



COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: JUNY 2017	CONVOCATORIA: JUNIO 2017
Assignatura: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II	Asignatura: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción. Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.	

OPCIÓN A

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Problema 1. Una empresa produce dos tipos de cerveza artesanal, A y B. La demanda mínima de cerveza tipo A es de 200 litros diarios. La producción de cerveza tipo B es al menos el doble que la de tipo A. La infraestructura de la empresa no permite producir en total más de 900 litros diarios de cerveza. Los beneficios que obtiene por litro de A y B son 2 y 2,5 euros, respectivamente. ¿Cuántos litros diarios se han de producir de cada tipo para maximizar el beneficio? ¿Cuál es dicho beneficio máximo?

Problema 2. Dada la función $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$, se pide:

- Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Máximos y mínimos locales.
- Representación gráfica.
- A partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores, razona en qué puntos la función $g(x) = (x-2)^3 - 2(x-2)^2 + x - 2$ tiene un máximo y un mínimo local.

Problema 3. Imagina cinco sillas alineadas 1, 2, 3, 4, 5 y que un individuo está sentado inicialmente en la silla central (número 3). Se lanza una moneda al aire y, si el resultado es cara, se desplaza a la silla situada a su derecha, mientras que si el resultado es cruz, se desplaza a la situada a su izquierda. Se realizan sucesivos lanzamientos (y los cambios de silla consecutivos correspondientes) teniendo en cuenta que si tras alguno de ellos llega a sentarse en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5), permanecerá sentado en ella con independencia de los resultados de los lanzamientos posteriores. Se pide:

- Dibujar el diagrama de árbol para cuatro lanzamientos de moneda.
- La probabilidad de que tras los **tres** primeros lanzamientos esté sentado de nuevo en la silla central (3).
- La probabilidad de que tras los **tres** primeros lanzamientos esté sentado en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5).
- La probabilidad de que tras los **cuatro** primeros lanzamientos esté sentado en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5).

OPCIÓN B

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Problema 1. Determina las matrices X e Y que satisfacen las relaciones siguientes:

$$X + 2Y = A^t + B$$

$$X - Y = AB$$

donde A^t representa la matriz traspuesta de A y las matrices A y B son

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Problema 2. Un analista pronostica que el beneficio $B(x)$ en miles de euros de cierto fondo de inversión, donde x representa la cantidad invertida en miles de euros, viene dado por la siguiente expresión:

$$B(x) = \begin{cases} -0,01x^2 + 0,09x + 0,1 & 0 < x \leq 8 \\ 1,26\frac{x}{x^2 - 1} + 0,02 & x > 8 \end{cases} -$$

- Estudia la continuidad de $B(x)$.
- Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- ¿Qué capital, en euros, conviene invertir en este fondo para maximizar el beneficio? ¿Cuál será dicho beneficio máximo?
- Si se invierte un capital muy elevado, ¿cuál sería como mínimo su beneficio? ¿Por qué?

Problema 3. Una compañía de transporte interurbano cubre el desplazamiento a tres municipios distintos. El 35% de los recorridos diarios realizados por los autobuses de esta compañía corresponden al destino 1, el 20% al destino 2 y el 45% al destino 3. Se sabe que la probabilidad de que, diariamente, un recorrido de autobús sufra un retraso es del 2%, 5% y 3% para cada uno de los destinos 1, 2 y 3, respectivamente.

- ¿Qué porcentaje de los recorridos diarios de esta compañía llegan con puntualidad a su destino?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un recorrido seleccionado al azar corresponda al destino 2 y haya experimentado un retraso?
- Si seleccionamos un recorrido al azar y resulta que sufrió un retraso, ¿cuál era el destino más probable de dicho recorrido?

OPCIÓN A

Problema 1. Una empresa produce dos tipos de cerveza artesanal, A y B. La demanda mínima de cerveza tipo A es de 200 litros diarios. La producción de cerveza tipo B es al menos el doble que la de tipo A. La infraestructura de la empresa no permite producir en total más de 900 litros diarios de cerveza. Los beneficios que obtiene por litro de A y B son 2 y 2,5 euros, respectivamente. ¿Cuántos litros diarios se han de producir de cada tipo para maximizar el beneficio? ¿Cuál es dicho beneficio máximo?

