

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Serie 1

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2,5 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

1. Calcule los coeficientes a , b , c y d de la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ si se sabe que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de inflexión $(1, 0)$ es $y = -3x + 3$ y que la función tiene un extremo relativo en el punto de la gráfica de abscisa $x = 0$.

[2,5 puntos]

Espai per al corrector/a

Qüestió 1

2. Considere las dos matrices siguientes:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcule las matrices $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ y $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$.

[1,5 puntos]

b) Sean C y D dos matrices cuadradas del mismo orden que satisfacen $C \cdot D = C$ y $D \cdot C = D$. Compruebe que las dos matrices, C y D , son idempotentes.

[1 punto]

NOTA: Una matriz cuadrada se llama *idempotente* si coincide con su cuadrado.

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	a	
	b	
	Total	

3. Sea $f'(x) = \begin{cases} x-1, & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{1}{x-1}, & \text{si } x > 2 \end{cases}$ la función derivada de una función derivable $f(x)$ que pasa

por el punto $A = (0, 3)$.

a) Calcule la función $f(x)$.

[1,5 puntos]

- b)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la función $f'(x)$ en el punto de abscisa $x = 3$.
[1 punto]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

4. Sea el siguiente sistema de ecuaciones lineales, que depende del parámetro real λ :

$$\begin{cases} x + 2\lambda y + (2 + \lambda)z = 0 \\ (2 + \lambda)x + y + 2\lambda z = 3 \\ 2\lambda x + (2 + \lambda)y + z = -3 \end{cases}$$

a) Discuta el sistema para los distintos valores del parámetro λ .
[1,25 puntos]

- b)** Para el caso $\lambda = -1$, resuelva el sistema, interprételo geoméricamente e identifique su soluci3n.
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

5. Núria tiene un jardín rectangular y quiere poner un cerco (rectangular o cuadrado) de 8 m^2 para su perro. Piensa colocar el cerco pegado al muro del jardín, tal como se muestra en la figura de la derecha, para así ahorrarse uno de los cuatro lados. El precio de la valla que quiere usar es de $2,5 \text{ €/m}$.



- a) ¿Qué dimensiones debe tener el cerco para que el coste sea mínimo? ¿Cuál es este coste mínimo?
[1,75 puntos]

- b)** Si mantiene la forma rectangular o cuadrada del cerco y hace que uno de los vértices del jardín coincida con un vértice del cerco, ¿cuántos euros puede ahorrarse? Razone cómo pondría el cerco y justifique con cálculos matemáticos las dimensiones de su propuesta.
[0,75 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

6. Sean los planos π_1 y π_2 , determinados respectivamente por las ecuaciones $\pi_1: x + y = 3$ y $\pi_2: x - z = -2$.
- a)** Encuentre la ecuación general ($Ax + By + Cz + D = 0$) del plano π_3 , que es perpendicular a π_1 y π_2 , y que pasa por el punto $P = (4, 1, 2)$.
[0,75 puntos]

- b)** Sea r la recta de intersección de π_1 y π_2 . Calcule la ecuación vectorial de la recta r .
[0,75 puntos]

c) Calcule el punto Q de la recta r que está más cerca del punto P .

[1 punto]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut
d'Estudis
Catalans

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Serie 5

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2,5 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

1. Considere las funciones $f(x) = -x^2 + x + 6$ y $g(x) = -9x + 3x^2$.

a) Calcule el área de la región delimitada por las dos funciones.

[1,25 puntos]

b) Encuentre la ecuación de la recta tangente a la función $f(x)$ en el punto $(-2, 0)$. Represente esta recta tangente y las funciones $f(x)$ y $g(x)$ en unos mismos ejes de coordenadas.

[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

2. Considere el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{aligned} x - y + kz &= -1 \\ x + ky + z &= 3 \\ 2x + (k-1)y + 2z &= 2 \end{aligned} \right\},$$

donde k es un parámetro real.

a) Discuta el sistema en función del valor de k .

[1,5 puntos]

b) Resuelva el sistema para $k = 0$ y para $k = 1$.
[1 punto]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

3. Considere las rectas en el espacio $r: x = -y = z + m$ y $s: \left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ x - z = 0 \end{array} \right\}$, donde m es un parámetro real.

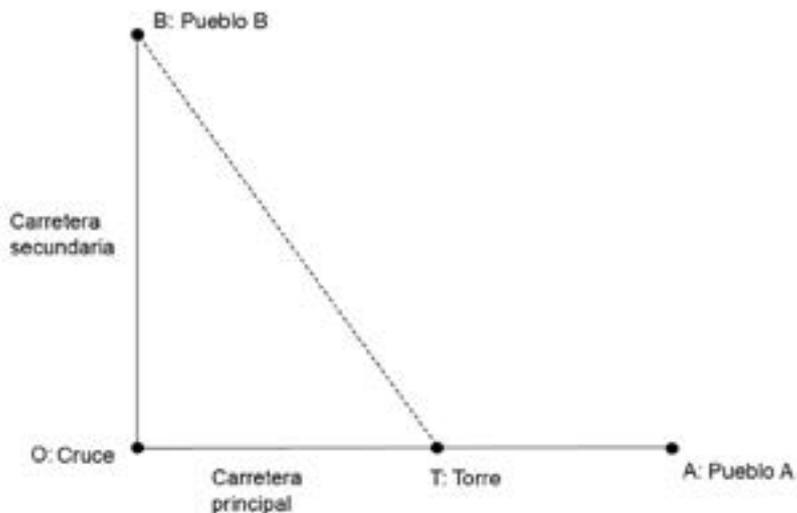
a) Estudie la posición relativa para los distintos valores del parámetro m .
[1,25 puntos]

- b)** Calcule m para que la distancia entre las rectas r y s sea de $\sqrt{2}$ unidades.
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	a	
	b	
	Total	

4. En una carretera principal se encuentra el pueblo A. A 12 km del pueblo A, hay un cruce O con una carretera secundaria que corta perpendicularmente la carretera principal. A 9 km del cruce, en la carretera secundaria, se encuentra el pueblo B. Se quiere construir una torre de comunicaciones T en un punto de la carretera principal situado entre el pueblo A y el cruce O. Esta torre debe estar conectada con cada uno de los dos pueblos en línea recta por cable. Se sabe que instalar el cable entre la torre T y el pueblo B tiene un precio de 250 €/km y, en cambio, instalar el cable entre la torre T y el pueblo A tiene un precio de 125 €/km. Determine a qué distancia del cruce O en la carretera principal hay que situar la torre T para que el precio del cableado sea mínimo y cuál será el valor de este precio mínimo.

[2,5 puntos]



Espai per al corrector/a

Qüestió 4

5. Considere la familia S de matrices de la forma $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$, donde $a, b \in \mathbb{R}$.

a) Calcule $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$.

[1,25 puntos]

- b)** Encuentre todas las matrices de la familia \mathcal{S} , es decir, de la forma $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$, que verifiquen la igualdad $A^2 = I$, donde I es la matriz identidad de orden 2.
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	a	
	b	
	Total	

6. Sea la función $f(x) = \frac{ax^2 + x + b}{x^2 + 1}$.

a) Calcule los valores de los parámetros a y b si se sabe que la gráfica de la función f tiene un extremo relativo en $x = -1$ y pasa por el punto $P = \left(-2, \frac{13}{5}\right)$.
[1,25 puntos]

- b)** Para el caso $a = b$, calcule y clasifique los extremos relativos de la función.
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut
d'Estudis
Catalans