2 & -3+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ -1 & 1\end{pmatrix}$$

$$A^3=A^2\cdot A=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-3 & -6+6\\ 1-1 & -3+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}=-Id$$

$$A^4=A^3\cdot A=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 1 & -2\end{pmatrix}=-A$$

$$A^5=A^4\cdot A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 1 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1+3 & 3-6\\ -1+2 & 3-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 1 & -1\end{pmatrix}$$

$$A^6=A^5\cdot A=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2+3 & 6-6\\ -1+1 & 3-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=Id$$

b)

$$\left.\begin{array}{rl} 2023 & \underline{|\,6\,} \\ 223 & 337 \\ 43 & \\ 1 & \end{array}\right\}\Rightarrow 2023=6\cdot 337+1$$

$$A^{2023}=A^{6\cdot 337+1}=A^{6\cdot 337}\cdot A^1=\left(A^6\right)^{337}\cdot A^1=\left(Id\right)^{337}\cdot A=Id\cdot A=A=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}$$

c) La matriz A es regular o invertible si su determinante es no nulo.

$$|A|=\begin{vmatrix}-1 & 3\\ -1 & 2\end{vmatrix}=-2+3=1\neq 0$$

Al ser su determinante no nulo la matriz A es regular. Calculamos la matriz inversa A^{-1}.

$$A^{-1}=\frac{Adj\left(A^t\right)}{|A|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 3 & 2\end{pmatrix}}{1}=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 1 & -1\end{pmatrix}$$

3: Descomponga el número 84 como suma de dos números positivos de tal manera que el producto de uno de ellos por el cuadrado del otro sea el mayor valor posible. ¿Cuál es dicho valor máximo?

Llamamos "x" e "y" a cada una de las partes en que descompongo el número 84.

$$x + y = 84 \Rightarrow y = 84 - x$$

La función que deseamos maximizar es el producto de uno de ellos por el cuadrado del otro → $f(x,y) = y \cdot x^2$.

$$\left.\begin{array}{l} f(x,y) = y \cdot x^2 \\ y = 84 - x \end{array}\right\} \Rightarrow f(x) = (84 - x)x^2 = 84x^2 - x^3$$

Calculamos los extremos de la función $f(x) = 84x^2 - x^3$ usando su función derivada.

$$\left.\begin{array}{l} f'(x) = 168x - 3x^2 \\ f'(x) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 168x - 3x^2 = 0 \Rightarrow 56x - x^2 = 0 \Rightarrow x(56 - x) = 0 \Rightarrow$$

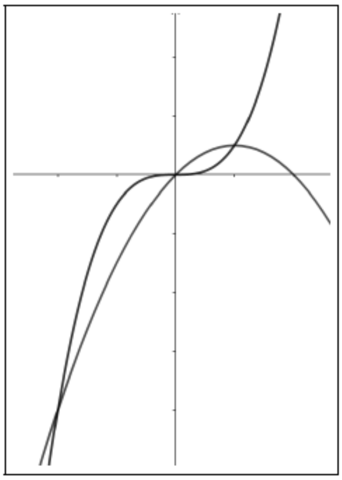
$$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{x = 0} \\ o \\ 56 - x = 0 \rightarrow \boxed{x = 56} \end{cases}$$

Sustituimos estos dos valores en la segunda derivada y averiguamos cual de ellos es el máximo relativo de la función.

$$f''(x) = 168 - 6x \Rightarrow \begin{cases} f''(0) = 168 - 6 \cdot 0 = 168 > 0 \rightarrow ¡\textit{Mínimo relativo}! \\ f''(56) = 168 - 6 \cdot 56 = -168 < 0 \rightarrow ¡\textit{Máximo relativo}! \end{cases}$$

En $x = 56$ la función tiene un máximo relativo. Para dicho valor tenemos que $y = 84 - 56 = 28$.
La descomposición del número 84 que maximiza el valor del producto de uno de ellos por el cuadrado del otro es 56 y 28.

4: Considere las funciones $f(x)=2x-x^2$ y $g(x)=x^3$, cuya representación gráfica está esbozada en la figura adjunta.



a) **[0,75 p.]** Calcule los tres puntos de corte de ambas funciones.

b) **[1,75 p.]** Calcule el área total de los dos recintos limitados por ambas curvas.

a) Hallamos los puntos de corte de las gráficas.

