	Pruebas de acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado Mayores de 25 y 45 años Castilla y León	MATEMÁTICAS	EJERCICIO Nº Páginas: 2
---	---	--------------------	--

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.

2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y + (m^2 - 1)z = 1 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 5y + z = 2 \end{cases}$$

- a) Discutirlo en función del parámetro m . **(1,5 puntos)**
b) Resolverlo para $m = 3$. **(1 punto)**

E2.- Calcular la ecuación del plano π que pasa por el punto: (1,2,3) y es perpendicular a la recta r en cada uno de los siguientes casos:

a) $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}$ **(1 punto)**

b) $r \equiv \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases}$ **(1,5 puntos)**

E3.- Dada la función $f(x) = e^x - x - 3$,

- a) Demostrar que tiene una raíz en el intervalo (1,3). **(1 punto)**
b) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$. Encontrar su máximo y su mínimo absolutos en el intervalo [1,3]. **(1,5 puntos)**

E4.- a) Calcular el área de la región del plano comprendida entre la curva $f(x) = 4x^2$ y la recta $y = 4$. **(1,5 puntos)**

b) Calcular, si es posible, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{\operatorname{sen} x}$. **(1 punto)**

OPCIÓN B

E1.- Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide

a) Encontrar una matriz A tal que $MA = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. **(1,5 puntos)**

b) Calcular, en caso de que exista, la matriz inversa de $M+N$. **(1 punto)**

E2.- a) Hallar el plano π respecto del cual los puntos $A = (0,1,2)$ y $B = (2,1,0)$ son simétricos. **(1,5 puntos)**

b) Calcular el área del triángulo de vértices A , B y el punto $C = (2,1,2)$.

E3.- a) ¿Es continua en el punto $x = 0$ la función $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$? **(1 punto)**

b) Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{3x - 4}}{x - 2}$ **(1,5 puntos)**

E4.- Consideremos la función $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$,

a) Determinar los extremos relativos de $f(x)$. **(1 punto)**

b) Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de $f(x)$, las rectas verticales que pasan por los puntos $(1,0)$ y $(2,0)$ y el eje $\mathcal{O}X$. **(1,5 puntos)**

SOLUCIONES**OPCIÓN A**

E1.- Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y + (m^2 - 1)z = 1 \\ x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + 5y + z = 2 \end{cases}$$

a) Discutirlo en función del parámetro m .

(1,5 puntos)

b) Resolverlo para $m = 3$.

(1 punto)

a) La matriz de coeficientes asociada al sistema es $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m^2 - 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ y la matriz ampliada es

$$A/B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m^2 - 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Buscamos cuando se anula el determinante de A, en busca del valor de su rango.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & m^2 - 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 6 + 5(m^2 - 1) - 4(m^2 - 1) - 1 - 15 = 8 + 5m^2 - 5 - 4m^2 + 4 - 16$$

$$\left. \begin{array}{l} |A| = m^2 - 9 \\ |A| = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow m^2 - 9 = 0 \Rightarrow m^2 = 9 \Rightarrow m = \sqrt{9} = \pm 3$$

Se nos plantean tres situaciones diferentes que analizamos por separado.

CASO 1. $m \neq \pm 3$

En este caso el determinante de A es no nulo y su rango es 3, al igual que de la matriz ampliada A/B y el número de incógnitas. El sistema es compatible determinado (una única solución).

CASO 2. $m = -3$

En este caso el determinante de A es nulo y su rango no es 3. Estudiamos su rango y el de la matriz ampliada.

