Universidad de Oviedo

Prueba de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (EBAU)

Curso 2022-2023

MATEMÁTICAS

- Responde en el pliego del examen a **cuatro preguntas cualesquiera** de entre las ocho que se proponen. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2.5 puntos**.
- Indique en el pliego del examen la **agrupación de preguntas que responderá**: agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s).

Problema 1. Dadas las matrices

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&2&0\\1&1&1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}4&6\\-3&-5\end{pmatrix}.$$

(a) **(1.25 puntos)** Calcula todas las matrices $X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ tales que $A\cdot X=2X$.

(b) **(1.25 puntos)** Calcula todas las matrices M que cumplen $M\left(B+I\right)=2I$. (I es la matriz identidad 2×2)

Problema 2. Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix}2&1\\-1&1\\0&2\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1&1&1\\-1&0&1\end{pmatrix}$. Se pide:

(a) **(0.75 puntos)** Calcula, en caso de que sea posible, las dimensiones de una matriz D tal que se pueda realizar el producto $A\cdot D\cdot B$.

(b) **(0.5 puntos)** Estudia si puede existir una matriz M tal que $M\cdot A=B$.

(c) **(1.25 puntos)** Estudia si existe $\left(B\cdot A\right)^{-1}$ y calcúlala en caso de que sea posible.

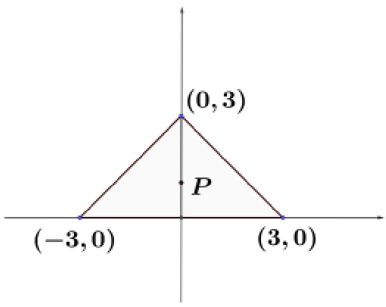
Problema 3. Dadas las funciones $f\left(x\right)=-x^2$ y $g\left(x\right)=x^2+x-1$ se pide:

(a) **(1.25 puntos)** Calcula los puntos de corte de ambas curvas y dibuja el recinto limitado por ambas funciones

(b) **(1.25 puntos)** Calcula el área de dicho recinto.

Problema 4. (2.5 puntos)

Calcula las coordenadas del punto P interior al triángulo y situado sobre la altura, tal que la suma de las distancias de P a los tres vértices sea mínima.



Universidad de Oviedo

Prueba de evaluación de
Bachillerato
para el acceso a la Universidad
(EBAU)
Curso 2022-2023

Problema 5. Dada la recta $r \equiv \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = -1 - \lambda \\ z = 1 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv ax + 2y + (a-3)z = 4$,

(a) **(1.25 puntos)** Calcula *a* para que *r* y π sean paralelos y en ese caso, calcula distancia de *r* a π.
(b) **(1.25 puntos)** Para *a = 1*, calcula el plano π´ que contiene a *r* y es perpendicular a π.

Problema 6. Dados los puntos A = (1, 0, 0) y B = (–1, 4, –4),

(a) **(1.5 puntos)** Calcula el plano π que hace que A y B sean simétricos
(b) **(0.5 puntos)** Calcula la distancia de A a π
(c) **(0.5 puntos)** Calcula una ecuación continua de la recta que pasa por A y B

Problema 7. Una compañía tiene tres centrales en Europa en la que se fabrica el mismo producto. El 60% de las unidades de dicho producto se fabrica en España, el 25% en Francia y el resto en Portugal. Se observa que de las unidades fabricadas tienen algún defecto el 1% de los fabricados en España, el 0.5% de los fabricados en Francia y el 2% de los fabricados en Portugal. El departamento de control de calidad central toma una de las unidades fabricadas al azar.
(a) **(1.25 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que la unidad seleccionada tenga algún defecto?
(b) **(1.25 puntos)** Si la unidad seleccionada es defectuosa ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada en Portugal?

Problema 8. En un examen de acceso a Médico Interno Residente se realiza un test y se supera la prueba si se obtiene al menos 75 puntos. Suponiendo que las puntuaciones de los candidatos sigue una distribución normal de media 70 y desviación típica 10, calcule:
(a) **(1.25 puntos)** La probabilidad de que la calificación de una persona esté en el intervalo [75, 85].
(b) **(1.25 puntos)** Tras resolver las reclamaciones realizadas por los candidatos se observa que la desviación típica se mantiene pero la probabilidad de obtener más de 90 puntos es 0.05. Decide si la media de calificaciones ha aumentado, ha disminuido o se ha mantenido.