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=2x-x^2 \\ g(x)=x^3 \\ f(x)=g(x) \end{array}\right\} \Rightarrow 2x-x^2=x^3 \Rightarrow x^3+x^2-2x=0 \Rightarrow x\left(x^2+x-2\right)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow y=0^3=0 \rightarrow \boxed{B(0,0)} \\ o \\ x^2+x-2=0 \rightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot 1\cdot(-2)}}{2}=\dfrac{-1\pm 3}{2}= \begin{cases} x=\dfrac{-1+3}{2}=1 \rightarrow y=1^3=1 \\ x=\dfrac{-1-3}{2}=-2 \rightarrow y=(-2)^3=-8 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{C(1,1)} \\ \boxed{A(-2,-8)} \end{cases}$$

Los tres puntos de corte de las gráficas son A(–2, –8), B(0, 0) y C(1, 1).

b) La situación planteada en el ejercicio es

c) Calculamos el área de cada recinto usando el cálculo integral.
El área del recinto pintado de color rosa es la integral definida de la diferencia de las dos funciones entre –2 y 0.

$$\text{Área recinto rosa} = \int_{-2}^{0} x^3-\left(2x-x^2\right)dx = \int_{-2}^{0} x^3-2x+x^2dx = \left[\frac{x^4}{4}-x^2+\frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{0} =$$

$$=\left(\frac{0^4}{4}-0^2+\frac{0^3}{3}\right)-\left(\frac{(-2)^4}{4}-(-2)^2+\frac{(-2)^3}{3}\right)=-\left(\frac{16}{4}-4-\frac{8}{3}\right)=\boxed{\frac{8}{3}\simeq 2.667u^2}$$

El área del recinto pintado de color verde es la integral definida de la diferencia de las dos funciones entre 0 y 1.

$$\text{Área recinto verde} = \int_{0}^{1} \left(2x-x^2\right)-x^3dx = \int_{0}^{1} 2x-x^2-x^3dx = \left[x^2-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}\right]_{0}^{1} =$$

$$=\left(1^2-\frac{1^3}{3}-\frac{1^4}{4}\right)-\left(0^2-\frac{0^3}{3}-\frac{0^4}{4}\right)=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\boxed{\frac{5}{12}\simeq 0.416u^2}$$

5: Considere las rectas *r* y *s* dadas por las siguientes ecuaciones:

$$r:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+3}{-1} \quad \text{y} \quad s:\begin{cases}2x-y=0\\ x+z=2\end{cases}.$$

a) **[1 p.]** Justifique que ambas rectas se cruzan en el espacio.
b) **[1,5 p.]** Calcule la ecuación de la perpendicular común a ambas rectas.

a) Obtenemos un punto y un vector director de cada recta.

$$r:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+3}{-1} \Rightarrow \begin{cases}P_r(1,0,-3)\\ \overrightarrow{u_r}=(2,1,-1)\end{cases}$$

$$s:\begin{cases}2x-y=0\\ x+z=2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2x=y\\ z=2-x\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y=2x\\ z=2-x\end{cases} \Rightarrow s:\begin{cases}x=\lambda\\ y=2\lambda\\ z=2-\lambda\end{cases} \Rightarrow s:\begin{cases}Q_s(0,0,2)\\ \overrightarrow{v_s}=(1,2,-1)\end{cases}$$

Los vectores directores de ambas rectas no tienen coordenadas proporcionales y por tanto las rectas no son ni coincidentes ni paralelas y deben cruzarse o cortarse.

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{u_r}=(2,1,-1)\\ \overrightarrow{v_s}=(1,2,-1)\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{2}{1}\neq\frac{1}{2}\neq\frac{-1}{-1}$$

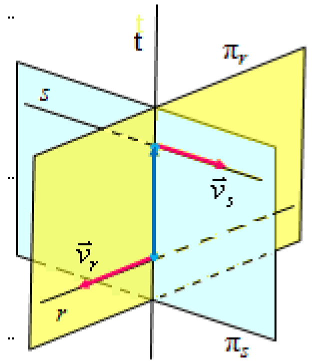
Para ver si se cortan o cruzan calculamos el producto mixto de $\overrightarrow{u_r}$, $\overrightarrow{v_s}$ y $\overrightarrow{P_rQ_s}$.

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{u_r}=(2,1,-1)\\ \overrightarrow{v_s}=(1,2,-1)\\ \overrightarrow{P_rQ_s}=(0,0,2)-(1,0,-3)=(-1,0,5)\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\overrightarrow{u_r};\overrightarrow{v_s};\overrightarrow{P_rQ_s}\right]=\begin{vmatrix}2 & 1 & -1\\ 1 & 2 & -1\\ -1 & 0 & 5\end{vmatrix}=20+1+0-2-5-0=14\neq 0$$

Como el producto mixto es no nulo las rectas se cruzan.

b) El producto vectorial de los vectores directores de las rectas *r* y *s* es el vector director de la recta *t* perpendicular común a ambas rectas.