Llamamos x = litros diarios de cerveza del tipo A e y = litros diarios de cerveza del tipo B.
 Los datos del problema proporcionan las siguientes restricciones:

“La demanda mínima de cerveza tipo A es de 200 litros diarios” $\rightarrow x \geq 200$

“La producción de cerveza tipo B es al menos el doble que la de tipo A” $\rightarrow y \geq 2x$

“La infraestructura de la empresa no permite producir en total más de 900 litros diarios de cerveza” $\rightarrow x + y \leq 900$

Como las variables x e y representan litros deben ser mayores o iguales a cero $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$

El beneficio viene dado por la función: $B(x, y) = 2x + 2.5y$

El problema a resolver es:

$$\text{Maximizar } B(x, y) = 2x + 2.5y \text{ sometido a las restricciones } \left. \begin{array}{l} x \geq 200 \\ y \geq 2x \\ x + y \leq 900 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$x = 200$

$x = 200$	y
200	0
200	100
200	800

$y = 2x$

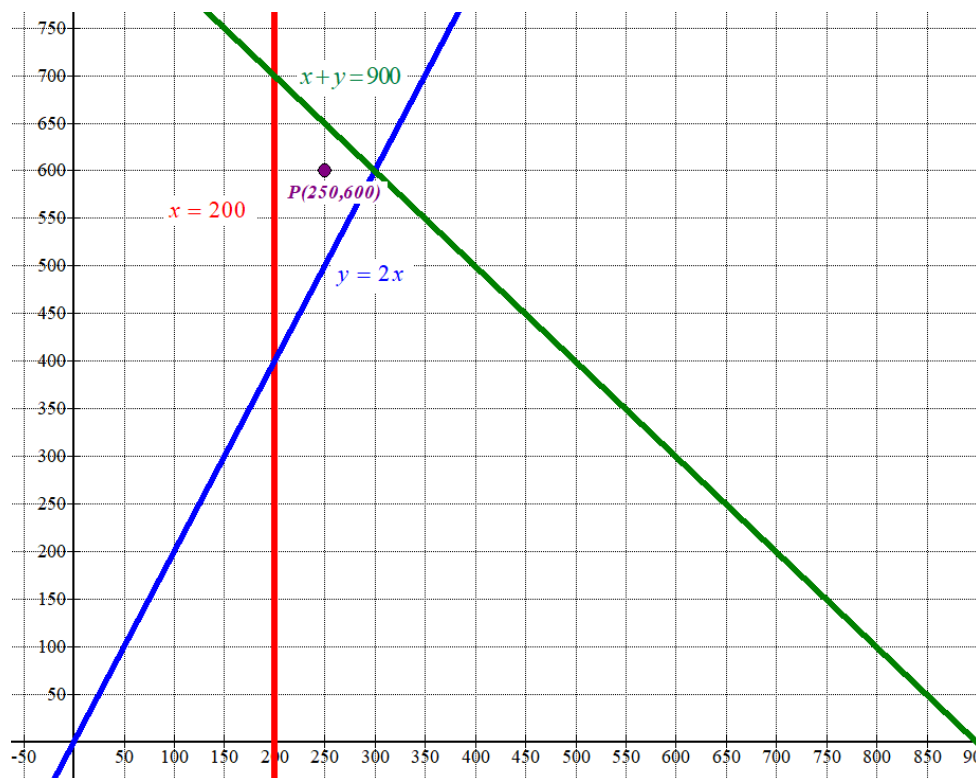
x	$y = 2x$
0	0
300	600
400	800

$x + y = 900$

x	$y = 900 - x$
0	900
300	600
900	0

$x \geq 0; y \geq 0$

Primer
cuadrante

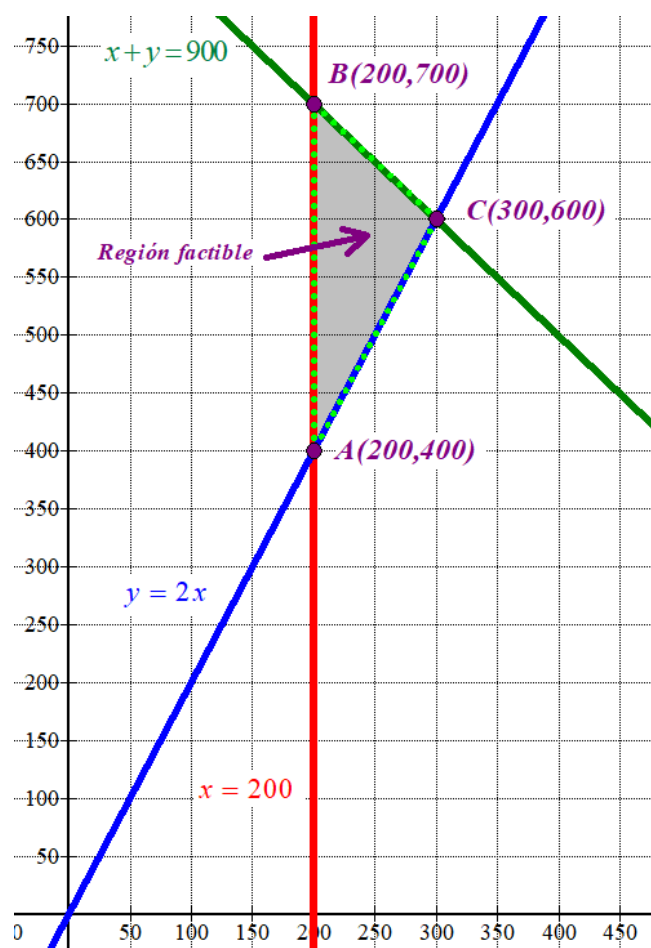


Como las restricciones son $\left. \begin{array}{l} x \geq 200 \\ y \geq 2x \\ x + y \leq 900 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante

situada a la derecha de la recta vertical, por encima de la recta azul y por debajo de la recta verde. Comprobamos que el punto $P(250, 600)$ perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 250 \geq 200 \\ 600 \geq 2 \cdot 250 \\ 250 + 600 \leq 900 \\ 250 \geq 0; 600 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas! }$$

Coloreamos la región factible en el siguiente dibujo.



Valoramos la función beneficio $B(x, y) = 2x + 2.5y$ en cada uno de los vértices en busca del valor máximo.

$$A(200, 400) \rightarrow B(200, 400) = 2 \cdot 200 + 2.5 \cdot 400 = 1400$$

$$B(200, 700) \rightarrow B(200, 700) = 2 \cdot 200 + 2.5 \cdot 700 = 2150 \text{ ¡Máximo!}$$

$$C(300, 600) \rightarrow B(300, 600) = 2 \cdot 300 + 2.5 \cdot 600 = 2100$$

El máximo beneficio tiene un valor de 2150 € y se obtiene con la producción diaria de 200 litros de cerveza del tipo A y 700 litros del tipo B.

