

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE BACHILLERATO
 158 MATEMÁTICAS II. SEPTIEMBRE 2016

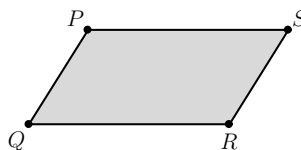
OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

CUESTIÓN A.1: Considere la siguiente matriz $A = \begin{pmatrix} \operatorname{sen}\alpha & \operatorname{cos}\alpha & 0 \\ \operatorname{cos}\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- [1 punto] Calcule el determinante de A .
- [1,5 puntos] Calcule las potencias sucesivas A^2 , A^3 , A^4 y A^5 . Calcule A^{2016} .

CUESTIÓN A.2: Los puntos $P = (1, 1, 1)$, $Q = (2, 2, 2)$ y $R = (1, 3, 3)$ son tres vértices consecutivos del siguiente paralelogramo:



- [1,25 puntos] Calcule el área del paralelogramo.
- [1,25 puntos] Determine el cuarto vértice del paralelogramo.

CUESTIÓN A.3: Dada la función

$$f(x) = e^{\frac{2x}{1+x^2}}$$

se pide:

- [1 punto] Estudie las asíntotas de la gráfica de $f(x)$.
- [1,5 puntos] Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los extremos relativos de la función.

CUESTIÓN A.4:

- [1,5 puntos] Calcule la siguiente integral indefinida $\int \frac{e^x}{(1+e^x)^2} dx$.
- [1 punto] Determine el valor de $a > 0$ para que $\int_0^a \frac{e^x}{(1+e^x)^2} dx = \frac{1}{4}$.

OPCIÓN B: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

CUESTIÓN B.1: Sabiendo que $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 2$, calcule razonadamente los siguientes determinantes:

a) [1 punto] $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 3x & 2y & z \\ 6 & 8 & 6 \end{vmatrix}$

b) [1,5 puntos] $\begin{vmatrix} 2+x & 4+y & 6+z \\ 3x-1 & 3y & 3z-1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

CUESTIÓN B.2: Considere el plano π que pasa por el punto $P = (2, 0, 1)$ y tiene como vectores directores los vectores $\vec{v} = (1, 0, 2)$ y $\vec{w} = (0, 1, -2)$. Considere la recta r dada por

$$r: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{1}.$$

- a) [1,25 puntos] Estudie la posición relativa de π y r .
- b) [1,25 puntos] Calcule la ecuación de la recta que pasa por el punto $Q = (-1, 0, -2)$, es paralela a π y perpendicular a r .

CUESTIÓN B.3: Considere la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} a + \ln(1-x) & \text{si } x < 0 \\ x^2 e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) [1,5 puntos] Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- b) [1 punto] Determine el valor de a para que la función sea continua en todo \mathbb{R} .

CUESTIÓN B.4:

- a) [1,5 puntos] Calcule la siguiente integral indefinida $\int \frac{x^3 + x + 1}{x^2 + 1} dx$.
- b) [1 punto] Obtenga una primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = \frac{x^3 + x + 1}{x^2 + 1}$ que cumpla la condición $F(0) = 2$.



PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE BACHILLERATO

158 MATEMATICAS II. SEPTIEMBRE 2016

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

OBSERVACIONES GENERALES:

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente.

En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

OBSERVACIONES PARTICULARES:**OPCIÓN A****CUESTIÓN A.1: [2,5 puntos]****Apartado a)**

Cálculo correcto de $|A| = -\sin^2\alpha - \cos^2\alpha = -1$ [1 punto].

Apartado b)

Cálculo correcto de $A^2=I$, $A^3=A$, $A^4=I$, $A^5=A$ [1 punto]. Justificación correcta de $A^{2016}=I$ [0,5 puntos].

CUESTIÓN A.2: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto del área del paralelogramo [1,25 puntos].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado del cuarto vértice [1,25 puntos].