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{u_r}=(2,1,-1)\\ \overrightarrow{v_s}=(1,2,-1)\end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{w_t}=\overrightarrow{u_r}\times\overrightarrow{v_s}=\begin{vmatrix}i & j & k\\ 2 & 1 & -1\\ 1 & 2 & -1\end{vmatrix}=-i-j+4k-k+2j+2i=i+j+3k=(1,1,3)$$



Hallamos la ecuación de la recta *t* como la intersección de los planos π_r y π_s.

El plano π_r es el plano que contiene a la recta *r* y por lo tanto contiene el punto P_r y tiene como vectores directores $\overrightarrow{u_r}$ y $\overrightarrow{w_t}$.

$$\pi_r : \begin{cases} \vec{u} = \overrightarrow{w_t} = (1,1,3) \\ \vec{v} = \overrightarrow{u_r} = (2,1,-1) \\ P_r(1,0,-3) \in \pi_r \end{cases} \Rightarrow \pi_r : \begin{vmatrix} x-1 & y & z+3 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x+1+6y+z+3-2(z+3)+y-3(x-1)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x+1+6y+z+3-2z-6+y-3x+3=0 \Rightarrow \boxed{\pi_r : -4x+7y-z+1=0}$$

El plano π_s es el plano que contiene a la recta *s* y por lo tanto contiene el punto Q_s y tiene como vectores directores $\overrightarrow{v_s}$ y $\overrightarrow{w_t}$.

$$\pi_s : \begin{cases} \vec{u} = \overrightarrow{w_t} = (1,1,3) \\ \vec{v} = \overrightarrow{v_s} = (1,2,-1) \\ Q_s(0,0,2) \in \pi_s \end{cases} \Rightarrow \pi_s : \begin{vmatrix} x & y & z-2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x+3y+2(z-2)-(z-2)+y-6x=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x+3y+2z-4-z+2+y-6x=0 \Rightarrow \boxed{\pi_s : -7x+4y+z-2=0}$$

La recta *t* es la intersección de ambos planos.

$$\left.\begin{matrix} \pi_r : -4x+7y-z+1=0 \\ \pi_s : -7x+4y+z-2=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{t : \begin{cases} -4x+7y-z+1=0 \\ -7x+4y+z-2=0 \end{cases}}$$

OTRA FORMA DE HALLAR LA RECTA *t*

Si queremos obtener las ecuaciones paramétricas de la recta hallamos el punto de corte del plano π_r con la recta *s* que será un punto de la recta *t*.

$$\left.\begin{matrix} \pi_r : -4x+7y-z+1=0 \\ s : \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2\lambda \\ z = 2-\lambda \end{cases} \end{matrix}\right\} \Rightarrow -4\lambda+7(2\lambda)-(2-\lambda)+1=0 \Rightarrow -4\lambda+14\lambda-2+\lambda+1=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11\lambda - 1 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{11} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{11} \\ y = \dfrac{2}{11} \\ z = 2 - \dfrac{1}{11} = \dfrac{21}{11} \end{cases} \Rightarrow t : \begin{cases} P_t\left(\dfrac{1}{11}, \dfrac{2}{11}, \dfrac{21}{11}\right) \\ \overrightarrow{w_t} = (1,1,3) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t : \begin{cases} x = \dfrac{1}{11} + \lambda \\ y = \dfrac{2}{11} + \lambda \\ z = \dfrac{21}{11} + 3\lambda \end{cases}}$$

6: Considere los puntos $A(-1,2,2)$, $B(1,0,2)$ y $C(0,0,1)$.

a) **[1 p.]** Justifique que los tres puntos están contenidos en un único plano (sin calcular el plano). Calcule la ecuación general (o ímplicita) de dicho plano.

b) **[1 p.]** Determine las coordenadas del cuarto vértice D del paralelogramo determinado por los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$.

c) **[0,5 p.]** Calcule el área de dicho paralelogramo.

a) Tres puntos definen un único plano salvo que estén alineados. Comprobamos que los tres puntos no están alineados comprobando que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ no indican la misma dirección, es decir, no tienen coordenadas proporcionales.