$$A/B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 8 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Fila } 2^a - \text{Fila } 1^a \\ 1 \quad 2 \quad 3 \quad 1 \\ -1 \quad -1 \quad -8 \quad -1 \\ \hline 0 \quad 1 \quad -5 \quad 0 \rightarrow \text{Nueva fila } 2^a \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Fila } 3^a - 2 \cdot \text{Fila } 1^a \\ 2 \quad 5 \quad 1 \quad 2 \\ -2 \quad -2 \quad -16 \quad -2 \\ \hline 0 \quad 3 \quad -15 \quad 0 \rightarrow \text{Nueva fila } 3^a \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 8 & 1 \\ 0 & 1 & -5 & 0 \\ 0 & 3 & -15 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Fila } 3^a - 3 \cdot \text{Fila } 2^a \\ 0 \quad 3 \quad -15 \quad 0 \\ 0 \quad -3 \quad 15 \quad 0 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \rightarrow \text{Nueva fila } 3^a \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} \overbrace{1 \quad 1 \quad 8 \quad 1}^{A/B} \\ 0 \quad 1 \quad -5 \quad 0 \\ \underbrace{0 \quad 0 \quad 0 \quad 0}_A \end{pmatrix}$$

El rango de A es 2 y el rango de A/B también es 2, el número de incógnitas es 3. El sistema es compatible indeterminado (infinitas soluciones)

CASO 3. $m = 3$

En este caso el determinante de A es nulo y su rango no es 3. Estudiamos su rango y el de la matriz ampliada.

$$A/B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 8 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

La situación es la misma que en el caso 2 y el sistema es compatible indeterminado (infinitas soluciones).

Conclusión: Si $m \neq \pm 3$ el sistema es compatible determinado (una única solución) y si $m = 3$ o si $m = -3$ el sistema es compatible indeterminado (infinitas soluciones).

- b) Para $m = 3$ el sistema es compatible indeterminado. Hallamos la expresión de las infinitas soluciones a partir del sistema triangular equivalente obtenido.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + 8z = 1 \\ y - 5z = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + 8z = 1 \\ y = 5z \end{array} \right\} \Rightarrow x + 5z + 8z = 1 \Rightarrow x = 1 - 13z \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 1 - 13\lambda \\ y = 5\lambda \\ z = \lambda \end{array} \right\}$$

E2.- Calcular la ecuación del plano π que pasa por el punto: $(1,2,3)$ y es perpendicular a la recta r en cada uno de los siguientes casos:

a) $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}$ **(1 punto)**

b) $r \equiv \begin{cases} x+y+1=0 \\ x-2y+3=0 \end{cases}$ **(1,5 puntos)**

a) Si el plano es perpendicular a la recta su vector normal es el director de la recta.

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4} \Rightarrow \vec{v}_r = (2,3,4)$$

$$\pi: \left. \begin{array}{l} \vec{n} = \vec{v}_r = (2,3,4) \\ P(1,2,3) \in \pi \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \pi: 2x+3y+4z+D=0 \\ P(1,2,3) \in \pi \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + D = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D = -20 \Rightarrow \boxed{\pi: 2x+3y+4z-20=0}$$

b) Si el plano es perpendicular a la recta su vector normal es el director de la recta.

$$r \equiv \begin{cases} x+y+1=0 \\ x-2y+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1-y \\ x-2y+3=0 \end{cases} \Rightarrow -1-y-2y+3=0 \Rightarrow -3y = -2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{3} \Rightarrow x = -1 - \frac{2}{3} = \frac{-5}{3} \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = \frac{-5}{3} \\ y = \frac{2}{3} \\ z = \lambda \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_r = (0,0,1)$$

$$\pi: \left. \begin{array}{l} \vec{n} = \vec{v}_r = (0,0,1) \\ P(1,2,3) \in \pi \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \pi: z+D=0 \\ P(1,2,3) \in \pi \end{array} \right\} \Rightarrow 3+D=0 \Rightarrow D = -3 \Rightarrow \boxed{\pi: z-3=0}$$

E3.- Dada la función $f(x) = e^x - x - 3$,

a) Demostrar que tiene una raíz en el intervalo $(1,3)$.

(1 punto)

b) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$. Encontrar su máximo y su mínimo absolutos en el intervalo $[1,3]$.