SOLUCIONES:

Problema 1. Dadas las matrices

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&2&0\\1&1&1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}4&6\\-3&-5\end{pmatrix}.$$

(a) **(1.25 puntos)** Calcula todas las matrices $X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ tales que $A\cdot X=2X$.

(b) **(1.25 puntos)** Calcula todas las matrices M que cumplen $M(B+I)=2I$. (I es la matriz identidad 2×2)

a) Despejamos X de la ecuación matricial.

$$A\cdot X=2X\Rightarrow A\cdot X-2X=0\Rightarrow(A-2I)X=0$$

Convertimos la ecuación matricial en un sistema de ecuaciones.

$$A-2I=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&2&0\\1&1&1\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-2&1&1\\0&2-2&0\\1&1&1-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1&1\\0&0&0\\1&1&-1\end{pmatrix}$$

$$(A-2I)X=0\Rightarrow\begin{pmatrix}-1&1&1\\0&0&0\\1&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}-x+y+z=0\\0=0\\x+y-z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y+z=x\\0=0\\x+y-z=0\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow y+z+y-z=0\Rightarrow 2y=0\Rightarrow\boxed{y=0}\Rightarrow\begin{cases}\boxed{x=0+z=z}\\x+0-z=0\Rightarrow\boxed{x=z}\end{cases}\Rightarrow\boxed{X=\begin{pmatrix}z\\0\\z\end{pmatrix}}$$

b) Despejamos M de la ecuación matricial.

$$M(B+I)=2I\Rightarrow M=2I(B+I)^{-1}=2(B+I)^{-1}$$

Comprobamos que la matriz $B+I$ tiene inversa y la calculamos.

$$B+I=\begin{pmatrix}4&6\\-3&-5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&6\\-3&-4\end{pmatrix}$$

$$|B+I|=\begin{vmatrix}5&6\\-3&-4\end{vmatrix}=-20+18=-2\neq 0\rightarrow \text{Existe la inversa}$$

$$(B+I)^{-1}=\frac{Adj\left((B+I)^T\right)}{|B+I|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}5 & -3\\ 6 & -4\end{pmatrix}}{-2}=\frac{-1}{2}\begin{pmatrix}-4 & -6\\ 3 & 5\end{pmatrix}$$

Sustituimos en la ecuación matricial y determinamos la expresión de la matriz M.

$$M=2(B+I)^{-1}=2\frac{-1}{2}\begin{pmatrix}-4 & -6\\ 3 & 5\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}-4 & -6\\ 3 & 5\end{pmatrix}=\boxed{\begin{pmatrix}4 & 6\\ -3 & -5\end{pmatrix}=M}$$

Problema 2. Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Se pide:

(a) **(0.75 puntos)** Calcula, en caso de que sea posible, las dimensiones de una matriz D tal que se pueda realizar el producto $A \cdot D \cdot B$.

(b) **(0.5 puntos)** Estudia si puede existir una matriz M tal que $M \cdot A = B$.

(c) **(1.25 puntos)** Estudia si existe $(B \cdot A)^{-1}$ y calcúlala en caso de que sea posible.

a) La matriz D es de dimensiones $m \times n$.

$$\begin{array}{ccccc} A & \cdot & D & \cdot & B & = \\ 3\times\boxed{2\cdot m}\times\boxed{n\cdot 2}\times 3 \to 3\times 3 \end{array}$$

Para que sea posible el producto A · D debe ser $m = 2$. Número de columnas de A (2) debe ser igual al número de filas de D (m).
Para que sea posible el producto D · B debe ser $n = 2$. Número de columnas de D (n) debe ser igual al número de filas de B (2).

