



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS

MATEMÁTICAS
APLICADAS A LAS
CC SS II
CURSO 2022/2023

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Debe elegir 3 de los 6 ejercicios propuestos.
 - c) Cada ejercicio se puntuará de 0 a 10. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.
 - d) Identifique claramente los ejercicios elegidos. Contestes de forma razonada y escriba ordenadamente.
 - e) Puede usar calculadora (no programable) solo para las operaciones numéricas. No olvide que los procesos conducentes a la obtención de los resultados deben ser suficientemente justificados.

Ejercicio 1

a) **(5 puntos)** Resuelve la ecuación $(2x+1)(2x-1)-3(2-x)=0$.

b) **(5 puntos)** Represente la gráfica de la función $f(x)=2-(x+1)^2$.

Ejercicio 2

El tiempo de vida de una determinada especie de mariposas, sigue una distribución Normal de media 11 meses y desviación 3 meses.

a) **(3 puntos)** Calcule la probabilidad de que una mariposa de dicha especie, elegida al azar, tenga una vida superior a 12 meses.

b) **(4 puntos)** Calcule el porcentaje de mariposas que vivirán entre 10 y 14 meses.

c) **(3 puntos)** ¿Cuánto debe vivir una mariposa de esta especie para encontrarse entre el 23% de las que más tiempo viven?

Ejercicio 3

a) **(5 puntos)** Sean dos sucesos de un mismo espacio muestral, A y B, de los que se sabe que $P(A)=0.4$, $P(B)=0.5$ y $P(A \cup B)=0.7$. ¿A y B son compatibles? ¿A y B son independientes?

Razone las respuestas.

b) **(5 puntos)** Un avión dispone de 32 asientos en clase A y de 50 asientos en clase B cuya venta supone un total de 14600€. Sin embargo, sólo se han vendido 10 asientos en clase A y 40 en clase B, obteniendo un total de 7000€. ¿Cuál es precio de un asiento en cada clase?

Ejercicio 4

a) **(5 puntos)** Sean las funciones $f(x)=\frac{x^2+1}{x^2}$, $g(x)=\sqrt{\frac{x+1}{x}}$. Obtenga la expresión de $f(g(x))$ y de $g(f(x))$.

b) **(5 puntos)** Ana tiene un mueble con 10 cajones numerados del 1 al 10 y ordena sus cajones guardando n objetos en el cajón número n . Una vez ordenado el mueble, usando los 10 cajones, ¿cuántos objetos ha guardado Ana en total?

Ejercicio 5

a) **(5 puntos)** Halle para qué valores de la constante a la función $f(x)=\begin{cases} \frac{2}{x}-a & \text{si } x \leq -1 \\ x^2+x-1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$

es continua y derivable en $x=-1$.

b) **(5 puntos)** Efectúe y simplifique la operación $\left(3+\frac{1}{x-1}\right)\left(1-\frac{1}{3x-2}\right)$.

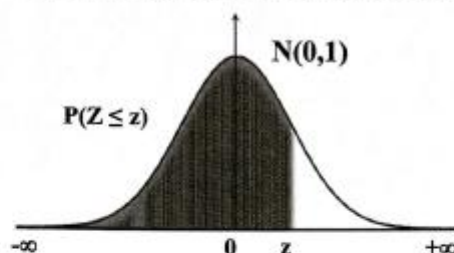
Ejercicio 6

Una factoría necesita reemplazar urgentemente gran cantidad de sus máquinas porque están produciendo algunas piezas defectuosas. Realizando una revisión durante la pasada semana, se ha observado el número de piezas defectuosas que produce cada máquina: 22 de las máquinas de la

factoría producen 1 sola pieza defectuosa cada una de ellas, 10 máquinas producen 2 piezas defectuosas, 8 máquinas generan 3 piezas defectuosas cada una, 10 máquinas 4 piezas defectuosas y no producen ninguna pieza defectuosa las 25 máquinas restantes.

- a) (5 puntos) Obtenga la tabla de frecuencias absolutas y relativas de la distribución del número de piezas defectuosas que se producen por máquina.
- b) (5 puntos) Calcule la media y la varianza del número de piezas defectuosas que han producido las máquinas.

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL $N(0,1)$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z , con distribución $N(0,1)$, esté por debajo del valor z .

SOLUCIONES**Ejercicio 1**

- a) **(5 puntos)** Resuelve la ecuación $(2x+1)(2x-1)-3(2-x)=0$.
- b) **(5 puntos)** Represente la gráfica de la función $f(x)=2-(x+1)^2$.

a) Realizamos las operaciones indicadas.

$$(2x+1)(2x-1)-3(2-x)=0 \Rightarrow (2x)^2 - 1^2 - 6 + 3x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 1 - 6 + 3x = 0 \Rightarrow 4x^2 + 3x - 7 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(4)(-7)}}{2 \cdot 4} = \frac{-3 \pm 11}{8} = \begin{cases} \frac{-3+11}{8} = 1 \\ \frac{-3-11}{8} = \frac{-14}{8} = \frac{-7}{4} \end{cases}$$