(1,5 puntos)

a) Valoramos la función en los extremos del intervalo $(1,3)$.

$$\left. \begin{aligned} f(1) &= e^1 - 1 - 3 = e - 4 \approx -1.28 < 0 \\ f(3) &= e^3 - 3 - 3 = e^3 - 6 \approx 14.08 > 0 \end{aligned} \right\}$$

Como la función es continua en el intervalo $[1, 3]$ podemos aplicar el teorema de Bolzano y existe un valor $c \in (1,3)$ tal que $f(c) = 0$.

Teorema de Bolzano. Sea $f(x)$ una función continua en un intervalo cerrado $[a, b]$ y que toma valores de signo contrario en los extremos, entonces existe al menos un valor $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$.

b) Utilizamos la función derivada para hallar sus puntos críticos.

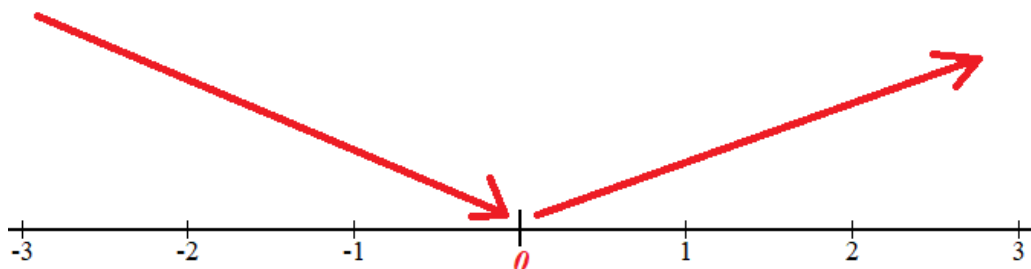
$$\left. \begin{aligned} f'(x) &= e^x - 1 \\ f'(x) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow e^x - 1 = 0 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = 0$$

Estudiamos el signo de la derivada antes y después de este valor.

En el intervalo $(-\infty, 0)$ tomamos $x = -1$ y la derivada vale $f'(-1) = e^{-1} - 1 \approx -0.6 < 0$. La función decrece en $(-\infty, 0)$.

En el intervalo $(0, +\infty)$ tomamos $x = 1$ y la derivada vale $f'(1) = e^1 - 1 \approx 1.71 > 0$. La función crece en $(0, +\infty)$.

La función sigue el esquema siguiente:



La función decrece en $(-\infty, 0)$ y crece en $(0, +\infty)$.

Como en el intervalo $[1,3]$ la función es creciente el valor mínimo lo alcanza en $x = 1$ y el máximo en $x = 3$.

El valor mínimo es $f(1) = e^1 - 1 - 3 = e - 4 \approx -1.28$ y el máximo es

$$f(3) = e^3 - 3 - 3 = e^3 - 6 \approx 14.08$$

E4.- a) Calcular el área de la región del plano comprendida entre la curva $f(x) = 4x^2$ y la recta $y = 4$. **(1,5 puntos)**

b) Calcular, si es posible, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{\operatorname{sen} x}$. **(1 punto)**