La matriz M debe ser de dimensiones 2×2

b) La matriz M tiene dimensiones $m \times n$.

$$\begin{array}{c} M \cdot A = B \\ m\times\boxed{n\cdot 3}\times 2 \to m\times 2 \end{array}$$

Para que sea posible el producto M · A debe ser $n = 3$. El resultado del producto tiene dimensiones $m\times 2$. Como la matriz B es de dimensiones 2×3 no es posible la igualdad al tener la matriz B 3 columnas y el resultado del producto tiene 2 columnas.

c) Para que exista la inversa su determinante debe ser no nulo.

$$B\cdot A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2-1+0 & 1+1+2 \\ -2+0+0 & -1+0+2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|B\cdot A|=\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}=1+8=9\neq 0$$

Como el determinante es distinto de cero existe la inversa de la matriz B · A. La calculamos.

$$(B\cdot A)^{-1}=\frac{Adj\left((B\cdot A)^T\right)}{|B\cdot A|}=\frac{Adj\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}}{9}=\boxed{\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/9 & -4/9 \\ 2/9 & 1/9 \end{pmatrix}}$$

Problema 3. Dadas las funciones $f(x) = -x^2$ y $g(x) = x^2 + x - 1$ se pide:

(a) **(1.25 puntos)** Calcula los puntos de corte de ambas curvas y dibuja el recinto limitado por ambas funciones

(b) **(1.25 puntos)** Calcula el área de dicho recinto.

a) Hallamos los puntos de corte de ambas gráficas.

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = -x^2 \\ g(x) = x^2 + x - 1 \\ f(x) = g(x) \end{array}\right\} \Rightarrow -x^2 = x^2 + x - 1 \Rightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow$$

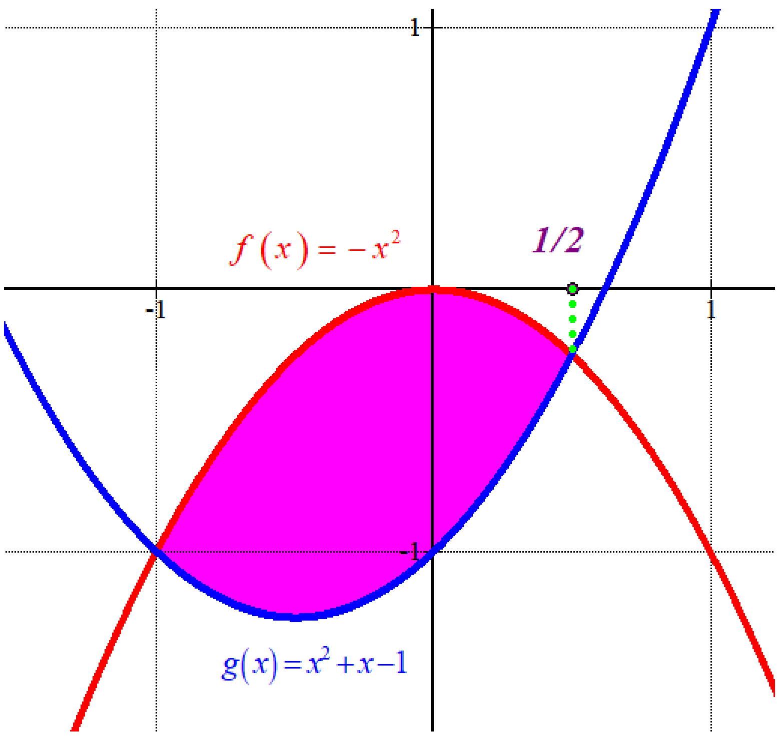
$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(2)(-1)}}{4} = \frac{-1 \pm 3}{4} = \begin{cases} \dfrac{-1+3}{4} = \dfrac{1}{2} = x \\ \dfrac{-1-3}{4} = -1 = x \end{cases}$$

Hacemos una tabla de valores de cada parábola y dibujamos el recinto limitado por ellas.

x	$f(x) = -x^2$
-1	-1
0	0
$1/2$	-0.25
1	-1

x	$g(x) = x^2 + x - 1$
-1	-1
0	-1
$1/2$	-0.25
1	1

$x \in (-1, 0.5) \to f(x) > g(x)$



b) Hallamos el área del recinto como el valor de la integral definida entre –1 y 0.5 de la diferencia de las dos funciones ($f(x) - g(x)$).