Problema 2. Dada la función $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$, se pide:

- Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Máximos y mínimos locales.
- Representación gráfica.
- A partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores, razona en qué puntos la función $g(x) = (x-2)^3 - 2(x-2)^2 + x - 2$ tiene un máximo y un mínimo local.

a) Al ser una función polinómica su dominio son todos los números reales.

Puntos de corte con el eje OX ($y = 0$)

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x^3 - 2x^2 + x \\ y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x^3 - 2x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 2x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow \end{cases}$$

$$\rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2} = 1$$

Los puntos de corte con el eje OX son A(0, 0) y B(1, 0).

Puntos de corte con el eje OY ($x = 0$)

$$f(0) = 0^3 - 2 \cdot 0^2 + 0 = 0$$

El punto de corte con el eje OY es A(0, 0).

b) La derivada de la función es $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$. Buscamos cuando se anula (puntos críticos).

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(3)(1)}}{2 \cdot 3} = \frac{4 \pm 2}{6} = \begin{cases} \frac{4+2}{6} = 1 \\ \frac{4-2}{6} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de estos dos valores.

- En el intervalo $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$ tomamos $x = 0$ y la derivada vale $f'(0) = 3 \cdot 0^2 - 4 \cdot 0 + 1 = 1 > 0$.

La función crece en $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$.

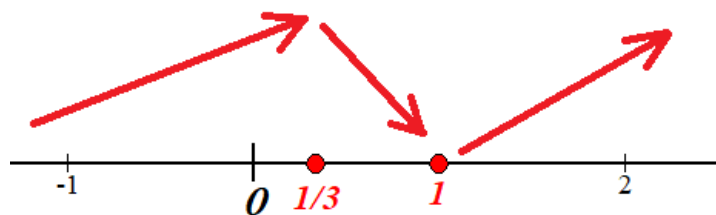
- En el intervalo $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ tomamos $x = 0.5$ y la derivada vale

$$f'(0.5) = 3 \cdot 0.5^2 - 4 \cdot 0.5 + 1 = -0.25 < 0. \text{ La función decrece en } \left(\frac{1}{3}, 1\right).$$

- En el intervalo $(1, +\infty)$ tomamos $x = 2$ y la derivada vale $f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 1 = 5 > 0$. La función crece en $(1, +\infty)$.

La función crece en $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$ y decrece en $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$.