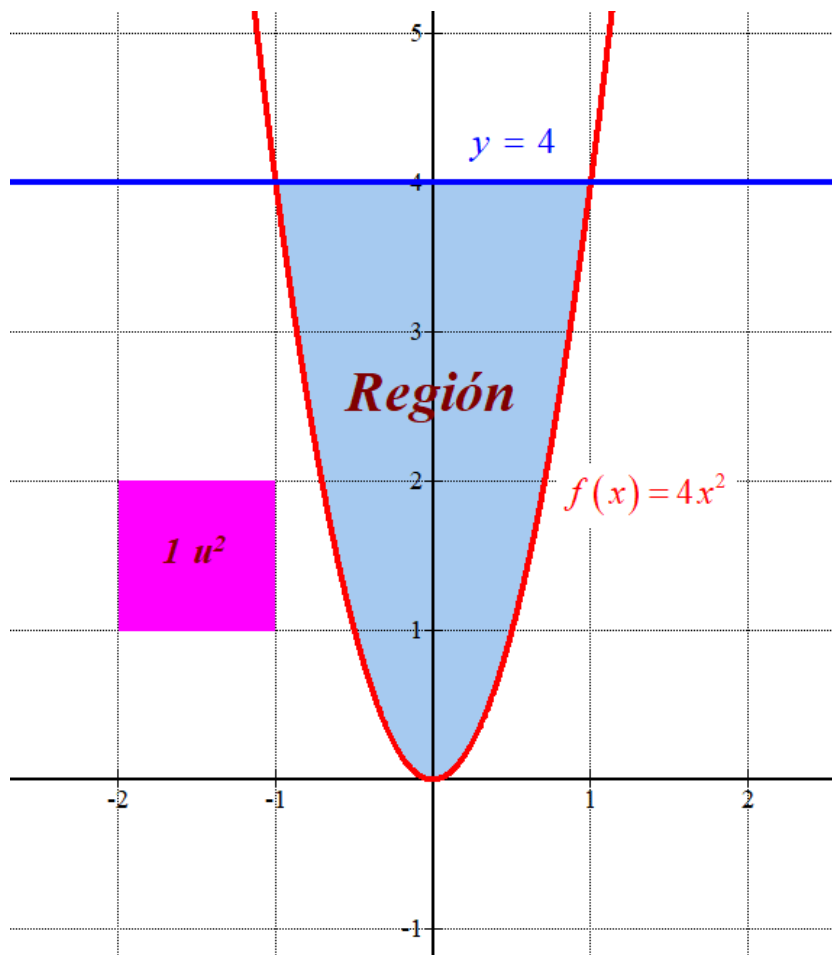
a) Hallamos los puntos de corte de ambas funciones.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 4x^2 \\ y = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 = 4x^2 \Rightarrow 1 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{1} = \pm 1$$

El área de la región del plano encerrada por ambas gráficas es el valor absoluto de la integral definida de la diferencia de ambas funciones entre -1 y 1 .

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 4x^2 - 4 dx &= \left[4 \frac{x^3}{3} - 4x \right]_{-1}^1 = \left[4 \frac{1^3}{3} - 4 \cdot 1 \right] - \left[4 \frac{(-1)^3}{3} - 4(-1) \right] = \\ &= \frac{4}{3} - 4 + \frac{4}{3} - 4 = \frac{8}{3} - 8 = \frac{-16}{3} \end{aligned}$$

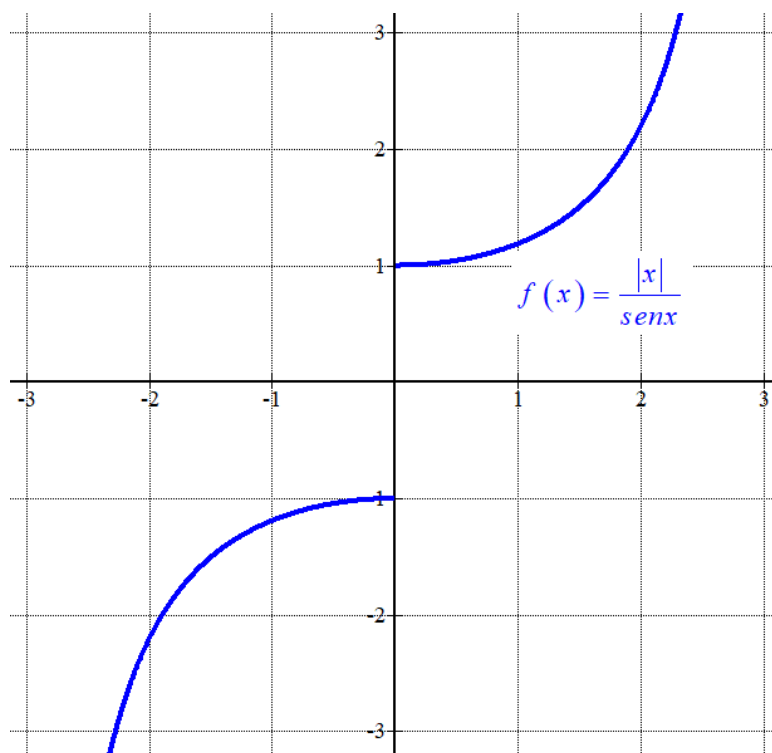
$$\text{Área} = \left| \int_{-1}^1 4x^2 - 4 dx \right| = \left| \frac{-16}{3} \right| = \frac{16}{3} \approx 5.33 \text{ u}^2$$