$$Área = \int_{-1}^{0.5} -x^2 - (x^2 + x - 1)\,dx = \int_{-1}^{0.5} -x^2 - x^2 - x + 1dx =$$

$$= \int_{-1}^{0.5} -2x^2 - x + 1dx = \left[-2\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x\right]_{-1}^{0.5} =$$

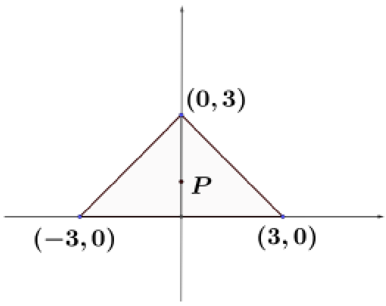
$$=\left[-2\frac{0.5^3}{3}-\frac{0.5^2}{2}+0.5\right]-\left[-2\frac{\left(-1\right)^3}{3}-\frac{\left(-1\right)^2}{2}-1\right]=$$

$$=-\frac{0.25}{3}-\frac{0.25}{2}+0.5-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}+1=\boxed{\frac{9}{8}=1.125u^2}$$

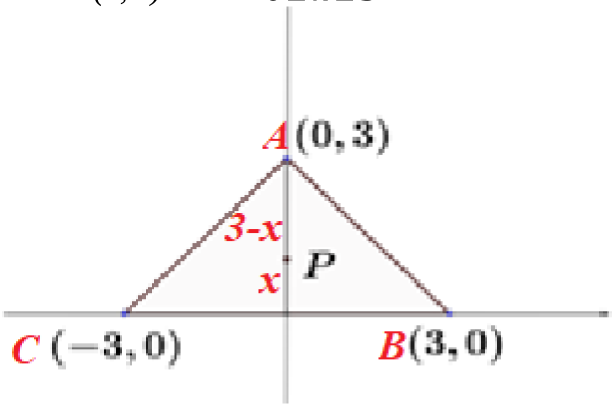
El área del recinto es 1.125 unidades cuadradas.

Problema 4. (2.5 puntos)

Calcula las coordenadas del punto P interior al triángulo y situado sobre la altura, tal que la suma de las distancias de P a los tres vértices sea mínima.



Las coordenadas del punto P son *(0, x)* siendo $0 \leq x \leq 3$.



Distancia de P al punto A(0, 3) → *d(P,A) = 3 – x*

Distancia de P al punto B(3, 0):

$$\left.\begin{array}{l} P(0,x) \\ B(3,0) \end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{PB} = (3,0)-(0,x) = (3,-x)$$

$$d(P,B) = \left|\overrightarrow{PB}\right| = \sqrt{3^2+(-x)^2} = \sqrt{9+x^2}$$

Distancia de P al punto C(–3, 0):

$$\left.\begin{array}{l} P(0,x) \\ C(-3,0) \end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{PC} = (-3,0)-(0,x) = (-3,-x)$$

$$d(P,C) = \left|\overrightarrow{PC}\right| = \sqrt{(-3)^2+(-x)^2} = \sqrt{9+x^2}$$

La suma de las tres distancias es $d(x) = 3-x+\sqrt{9+x^2}+\sqrt{9+x^2} = 3-x+2\sqrt{9+x^2}$

Hallamos los puntos críticos de esta función.

$$d(x) = 3-x+2\sqrt{9+x^2} \Rightarrow d'(x) = -1+2\frac{2x}{2\sqrt{9+x^2}} = -1+\frac{2x}{\sqrt{9+x^2}}$$

$$\left.\begin{array}{l} d'(x) = -1+\dfrac{2x}{\sqrt{9+x^2}} \\ d'(x)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow -1+\frac{2x}{\sqrt{9+x^2}}=0 \Rightarrow \frac{2x}{\sqrt{9+x^2}}=1 \Rightarrow 2x=\sqrt{9+x^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2x)^2=\left(\sqrt{9+x^2}\right)^2 \Rightarrow 4x^2=9+x^2 \Rightarrow 3x^2=9 \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow \{x\in[0,3]\} \Rightarrow \boxed{x=\sqrt{3}}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes y después de este valor.