- c) Con el estudio de los intervalos de crecimiento y decrecimiento realizado en el apartado anterior podemos decir que la función sigue el esquema siguiente.

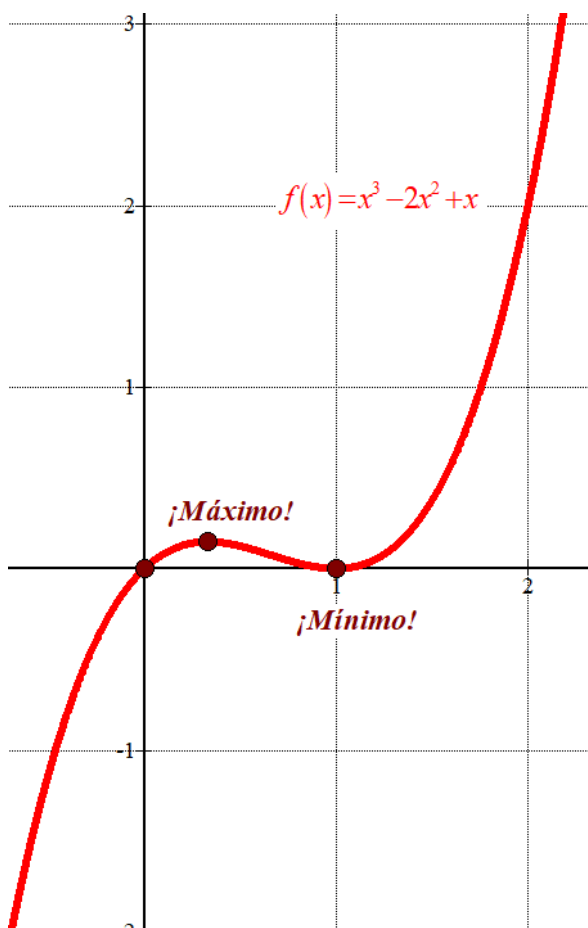


La función presenta un máximo relativo en $x = \frac{1}{3}$ y un mínimo relativo en $x = 1$.

Como $f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} = \frac{4}{27}$ y $f(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 1 = 0$ las coordenadas del máximo relativo son $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{27}\right)$ y las del mínimo relativo son $(1, 0)$.

- d) Determinamos una tabla de valores y representamos la gráfica de la función.

x	$f(x) = x^3 - 2x^2 + x$
0	0
$1/3$	$4/27$
$1/2$	$1/8$
1	0
2	2



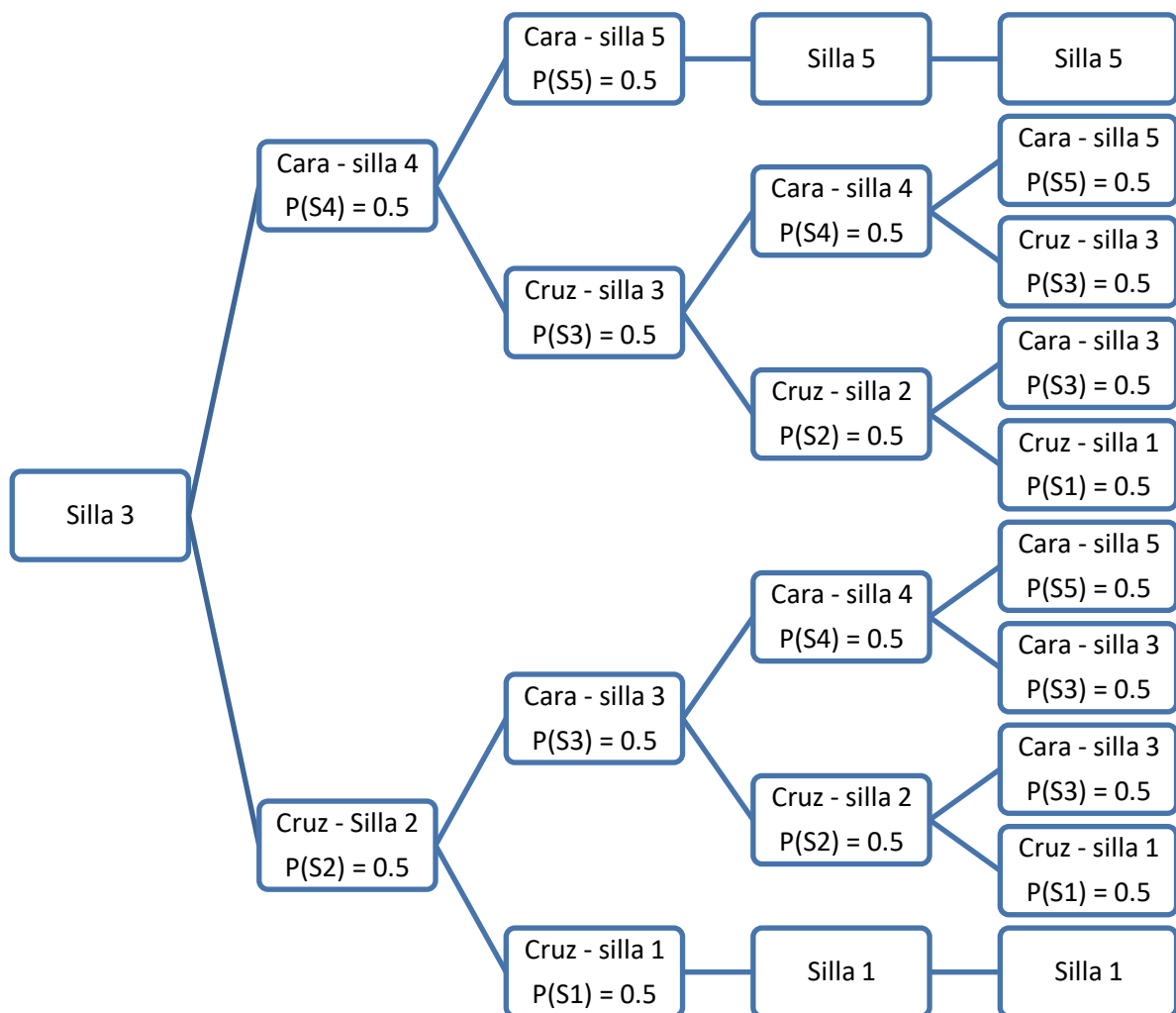
- e) La función $g(x) = (x-2)^3 - 2(x-2)^2 + x - 2$ tiene los mismos valores que la función $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$ pero desplazados dos unidades a la derecha. Es decir $g(x) = f(x-2)$.
 $g(2) = f(2-2) = f(0)$.