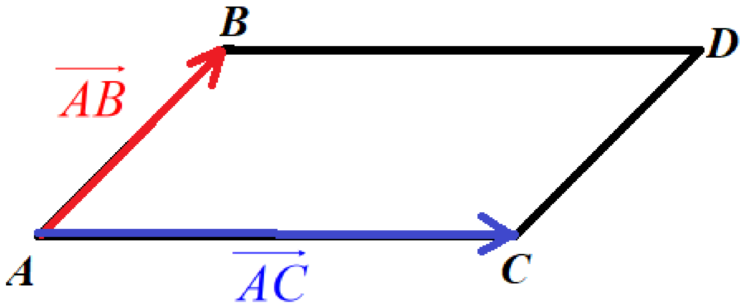
$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB}=(1,0,2)-(-1,2,2)=(2,-2,0)\\ \overrightarrow{AC}=(0,0,1)-(-1,2,2)=(1,-2,-1)\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{2}{1}\neq\frac{-2}{-2}\neq\frac{0}{-1}$$

Calculamos la ecuación del plano que contiene los tres puntos.

$$\left.\begin{array}{l}C(0,0,1)\in\pi\\ \vec{u}=\overrightarrow{AB}=(2,-2,0)\\ \vec{v}=\overrightarrow{AC}=(1,-2,-1)\end{array}\right\}\Rightarrow \pi:\begin{vmatrix}x & y & z-1\\ 2 & -2 & 0\\ 1 & -2 & -1\end{vmatrix}=0\Rightarrow 2x-4(z-1)+2(z-1)+2y=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x-4z+4+2z-2+2y=0\Rightarrow 2x+2y-2z+2=0\Rightarrow \boxed{\pi: x+y-z+1=0}$$

b) El cuarto punto se puede obtener sumando al punto C el vector $\overrightarrow{AB}$ y también sumando al punto B el vector $\overrightarrow{AC}$.



O bien $D=C+\overrightarrow{AB}=(0,0,1)+(2,-2,0)=(2,-2,1)$

O bien $D=B+\overrightarrow{AC}=(1,0,2)+(1,-2,-1)=(2,-2,1)$

c) El área del paralelogramo ABCD es el módulo del producto vectorial de los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$.

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB}=(2,-2,0)\\ \overrightarrow{AC}=(1,-2,-1)\end{array}\right\}\Rightarrow \overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}i & j & k\\ 2 & -2 & 0\\ 1 & -2 & -1\end{vmatrix}=2i-4k+2k+2j=2i+2j-2k=(2,2,-2)$$

$$Área=\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{2^2+2^2+(-2)^2}=\boxed{\sqrt{12}\simeq 3.464\ u^2}$$

7: En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal si es necesario. Se ha comprobado que el 10% de las piezas que produce una fábrica son defectuosas. Si se eligen 9 piezas al azar, determine:
a) **[0,5 p.]** Qué distribución sigue la variable aleatoria que cuenta el número de piezas defectuosas.
b) **[0,5 p.]** Calcule la media y la desviación típica de esta distribución
c) **[0,5 p.]** Cuál es la probabilidad de que no haya ninguna pieza defectuosa.
d) **[1 p.]** Cuál es la probabilidad de que haya como mucho 2 piezas defectuosas.

a) Si llamamos X = “Número de piezas defectuosas” se trata de una distribución binomial, pues una pieza puede ser defectuosa o no defectuosa (dicotomía) y si una pieza es defectuosa no influye en que una segunda pieza sea defectuosa o no (repeticiones independientes).

$$\left.\begin{array}{l} n = \text{ Número de repeticiones } = 9 \\ p = P(\text{pieza defectuosa}) = 0.10 \end{array}\right\} \Rightarrow X = B(9, 0.1)$$

b) La media de la distribución es $\mu = np = 9 \cdot 0.1 = 0.9$.
La desviación típica es $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{9 \cdot 0.1 \cdot 0.9} = 0.9$.

c) Nos piden calcular *P(X = 0)*.

$$P(X = 0) = \binom{9}{0} 0.1^0 \cdot 0.9^9 = \boxed{0.3874}$$

d)

$$P(\text{Como mucho 2 piezas defectuosas}) = P(\text{Hay 0, 1 o 2 piezas defectuosas}) =$$

$$= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \binom{9}{0} 0.1^0 \cdot 0.9^9 + \binom{9}{1} 0.1^1 \cdot 0.9^8 + \binom{9}{2} 0.1^2 \cdot 0.9^7 =$$