- En el intervalo $\left(0,\sqrt{3}\right)$ tomamos $x = 1$ y la derivada vale $d'(1)=-1+\dfrac{2}{\sqrt{9+1^2}}=-0.36<0$. La función decrece en $\left(0,\sqrt{3}\right)$
- En el intervalo $\left(\sqrt{3},3\right)$ tomamos $x = 2$ y la derivada vale $d'(2)=-1+\dfrac{4}{\sqrt{9+2^2}}=0.11>0$. La función crece en $\left(\sqrt{3},3\right)$

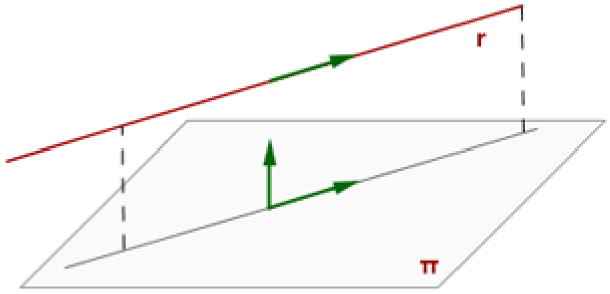
Como la función decrece antes del valor y crece después podemos afirmar que la función presenta un mínimo en $x=\sqrt{3}$.

El punto P tal que la suma de las distancias de P a los tres vértices sea mínima es $P\left(0,\sqrt{3}\right)$

Problema 5. Dada la recta $r \equiv \begin{cases} x = 2+\lambda \\ y = -1-\lambda \\ z = 1 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv ax + 2y + (a-3)z = 4$,

(a) **(1.25 puntos)** Calcula *a* para que *r* y π sean paralelos y en ese caso, calcula distancia de *r* a π.
(b) **(1.25 puntos)** Para *a = 1*, calcula el plano π´ que contiene a *r* y es perpendicular a π.

a) Para que *r* y π sean paralelos el vector normal del plano y el vector director de la recta deben ser perpendiculares, es decir, su producto escalar debe ser 0.



$$r \equiv \begin{cases} x = 2+\lambda \\ y = -1-\lambda \Rightarrow \overrightarrow{v_r} = (1,-1,0) \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\pi \equiv ax + 2y + (a-3)z = 4 \Rightarrow \vec{n} = (a, 2, a-3)$$

$$\overrightarrow{v_r} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow (1,-1,0)(a,2,a-3) = 0 \Rightarrow a-2=0 \Rightarrow \boxed{a=2}$$

Recta y plano son paralelos o secantes cuando *a = 2*.
Comprobamos que la recta no está contenida en el plano viendo que el punto P(2,–1,1) perteneciente a la recta no está en el plano.

$$a = 2 \Rightarrow \pi \equiv 2x + 2y - z = 4$$

$$¿P(2,-1,1) \in \pi? \Rightarrow ¿2\cdot 2 + 2(-1) - 1 = 4? \Rightarrow ¿1 = 4? \text{ ¡No se cumple!}$$

Recta y plano son paralelos para *a = 2*.

Para *a = 2* hallamos la distancia de la recta al plano como la distancia de un punto cualquiera de la recta al plano.

$$\left. \begin{array}{l} r \equiv \begin{cases} x = 2+\lambda \\ y = -1-\lambda \Rightarrow P_r(2,-1,1) \\ z = 1 \end{cases} \\ \pi \equiv 2x + 2y - z - 4 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow d(r,\pi) = d(P_r,\pi) = \frac{|2\cdot 2 + 2(-1) - 1 - 4|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{|-3|}{3} = \boxed{1}$$

La distancia de la recta al plano es 1 unidad.

b) Para $a = 1$ la recta r y el plano no son paralelos son secantes.
El plano π´ que contiene a r y es perpendicular a π pasa por el punto $P_r(2,-1,1)$ de la recta r y tiene como vectores directores el vector director de la recta (la contiene) y el vector normal del plano π (es perpendicular a π).