La función $f(x)$ tiene un máximo en $x = 1/3$ y un mínimo en $x = 1$. La función $g(x)$ tiene un máximo en $x = \frac{1}{3} + 2 = \frac{7}{3}$ y un mínimo en $x = 1 + 2 = 3$.

Problema 3. Imagina cinco sillas alineadas 1, 2, 3, 4, 5 y que un individuo está sentado inicialmente en la silla central (número 3). Se lanza una moneda al aire y, si el resultado es cara, se desplaza a la silla situada a su derecha, mientras que si el resultado es cruz, se desplaza a la situada a su izquierda. Se realizan sucesivos lanzamientos (y los cambios de silla consecutivos correspondientes) teniendo en cuenta que si tras alguno de ellos llega a sentarse en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5), permanecerá sentado en ella con independencia de los resultados de los lanzamientos posteriores. Se pide:

- Dibujar el diagrama de árbol para cuatro lanzamientos de moneda.
- La probabilidad de que tras los **tres** primeros lanzamientos esté sentado de nuevo en la silla central (3).
- La probabilidad de que tras los **tres** primeros lanzamientos esté sentado en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5).
- La probabilidad de que tras los **cuatro** primeros lanzamientos esté sentado en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5).

a)



- Observando el diagrama de árbol vemos que no es posible. Con tres lanzamientos o estás en la silla 1, 2, 4 o 5.
- Vemos que ocurre de dos formas distintas tras los dos primeros lanzamientos.

$$P(\text{Sentado extremos}) = P(S4)P(S5) + P(S2)P(S1) = 0.5 \cdot 0.5 + 0.5 \cdot 0.5 = 0.5$$

- d) Observando el diagrama de árbol vemos que puede pasar tras los dos primeros lanzamientos o tras los primeros cuatro lanzamientos.

$$\begin{aligned}P(\text{Sentado extremos}) &= P(S4)P(S5) + P(S2)P(S1) + P(S4)P(S3)P(S4)P(S5) + \\&+ P(S4)P(S3)P(S2)P(S1) + P(S2)P(S3)P(S4)P(S5) + P(S2)P(S3)P(S2)P(S1) = \\&= 2 \cdot 0.5 \cdot 0.5 + 4 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 0.5 = \frac{3}{4} = 0.75\end{aligned}$$

OPCIÓN B**Problema 1.** Determina las matrices X e Y que satisfacen las relaciones siguientes:

$$X + 2Y = A^t + B$$

$$X - Y = AB$$

donde A^t representa la matriz traspuesta de A y las matrices A y B son

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Resolvemos el sistema matricial.