- b) Como la función que aparece en el límite es un valor absoluto y cambia en $x = 0$ calculamos los límites laterales y vemos si coinciden.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{\operatorname{sen} x} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{\operatorname{sen} x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{\operatorname{sen} x} = \frac{0}{0} = \text{In det er min acción (L'Hôpital)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{\cos x} = \frac{-1}{1} = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{\operatorname{sen} x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\operatorname{sen} x} = \frac{0}{0} = \text{In det er min acción (L'Hôpital)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{1} = 1 \end{cases}$$

El límite pedido no existe pues sus límites laterales son distintos.



OPCIÓN B

E1.- Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ y $N = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide

a) Encontrar una matriz A tal que $MA = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. **(1,5 puntos)**

b) Calcular, en caso de que exista, la matriz inversa de $M+N$. **(1 punto)**

a) Si $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$MA = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a-2c & b-2d \\ -2a+4c & -2b+4d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-2c=0 \\ b-2d=0 \\ -2a+4c=0 \\ -2b+4d=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2c=0 \\ b-2d=0 \\ a-2c=0 \\ b-2d=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2c=0 \\ b-2d=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2c \\ b=2d \end{cases} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 2c & 2d \\ c & d \end{pmatrix}$$

Existen infinitas matrices que cumplen lo pedido. En particular si tomamos $c = 0$ y $d = 0$ una matriz que cumple lo pedido es la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

b) Hallamos la expresión de $M + N$.

$$M + N = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$

Comprobamos si tiene inversa viendo si su determinante es nulo o no.

$$|M + N| = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} = 5 - 4 = 1 \neq 0$$

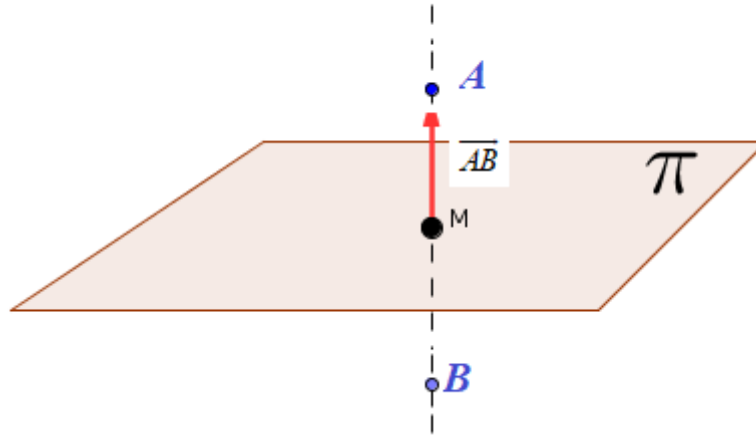
Tiene inversa. La calculamos.

$$(M + N)^{-1} = \frac{Adj((M + N)^T)}{|M + N|} = \frac{Adj \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

E2.- a) Hallar el plano π respecto del cual los puntos $A = (0,1,2)$ y $B = (2,1,0)$ son simétricos. (1,5 puntos)

b) Calcular el área del triángulo de vértices A , B y el punto $C = (2,1,2)$.