$$\pi \equiv x+2y-2z=4 \Rightarrow \vec{n}=(1,2,-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{u}=\vec{n}=(1,2,-2) \\ \vec{v}=\overrightarrow{v_r}=(1,-1,0) \\ P_r(2,-1,1)\in\pi´ \end{array}\right\} \Rightarrow \pi´\equiv \begin{vmatrix} x-2 & y+1 & z-1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2(y+1)-(z-1)-2(z-1)-2(x-2)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2y-2-z+1-2z+2-2x+4=0 \Rightarrow \boxed{\pi´\equiv -2x-2y-3z+5=0}$$

Problema 6. Dados los puntos A = (1, 0, 0) y B = (–1, 4, –4),

(a) **(1.5 puntos)** Calcula el plano π que hace que A y B sean simétricos
(b) **(0.5 puntos)** Calcula la distancia de A a π
(c) **(0.5 puntos)** Calcula una ecuación continua de la recta que pasa por A y B

a) Este plano debe pasar por el punto medio del segmento AB y su vector normal es el vector $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB} = (-1,4,-4)-(1,0,0) = (-2,4,-4)$$

$$PM_{AB} = \frac{(-1,4,-4)+(1,0,0)}{2} = (0,2,-2)$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{n} = \overrightarrow{AB} = (-2,4,-4) \\ PM_{AB}(0,2,-2) \in \pi \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \pi : -2x+4y-4z+D=0 \\ PM_{AB}(0,2,-2) \in \pi \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2\cdot 0 + 4\cdot 2 - 4(-2) + D = 0 \Rightarrow D = -16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi : -2x+4y-4z-16=0 \Rightarrow \boxed{\pi : x-2y+2z+8=0}$$

b) La distancia del punto A al plano hallado es la mitad de la distancia entre los puntos A y B.

$$\overrightarrow{AB} = (-2,4,-4) \Rightarrow d(A,B) = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(-2)^2+4^2+(-4)^2} = \sqrt{36} = 6$$

$$\boxed{d(A,\pi) = \frac{d(A,B)}{2} = \frac{6}{2} = 3 unidades}$$

c) La recta *s* que pasa por A y B tiene como vector director $\overrightarrow{AB}$ y contiene el punto A(1, 0, 0).

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{u_s} = \overrightarrow{AB} = (-2,4,-4) \\ A(1,0,0) \in s \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{s \equiv \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-4}}$$

Problema 7. Una compañía tiene tres centrales en Europa en la que se fabrica el mismo producto. El 60% de las unidades de dicho producto se fabrica en España, el 25% en Francia y el resto en Portugal. Se observa que de las unidades fabricadas tienen algún defecto el 1% de los fabricados en España, el 0.5% de los fabricados en Francia y el 2% de los fabricados en Portugal. El departamento de control de calidad central toma una de las unidades fabricadas al azar.

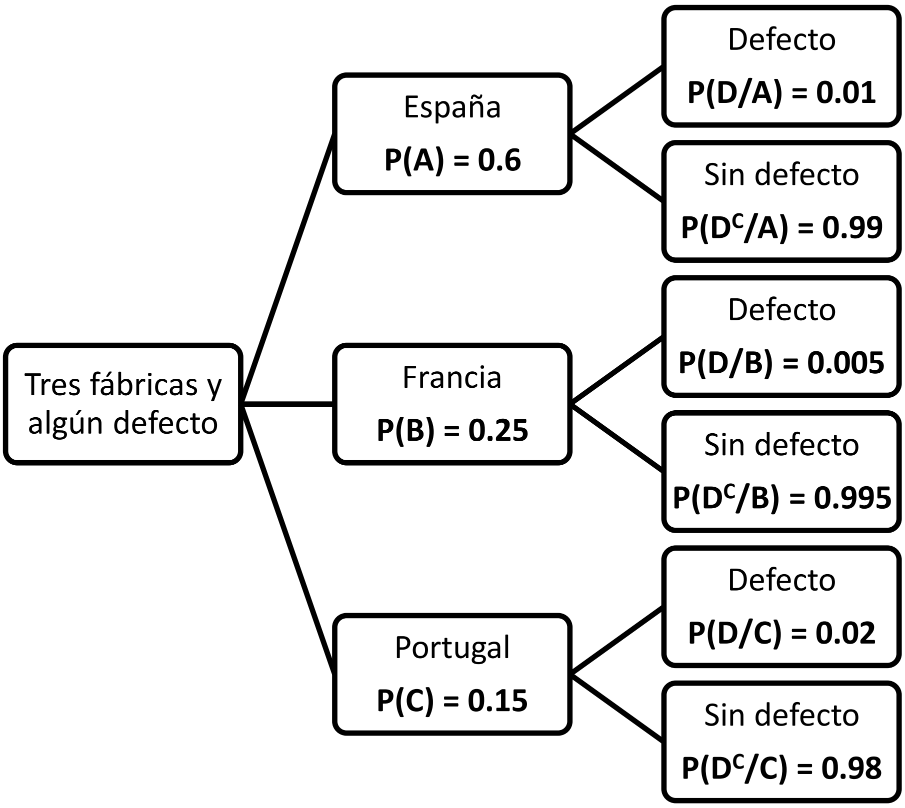
(a) **(1.25 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que la unidad seleccionada tenga algún defecto?