$$= \{\text{Miramos en la tabla de la binomial}\} = \ldots$$

n	x	0,01	0,05	0,10	0,15	0,
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,7225	0,
	1	0,0198	0,0950	0,1800	0,2550	0,
	2	0,0001	0,0025	0,0100	0,0225	0,
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,6141	0,
	1	0,0294	0,1354	0,2430	0,3251	0,
	2	0,0003	0,0071	0,0270	0,0574	0,
	3	0,0000	0,0001	0,0010	0,0034	0,
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,5220	0,
	1	0,0388	0,1715	0,2916	0,3685	0,
	2	0,0006	0,0135	0,0486	0,0975	0,
	3	0,0000	0,0005	0,0036	0,0115	0,
	4	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,
	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,
6	0	0,9415	0,7351	0,5314	0,3771	0,
	1	0,0571	0,2321	0,3543	0,3993	0,
	2	0,0014	0,0305	0,0984	0,1762	0,
	3	0,0000	0,0021	0,0146	0,0415	0,
	4	0,0000	0,0001	0,0012	0,0055	0,
	5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,
7	0	0,9321	0,6983	0,4783	0,3206	0,
	1	0,0659	0,2573	0,3720	0,3960	0,
	2	0,0020	0,0406	0,1240	0,2097	0,
	3	0,0000	0,0036	0,0230	0,0617	0,
	4	0,0000	0,0002	0,0026	0,0109	0,
	5	0,0000	0,0000	0,0002	0,0012	0,
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,
8	0	0,9227	0,6634	0,4305	0,2725	0,
	1	0,0746	0,2793	0,3826	0,3847	0,
	2	0,0026	0,0515	0,1488	0,2376	0,
	3	0,0001	0,0054	0,0331	0,0839	0,
	4	0,0000	0,0004	0,0046	0,0185	0,
	5	0,0000	0,0000	0,0004	0,0026	0,
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,
9	0	[illegible]	[illegible]	0,3874	0,2316	0,
	1	[illegible]	[illegible]	0,3874	0,3679	0,
	2	[illegible]	[illegible]	0,1722	0,2597	0,
	3	0,0001	0,0077	0,0446	0,1069	0,

$$\ldots = 0.3874 + 0.3874 + 0.1722 = \boxed{0.947}$$

8: En un club deportivo, el 30% de los miembros son aficionados al bádminton y el 50% son aficionados al pádel. Además, el 15% son aficionados a ambos deportes.
a) **[0,5 p.]** ¿Son independientes los sucesos "ser aficionado al bádminton" y "ser aficionado al pádel"? ¿Por qué?
b) **[1 p.]** ¿Cuál es la probabilidad de que un miembro del club no sea aficionado al bádminton pero sí lo sea al pádel?
c) **[1 p.]** Si un miembro del club no es aficionado al bádminton, ¿cuál es la probabilidad de que sea aficionado al pádel?

Realizamos una tabla de contingencia para obtener todos los porcentajes que se producen en el club deportivo.

	Aficionado al pádel	No aficionado al pádel	
Aficionado al badminton	**15**		**30**
No aficionado al badminton			
	50		**100**

Completamos la tabla.

	Aficionado al pádel	No aficionado al pádel	
Aficionado al badminton	**15**	**15**	**30**
No aficionado al badminton	**35**	**35**	**70**
	50	**50**	**100**

a) Para que dos sucesos A y B sean independientes debe cumplirse que $P(A\cap B)=P(A)P(B)$.
Si llamamos A = "ser aficionado al bádminton" y B = "ser aficionado al pádel".

$$\left.\begin{array}{l} P(A\cap B)=\dfrac{15}{100} \\ P(A)P(B)=\dfrac{30}{100}\cdot\dfrac{50}{100}=\dfrac{1500}{10000}=\dfrac{15}{100} \end{array}\right\} \Rightarrow P(A\cap B)=\frac{15}{100}=P(A)P(B)$$

Los sucesos "ser aficionado al bádminton" y "ser aficionado al pádel" son independientes.

b) Nos piden calcular $P\left(\overline{A}\cap B\right)$. Mirando la tabla tenemos:

$$P\left(\overline{A}\cap B\right)=\frac{35}{100}=\boxed{0.35}$$

c) Como de 100 miembros hay 70 que no son aficionados al badminton y de ellos 35 son aficionados al pádel tenemos que $P(\text{Ser aficionado al padel siendo no aficionado al badminton})=\dfrac{35}{70}=\boxed{0.5}$

OTRA FORMA DE CALCULARLO

Nos piden calcular $P\left(B/\overline{A}\right)$. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P\left(B/\overline{A}\right)=\frac{P\left(B\cap\overline{A}\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{\frac{35}{100}}{\frac{70}{100}}=\frac{35}{70}=\boxed{0.5}$$