$$\left. \begin{array}{l} X + 2Y = A^t + B \\ X - Y = AB \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} X + 2Y = A^t + B \\ X = Y + AB \end{array} \right\} \Rightarrow Y + AB + 2Y = A^t + B \Rightarrow 3Y = A^t + B - AB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y = \frac{1}{3}[A^t + B - AB] \Rightarrow X = \frac{1}{3}[A^t + B - AB] + AB = \frac{1}{3}[A^t + B] - \frac{1}{3}AB + AB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X = \frac{1}{3}[A^t + B] + \frac{2}{3}AB = \frac{1}{3}[A^t + B + 2AB]$$

Sustituimos las matrices y realizamos las operaciones indicadas para obtener X e Y .

$$A^t + B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 5 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4-2+12 & 2-4+4 & 0-2+0 \\ 8+3+0 & -4+6+0 & 0+3+0 \\ 4+0+6 & -2+0+2 & 0+0+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ 11 & 2 & 3 \\ 10 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{3}[A^t + B + 2AB] = \frac{1}{3} \left[\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 5 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ 11 & 2 & 3 \\ 10 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 15 & 4 & -3 \\ 21 & 9 & 7 \\ 27 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4/3 & -1 \\ 7 & 3 & 7/3 \\ 9 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$$

$$Y = \frac{1}{3}[A^t + B - AB] = \frac{1}{3} \left[\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 5 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ 11 & 2 & 3 \\ 10 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -3 & -2 & 3 \\ -12 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} -1 & -2/3 & 1 \\ -4 & 1 & -2/3 \\ -1 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$$

Problema 2. Un analista pronostica que el beneficio $B(x)$ en miles de euros de cierto fondo de inversión, donde x representa la cantidad invertida en miles de euros, viene dado por la siguiente expresión:

$$B(x) = \begin{cases} -0,01x^2 + 0,09x + 0,1 & 0 < x \leq 8 \\ 1,26 \frac{x}{x^2 - 1} + 0,02 & x > 8 \end{cases}.$$

- Estudia la continuidad de $B(x)$.
- Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- ¿Qué capital, en euros, conviene invertir en este fondo para maximizar el beneficio? ¿Cuál será dicho beneficio máximo?
- Si se invierte un capital muy elevado, ¿cuál sería como mínimo su beneficio? ¿Por qué?

a) La función en el intervalo $(0,8)$ es $B(x) = -0,01x^2 + 0,09x + 0,1$. Como es una función polinómica es continua.

La función en el intervalo $(8, +\infty)$ es $B(x) = 1,26 \frac{x}{x^2 - 1} + 0,02$. El denominador se anula en

$x = -1$ y $x = 1$, pero no están incluidos en el intervalo, por lo que la función es continua.

Estudiamos la continuidad en el cambio de definición: $x = 8$.

- Existe $B(8) = -0,01 \cdot 8^2 + 0,09 \cdot 8 + 0,1 = 0,18$.
- Existe $\lim_{x \rightarrow 8^-} B(x) = \lim_{x \rightarrow 8^-} -0,01x^2 + 0,09x + 0,1 = -0,01 \cdot 8^2 + 0,09 \cdot 8 + 0,1 = 0,18$
- Existe $\lim_{x \rightarrow 8^+} B(x) = \lim_{x \rightarrow 8^+} 1,26 \frac{x}{x^2 - 1} + 0,02 = 1,26 \frac{8}{8^2 - 1} + 0,02 = 0,18$
- Los tres valores son iguales: $B(8) = \lim_{x \rightarrow 8^-} B(x) = \lim_{x \rightarrow 8^+} B(x) = 0,18$.

La función es continua en $x = 8$.

La función es continua en su dominio de definición $(0, +\infty)$

b) Determinamos la derivada de la función.

$$B'(x) = \begin{cases} -0,02x + 0,09 & 0 < x < 8 \\ 1,26 \frac{1 \cdot (x^2 - 1) - x \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2} = 1,26 \frac{x^2 - 1 - 2x^2}{(x^2 - 1)^2} = 1,26 \frac{-x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2} & x > 8 \end{cases}$$

Igualamos a cero la derivada en busca de puntos críticos.

$$B'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -0,02x + 0,09 = 0 \rightarrow x = \frac{0,09}{0,02} = 4,5 & 0 < x < 8 \\ 1,26 \frac{-x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2} = 0 \rightarrow -x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow x = \sqrt{-1} = \text{No existe} & x > 8 \end{cases}$$

En el intervalo $(0,8)$ tenemos un punto crítico: $x = 4,5$, estudiamos el signo de la derivada antes y después de este valor.