(b) **(1.25 puntos)** Si la unidad seleccionada es defectuosa ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada en Portugal?

Llamamos A = "el producto procede de España", B = "el producto procede de Francia", C = "el producto procede de Portugal", D = "El producto tiene algún defecto",

Las probabilidades son P(A) = 0.60, P(B) = 0.25, P(C) = 0.15.
P(D/A) = 0.01, P(D/B) = 0.005, P(D/C) = 0.02

Realizamos un diagrama de árbol.



a) Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(D)=P(A)P(D/A)+P(B)P(D/B)+P(C)P(D/C)=$$

$$=0.6\cdot 0.01+0.25\cdot 0.005+0.15\cdot 0.02=\boxed{0.01025}$$

b) Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(C/D)=\frac{P(C\cap D)}{P(D)}=\frac{P(C)P(D/C)}{P(D)}=\frac{0.15\cdot 0.02}{0.01025}=\boxed{\frac{12}{41}\simeq 0.2927}$$

Problema 8. En un examen de acceso a Médico Interno Residente se realiza un test y se supera la prueba si se obtiene al menos 75 puntos. Suponiendo que las puntuaciones de los candidatos sigue una distribución normal de media 70 y desviación típica 10, calcule:
(a) **(1.25 puntos)** La probabilidad de que la calificación de una persona esté en el intervalo [75, 85].
(b) **(1.25 puntos)** Tras resolver las reclamaciones realizadas por los candidatos se observa que la desviación típica se mantiene, pero la probabilidad de obtener más de 90 puntos es 0.05. Decide si la media de calificaciones ha aumentado, ha disminuido o se ha mantenido.

Sea X = Puntuación de los candidatos
X = N(70, 10).

a) Nos piden $P(75 \le X \le 85)$.

$$P(75 \le X \le 85) = P(X \le 85) - P(X \le 75) = \{Tipificamos\} =$$

$$= P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{85-70}{10}\right) - P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{75-70}{10}\right) = P(Z \le 1.5) - P(Z \le 0.5) =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en los datos} \\ F(0.5) = 0.6915 \\ F(1.5) = 0.9332 \end{array} \right\} = 0.9332 - 0.6915 = \boxed{0.2417}$$

b) Tenemos X = N(μ, 10)

Sabemos que $P(X \ge 90) = 0.05$, por lo que $P(X \le 90) = 1 - 0.05 = 0.95$.

$$P(X \le 90) = \{Tipificamos\} = P\left(Z \le \frac{90-\mu}{10}\right) = 0.95 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en los datos} \\ F(1.645) = 0.95 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{90-\mu}{10} = 1.645 \Rightarrow 90 - \mu = 16.45 \Rightarrow 90 - 16.45 = \mu \Rightarrow \boxed{\mu = 73.55}$$

El nuevo valor de la media es 73.55 que es mayor que la media inicial de 70 puntos. La media ha aumentado.