- a) El plano pedido tiene como vector normal el vector \overrightarrow{AB} y contiene el punto medio M del segmento AB .



$$\overrightarrow{AB} = (2,1,0) - (0,1,2) = (2,0,-2)$$

$$M = \frac{(2,1,0) + (0,1,2)}{2} = (1,1,1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{n} = \overrightarrow{AB} = (2,0,-2) \\ M = (1,1,1) \in \pi \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \pi : 2x - 2z + D = 0 \\ M = (1,1,1) \in \pi \end{array} \right\} \Rightarrow 2 - 2 + D = 0 \Rightarrow D = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi : 2x - 2z = 0 \Rightarrow \boxed{\pi : x - z = 0}$$

- b) El área del triángulo ABC es la mitad del módulo del vector $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$.

$$\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = (2,1,0) - (0,1,2) = (2,0,-2) \\ \overrightarrow{AC} = (2,1,2) - (0,1,2) = (2,0,0) \end{array} \right\} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -4j = (0, -4, 0)$$

$$\text{Área} = \frac{|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|}{2} = \frac{\sqrt{0^2 + (-4)^2 + 0^2}}{2} = \boxed{2 \text{ u}^2}$$

<p>E3.- a) ¿Es continua en el punto $x = 0$ la función $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$? (1 punto)</p> <p>b) Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{3x - 4}}{x - 2}$ (1,5 puntos)</p>
--

a) Para ser continua debe cumplirse $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x - 1}{x} = \frac{0}{0} = \text{In det er min aci3n(L'H\hat{o}pital)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x}{1} = e^0 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 1}{x} = \dots = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(0) = 1$$

$$\Rightarrow f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$$

La funci3n es continua en $x = 0$.

b)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{3x - 4}}{x - 2} = \frac{\infty}{\infty} = \text{In det er min aci3n(L'H\hat{o}pital)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} - \frac{3}{2\sqrt{3x-4}}}{1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} - \frac{3}{2\sqrt{3x-4}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{2\sqrt{3x-4}} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{2\sqrt{x^2}} - \frac{3}{\infty} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{2x} - 0 = 1 - 0 = \boxed{1}$$

OTRA FORMA DE HACERLO

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{3x - 4}}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = \boxed{1}$$

E4.- Consideremos la función $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$,

a) Determinar los extremos relativos de $f(x)$.

(1 punto)

b) Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de $f(x)$, las rectas verticales que pasan por los puntos (1,0) y (2,0) y el eje OX .

(1,5 puntos)

a) Utilizamos la derivada.

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 \\ f'(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 6x^2 - 18x + 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(2)}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{3-1}{2} = 1 = x \\ \frac{3+1}{2} = 2 = x \end{cases}$$

Sustituimos en la segunda derivada los valores obtenidos.

$$f''(x) = 12x - 18 \Rightarrow \begin{cases} f''(1) = 12 - 18 = -6 < 0 \rightarrow \text{Máximo} \\ f''(2) = 24 - 18 = 6 > 0 \rightarrow \text{Mínimo} \end{cases}$$

Tenemos un máximo relativo en $x = 1$ y un mínimo relativo en $x = 2$.

b) Las rectas verticales que pasan por los puntos (1,0) y (2,0) tienen ecuación $x = 1$ y $x = 2$, respectivamente.

Averiguamos si la función corta el eje OX entre 1 y 2.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x \\ y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 2x^3 - 9x^2 + 12x = 0 \Rightarrow x(2x^2 - 9x + 12) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 - 9x + 12 = 0 \rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(2)(12)}}{4} = \frac{9 \pm \sqrt{-15}}{4} = \cancel{\neq} \end{cases}$$

Solo corta el eje en $x = 0$ que no pertenece al intervalo (1, 2).

El área es el valor de la integral definida entre 1 y 2 de $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$.

$$\begin{aligned} \int_1^2 f(x) dx &= \int_1^2 2x^3 - 9x^2 + 12x dx = \left[2 \frac{x^4}{4} - 9 \frac{x^3}{3} + 12 \frac{x^2}{2} \right]_1^2 = \left[\frac{x^4}{2} - 3x^3 + 6x^2 \right]_1^2 = \\ &= \left[\frac{2^4}{2} - 3 \cdot 2^3 + 6 \cdot 2^2 \right] - \left[\frac{1^4}{2} - 3 \cdot 1^3 + 6 \cdot 1^2 \right] = 8 - 24 + 24 - \frac{1}{2} + 3 - 6 = 4.5 \end{aligned}$$

Área = 4.5 u².