- En el intervalo $(0, 4,5)$ tomamos $x = 1$ y la derivada vale

$$B'(1) = -0,02 \cdot 1 + 0,09 = 0,07 > 0. \text{ La función crece en } (0, 4,5).$$

- En el intervalo $(4,5, 8)$ tomamos $x = 6$ y la derivada vale

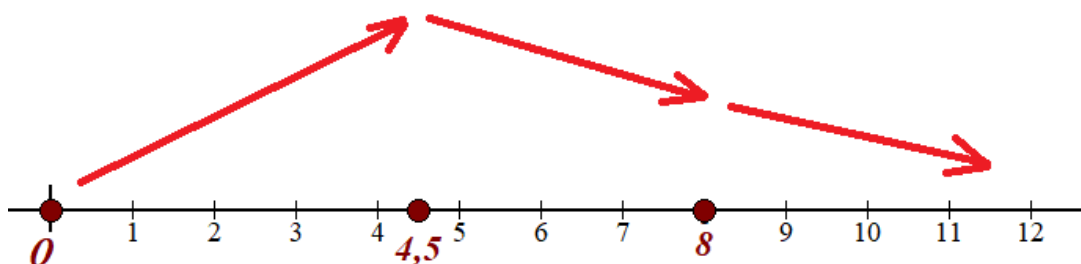
$$B'(6) = -0,02 \cdot 6 + 0,09 = -0,03 < 0. \text{ La función decrece en } (4,5, 8).$$

En el intervalo $(8, +\infty)$ la derivada es $B'(x) = 1,26 \frac{-x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2}$ que siempre es negativa, por lo que la función decrece.

$$\left. \begin{array}{l} x^2 > 0 \Rightarrow -x^2 < 0 \Rightarrow -x^2 - 1 < 0 \\ (x^2 - 1)^2 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow B'(x) = 1,26 \frac{-x^2 - 1}{(x^2 - 1)^2} < 0$$

Resumiendo: La función crece en $(0, 4,5)$ y decrece en $(4,5, +\infty)$.

c) Según el estudio del apartado anterior la función beneficio sigue el esquema siguiente.



La función tiene un máximo absoluto en $x = 4,5$.

Como $B(4,5) = -0,01 \cdot 4,5^2 + 0,09 \cdot 4,5 + 0,1 = 0,3025$ podemos afirmar que el máximo es el punto de coordenadas $(4,5, 0,3025)$.

Se obtiene un máximo beneficio de 302,5 € invirtiendo 4500 €.

d) Calculamos el límite del beneficio cuando la inversión se hace muy grande.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} B(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} 1,26 \frac{x}{x^2 - 1} + 0,02 = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1,26 \frac{x}{x^2} + 0,02 = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1,26 \frac{1}{x} + 0,02 = \\ &= 1,26 \frac{1}{\infty} + 0,02 = 1,26 \cdot 0 + 0,02 = 0,02 \end{aligned}$$

El beneficio va decreciendo conforme se invierte más dinero, pero nunca desciende por debajo de 20 €.

Problema 3. Una compañía de transporte interurbano cubre el desplazamiento a tres municipios distintos. El 35% de los recorridos diarios realizados por los autobuses de esta compañía corresponden al destino 1, el 20% al destino 2 y el 45% al destino 3. Se sabe que la probabilidad de que, diariamente, un recorrido de autobús sufra un retraso es del 2%, 5% y 3% para cada uno de los destinos 1, 2 y 3, respectivamente.