Las soluciones de la ecuación son $x=1$ y $x=\frac{-7}{4}$.

b) Simplificamos la expresión de la función para obtener una expresión polinómica.

$$f(x) = 2 - (x^2 + 1 + 2x) = -x^2 - 2x + 1$$

La gráfica de la función es una parábola.
Hallamos los puntos de corte con los ejes.

$$x=0 \Rightarrow f(0) = -0^2 - 2 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$y=0 \Rightarrow -x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(-1)(1)}}{2(-1)} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{-2} = \begin{cases} \frac{2+\sqrt{8}}{-2} = -1 - \sqrt{2} \approx -2.41 \\ \frac{2-\sqrt{8}}{-2} = -1 + \sqrt{2} \approx 0.41 \end{cases}$$

Los puntos de corte con los ejes son (0, 1), (-2.41, 0) y (0.41, 0).

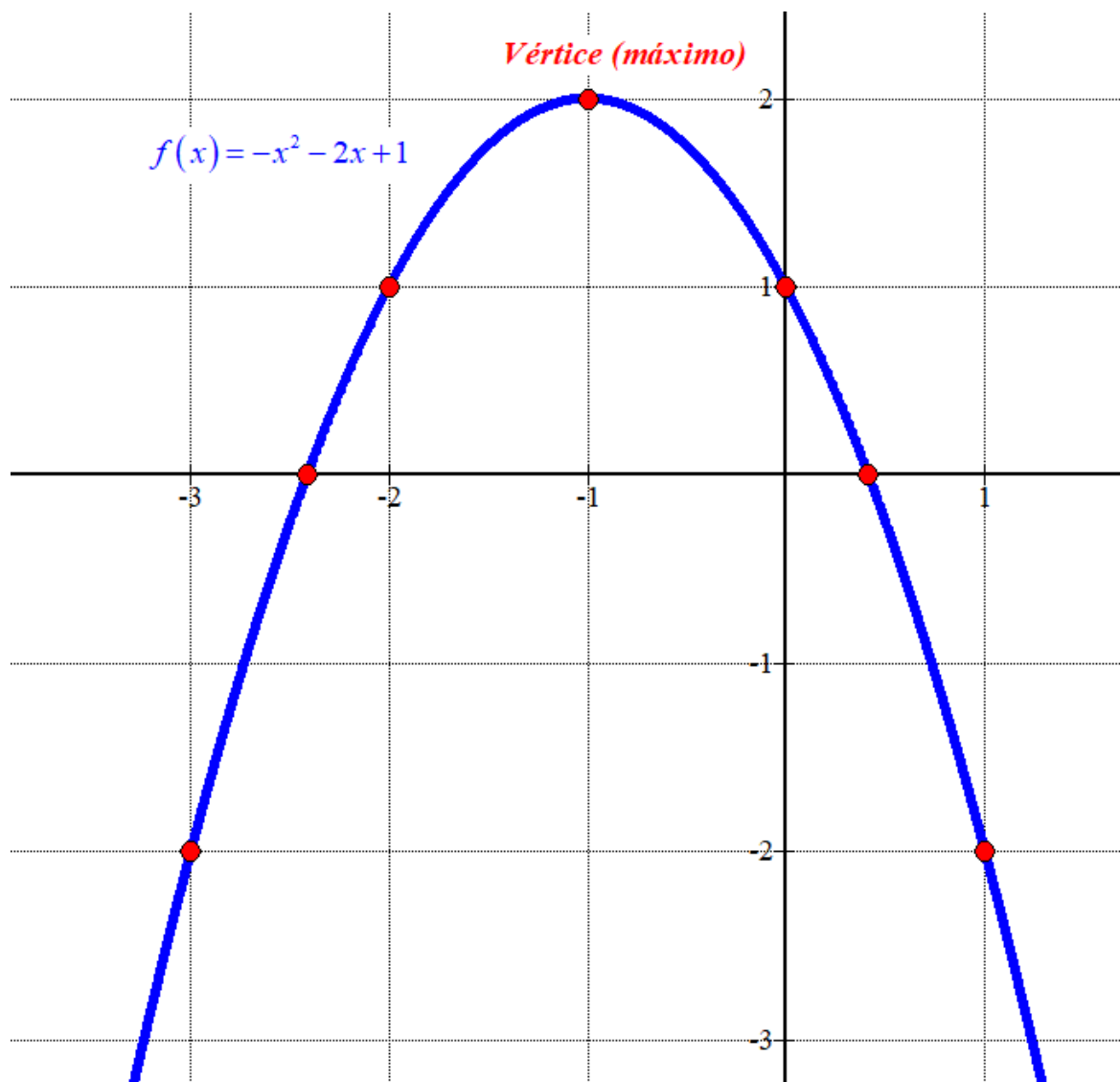
Hallamos el vértice de la parábola.

$$f(x) = -x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$f(-1) = -(-1)^2 - 2(-1) + 1 = 2$$

El vértice de la parábola es el punto de coordenadas (-1, 2).
Obtenemos una tabla de valores y representamos la gráfica de la función.

x	$f(x) = -x^2 - 2x + 1$
-3	-2
-2	1
-1	2 vértice
0	1
1	-2



Ejercicio 2

El tiempo de vida de una determinada especie de mariposas, sigue una distribución Normal de media 11 meses y desviación 3 meses.