CUESTIÓN A.3: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación de que la función es continua en todo \mathbb{R} y no tiene asíntotas verticales [0,25 puntos]. Justificación de que el límite de $f(x)$ cuando x tiende a $+\infty$ y a $-\infty$ es 1 y por tanto la recta $y=0$ es asíntota vertical por los dos lados [0,5 puntos]. Justificación de que no existen asíntotas oblicuas [0,25 puntos].

Apartado b) Cálculo correcto de la derivada $f'(x)$ [0,25 puntos]. Cálculo correcto de los puntos críticos y candidatos a extremos [0,25 puntos]. Justificación de que $f(x)$ es decreciente en los intervalos $(-\infty, -1)$ y $(1, +\infty)$ [0,25 puntos]. Justificación de que $f(x)$ es creciente en el intervalo $(-1, 1)$ [0,25 puntos]. Justificación de que $f(x)$ tiene un mínimo relativo en $x=-1$ [0,25 puntos]. Justificación de que $f(x)$ tiene un máximo relativo en $x=1$ [0,25 puntos].

CUESTIÓN A.4: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida **[1,5 puntos]**.

Apartado b) Cálculo correcto de valor de $a=\ln 3$ aplicando la regla de Barrow **[1 punto]**.

OPCIÓN B

CUESTIÓN B.1: [2,5 puntos]

Apartado a)

Cálculo correcto y razonado del determinante **[1 punto]**.

Apartado b)

Cálculo correcto y razonado del determinante **[1,5 puntos]**.

CUESTIÓN B.2: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación correcta y razonada de que la recta corta al plano **[1,25 puntos]**.

Apartado b) Cálculo correcto de la ecuación de la recta (en cualquiera de sus formas) **[1,25 puntos]**.

CUESTIÓN B.3: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto del límite de $f(x)$ cuando x tiende a $-\infty$ igual a $+\infty$ **[0,5 puntos]**

Cálculo correcto del límite de $f(x)$ cuando x tiende a $+\infty$ igual a 0 **[1 punto]**

Apartado b) Justificación de que $f(x)$ es correcta para todo x es distinto de 0 **[0,25 puntos]**.

Cálculo correcto y justificado de que x es continua en $x=0$ si $a=0$ **[0,75 puntos]**.

CUESTIÓN B.4: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida **[1,5 puntos]**.

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la constante de integración **[1 punto]**.

CORRESPONDENCIA CON EL PROGRAMA OFICIAL

Programa BORM, 10 de septiembre de 2008, páginas 28109-28110.

OPCIÓN A

CUESTIÓN A.1: Álgebra lineal (Bloque 1).

Determinantes. Cálculo de determinantes de órdenes 2 y 3 mediante la regla de Sarrus. Propiedades elementales de los determinantes. Operaciones con matrices.

CUESTIÓN A.2: Geometría (Bloque 2). Vectores en el espacio tridimensional. Productos escalar, vectorial y mixto. Resolución de problemas métricos relacionados con el cálculo de ángulos, distancias, áreas y volúmenes.

CUESTIÓN A.3: Análisis (Bloque 3). Concepto de límite de una función. Cálculo de límites. Aplicación de la derivada al estudio de las propiedades locales y la representación gráfica de una función. Problemas de optimización.

CUESTIÓN A.4: Análisis (Bloque 3). Primitiva de una función. Técnicas elementales para el cálculo de primitivas. Cálculo de integrales definidas. Regla de Barrow.

OPCIÓN B

CUESTIÓN B.1: Álgebra lineal (Bloque 1).

Determinantes. Cálculo de determinantes de órdenes 2 y 3 mediante la regla de Sarrus. Propiedades elementales de los determinantes.

CUESTIÓN B.2: Geometría (Bloque 2).

Ecuaciones de rectas y planos en el espacio. Resolución de problemas de posiciones relativas: incidencia, paralelismo y perpendicularidad, entre rectas y planos.

CUESTIÓN B.3: Análisis (Bloque 3).

Concepto de límite de una función. Cálculo de límites. Continuidad de una función en un punto y en un intervalo.

CUESTIÓN B.4: Análisis (Bloque 3). Primitiva de una función. Técnicas elementales para el cálculo de primitivas.