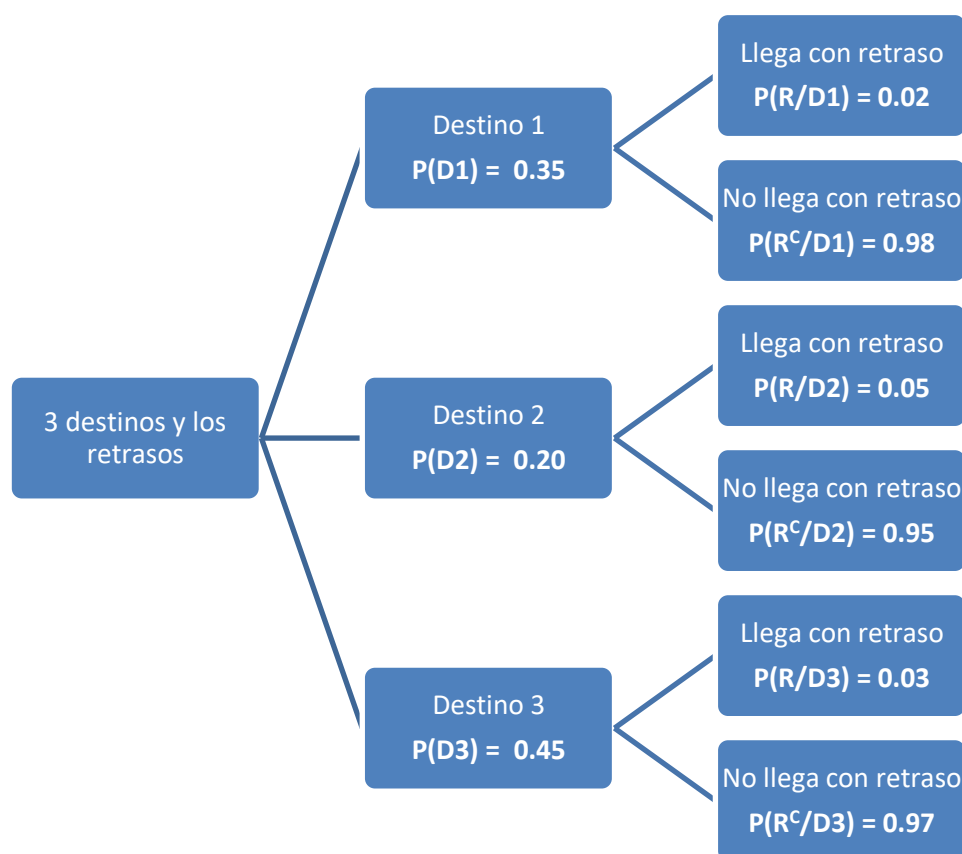
- ¿Qué porcentaje de los recorridos diarios de esta compañía llegan con puntualidad a su destino?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un recorrido seleccionado al azar corresponda al destino 2 y haya experimentado un retraso?
- Si seleccionamos un recorrido al azar y resulta que sufrió un retraso, ¿cuál era el destino más probable de dicho recorrido?

Consideramos los siguientes sucesos:

$D1$ = autobús al destino 1 $D2$ = autobús al destino 2 $D3$ = autobús al destino 3

R = el autobús sufre retraso R^c = el autobús no sufre retraso

Realizamos un diagrama de árbol de la elección al azar de un recorrido del autobús y la llegada con retraso o no.



- El porcentaje de recorridos que llegan con puntualidad estará entre el 95% del destino 2 y el 98% del destino 1. Hallamos con mayor exactitud este porcentaje realizando una media ponderada.

$$\frac{35 \cdot 98 + 20 \cdot 95 + 45 \cdot 97}{100} = 96.95$$

El porcentaje de los recorridos diarios de esta compañía que llegan con puntualidad a su destino es del 96.95%.

También se puede resolver aplicando el teorema de la probabilidad total.

$$P(R^c) = P(D1)P(R^c / D1) + P(D2)P(R^c / D2) + P(D3)P(R^c / D3) =$$

$$= 0.35 \cdot 0.98 + 0.20 \cdot 0.95 + 0.45 \cdot 0.97 = 0.9695$$

b) Nos piden calcular $P(D2 \cap R)$.

$$P(D2 \cap R) = P(D2)P(R / D2) = 0.20 \cdot 0.05 = 0.01$$

c) Calculamos $P(D1 / R)$; $P(D2 / R)$; $P(D3 / R)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(D1 / R) = \frac{P(D1 \cap R)}{P(R)} = \frac{P(D1)P(R / D1)}{1 - P(R^c)} = \frac{0.35 \cdot 0.02}{1 - 0.9695} = \frac{14}{61} \approx 0.2295$$

$$P(D2 / R) = \frac{P(D2 \cap R)}{P(R)} = \frac{P(D2)P(R / D2)}{1 - P(R^c)} = \frac{0.20 \cdot 0.05}{1 - 0.9695} = \frac{20}{61} \approx 0.3279$$

$$P(D3 / R) = \frac{P(D3 \cap R)}{P(R)} = \frac{P(D3)P(R / D3)}{1 - P(R^c)} = \frac{0.45 \cdot 0.03}{1 - 0.9695} = \frac{27}{61} \approx 0.4426 \text{ ¡Mayor!}$$

Es más probable que el autobús que llegue con retraso haya hecho el recorrido con destino 3.