



OBSERVACIONES IMPORTANTES: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las 4 primeras, en el orden en que se hayan respondido. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1: [2,5 p.] Tres amigos, Luis, Ángel y Josema, tienen ahorrado un total de 400 euros. Si Josema perdiera la cuarta parte de lo que tiene, tendría el triple de lo que tiene Luis. Además, la mitad de lo que tiene Luis es justamente la sexta parte de lo que tiene Ángel. Calcule cuánto dinero tiene ahorrado cada uno de ellos.

2: Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

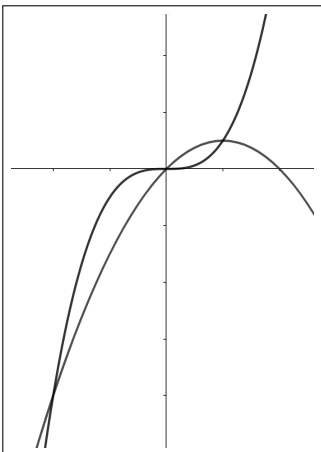
a) **[1 p.]** Calcule las potencias sucesivas A^2 , A^3 , A^4 , A^5 y A^6 .

b) **[0,5 p.]** Calcule A^{2023} .

c) **[1 p.]** Compruebe que la matriz A es regular (o invertible) y calcule su matriz inversa.

3: [2,5 p.] Descomponga el número 84 como suma de dos números positivos de tal manera que el producto de unos de ellos por el cuadrado del otro sea el mayor valor posible. ¿Cuál es dicho valor máximo?

4: Considere las funciones $f(x) = 2x - x^2$ y $g(x) = x^3$, cuya representación gráfica está esbozada en la figura adjunta.



a) **[0,75 p.]** Calcule los tres puntos de corte de ambas funciones.

b) **[1,75 p.]** Calcule el área total de los dos recintos limitados por ambas curvas.

5: Considere las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-1} \quad \text{y} \quad s: \begin{cases} 2x-y = 0 \\ x+z = 2 \end{cases}$$

- [1 p.] Justifique que ambas rectas se cruzan en el espacio.
- [1,5 p.] Calcule la ecuación de la perpendicular común a ambas rectas.

6: Considere los puntos $A(-1, 2, 2)$, $B(1, 0, 2)$ y $C(0, 0, 1)$.

- [1 p.] Justifique que los tres puntos están contenidos en un único plano (sin calcular el plano). Calcule la ecuación general (o implícita) de dicho plano.
- [1 p.] Determine las coordenadas del cuarto vértice D del paralelogramo determinado por los vectores \vec{AB} y \vec{AC} .
- [0,5 p.] Calcule el área de dicho paralelogramo.

7: En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal si es necesario.

Se ha comprobado que el 10% de las piezas que produce una fábrica son defectuosas. Si se eligen 9 piezas al azar, determine:

- [0,5 p.] Qué distribución sigue la variable aleatoria que cuenta el número de piezas defectuosas.
- [0,5 p.] Calcule la media y la desviación típica de esta distribución
- [0,5 p.] Cuál es la probabilidad de que no haya ninguna pieza defectuosa.
- [1 p.] Cuál es la probabilidad de que haya como mucho 2 piezas defectuosas.

8: En un club deportivo, el 30% de los miembros son aficionados al bádminton y el 50% son aficionados al pádel. Además, el 15% son aficionados a ambos deportes.

- [0,5 p.] ¿Son independientes los sucesos "ser aficionado al bádminton" y "ser aficionado al pádel"? ¿Por qué?
- [1 p.] ¿Cuál es la probabilidad de que un miembro del club no sea aficionado al bádminton pero sí lo sea al pádel?
- [1 p.] Si un miembro del club no es aficionado al bádminton, ¿cuál es la probabilidad de que sea aficionado al pádel?



CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

OBSERVACIONES GENERALES:

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente. En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán entre 0,1 y 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

OBSERVACIONES PARTICULARES:

CUESTIÓN 1: [2,5 p.]

Planteamiento correcto del sistema de ecuaciones a resolver [1 p.].

Cálculo correcto de la solución del sistema [1,5 p.].

CUESTIÓN 2: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto de A^2 [0,2 p.]. Cálculo correcto de A^3 [0,2 p.]. Cálculo correcto de A^4 [0,2 p.]. Cálculo correcto de A^5 [0,2 p.]. Cálculo correcto de A^6 [0,2 p.].

Apartado b) Cálculo correcto de A^{2023} [0,5 p.].

Apartado c) Justificación de que la matriz A es regular [0,5 p.]. Cálculo correcto de su matriz inversa [0,5 p.].

CUESTIÓN 3: [2,5 p.]

Expresión correcta de la función a maximizar [0,5 p.].

Cálculo correcto de su derivada [0,5 p.].

Cálculo correcto del único punto crítico en el dominio de la función y candidato a ser máximo [0,5 p.].

Justificación de que se trata de un punto de máximo [0,5 p.].

Cálculo correcto de la descomposición de 84 como suma de 28 y 56 [0,25 p.].

Cálculo correcto del valor máximo $28 \times 56^2 = 87,808$ [0,25 p.].

CUESTIÓN 4: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto de los tres puntos de corte [0,75 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [0,75 p.].

Cálculo correcto del área de los dos recintos, estudiando la diferencia de las funciones para saber cuál es el valor absoluto en cada caso [1 p.].

CUESTIÓN 5: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación correcta de que las dos rectas se cruzan en el espacio [1 p.].

Apartado b) Cálculo correcto de la perpendicular común a ambas rectas [1,5 p.].

CUESTIÓN 6: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación correcta de que los tres puntos son coplanarios [0,5 p.]. Cálculo correcto de la ecuación general del plano que los contiene [0,5 p.].

Apartado b) Cálculo correcto de las coordenadas del cuarto vértice D . [1 p.].

Apartado c) Cálculo correcto del área del paralelogramo utilizando cualquier método que sea correcto [0,5 p.].

CUESTIÓN 7: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación correcta de que se trata de una distribución binomial de parámetros $n = 9$ y $p = 0,1$ [0,5 p.].

Apartado b) Cálculo correcto de la media y la desviación típica [0,5 p.].

Apartado c) Cálculo de la probabilidad solicitada [0,5 p.].

Apartado d) Cálculo de la probabilidad solicitada [1 p.].

CUESTIÓN 8: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación correcta de que los sucesos son independientes [0,5 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 p.].

Apartado c) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 p.].