- a) **(3 puntos)** Calcule la probabilidad de que una mariposa de dicha especie, elegida al azar, tenga una vida superior a 12 meses.
 b) **(4 puntos)** Calcule el porcentaje de mariposas que vivirán entre 10 y 14 meses.
 c) **(3 puntos)** ¿Cuánto debe vivir una mariposa de esta especie para encontrarse entre el 23% de las que más tiempo viven?

X = El tiempo de vida (en meses) de una determinada especie de mariposas.

$X = N(11, 3)$

- a) Nos piden calcular $P(X > 12)$.

$$P(X > 12) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \end{array} \right\} = P\left(Z > \frac{12 - 11}{3}\right) = P\left(Z > \frac{1}{3}\right) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 0.33) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} = 1 - 0.6293 = \boxed{0.3707}$$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7

- b) Nos piden calcular $P(10 \leq X \leq 14)$.

$$P(10 \leq X \leq 14) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \end{array} \right\} = P\left(\frac{10 - 11}{3} \leq Z \leq \frac{14 - 11}{3}\right) =$$

$$= P\left(\frac{-1}{3} \leq Z \leq 1\right) = P(Z \leq 1) - P\left(Z \leq \frac{-1}{3}\right) = P(Z \leq 1) - P\left(Z \geq \frac{1}{3}\right) =$$

$$= P(Z \leq 1) - \left[1 - P\left(Z \leq \frac{1}{3}\right)\right] = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} = 0.8413 - [1 - 0.6293] = \boxed{0.4706}$$

z	0,00	0,
0,0	0,5000	0,5
0,1	0,5398	0,5
0,2	0,5793	0,5
0,3	0,6179	0,6
0,4	0,6554	0,6
0,5	0,6915	0,6
0,6	0,7257	0,7
0,7	0,7580	0,7
0,8	0,7881	0,7
0,9	0,8159	0,8
1,0	0,8413	0,8
1,1	0,8643	0,8
1,2	0,8849	0,8

El porcentaje de mariposas que vivirán entre 10 y 14 meses es del 47.06 %.

c) Averiguamos el valor de “a” tal que $P(X \geq a) = 0.23$.

$$P(X \geq a) = 0.23 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \end{array} \right\} \Rightarrow P\left(Z \geq \frac{a-11}{3}\right) = 0.23 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - P\left(Z \leq \frac{a-11}{3}\right) = 0.23 \Rightarrow 1 - 0.23 = P\left(Z \leq \frac{a-11}{3}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{a-11}{3}\right) = 0.77 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a-11}{3} = 0.74 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a - 11 = 2.22 \Rightarrow \boxed{a = 13.22}$$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389
0,7	0,7580	0,7615	0,7649	0,7683	0,7704
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264

Una mariposa debe vivir al menos 13.22 meses para encontrarse entre el 23% de las que más tiempo viven.

Ejercicio 3

a) **(5 puntos)** Sean dos sucesos de un mismo espacio muestral, A y B, de los que se sabe que $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ y $P(A \cup B) = 0.7$. ¿A y B son compatibles? ¿A y B son independientes?

Razone las respuestas.

b) **(5 puntos)** Un avión dispone de 32 asientos en clase A y de 50 asientos en clase B cuya venta supone un total de 14600€. Sin embargo, sólo se han vendido 10 asientos en clase A y 40 en clase B, obteniendo un total de 7000€. ¿Cuál es precio de un asiento en cada clase?

a) Para ser compatibles deben tener intersección no vacía. Hallamos la probabilidad de la intersección de A y B.

$$\left. \begin{array}{l} P(A) = 0.4, P(B) = 0.5 \\ P(A \cup B) = 0.7 \\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \end{array} \right\} \Rightarrow 0.7 = 0.4 + 0.5 - P(A \cap B) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0.9 - 0.7 = 0.2$$

Como $P(A \cap B) = 0.2 \neq 0$ tenemos que la intersección de A y B no es vacía y por tanto los sucesos son compatibles.

Para que dos sucesos sean independientes debe cumplirse que $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.2 \\ P(A) \cdot P(B) = 0.4 \cdot 0.5 = 0.2 \end{array} \right\} \Rightarrow P(A \cap B) = 0.2 = P(A) \cdot P(B)$$

Al cumplirse la igualdad tenemos que los sucesos A y B son independientes.

b) Llamamos “x” al precio de un asiento en clase A e “y” al precio de un asiento en clase B.
 “Un avión dispone de 32 asientos en clase A y de 50 asientos en clase B cuya venta supone un total de 14600€” $\rightarrow 32x + 50y = 14600$.
 “Sólo se han vendido 10 asientos en clase A y 40 en clase B, obteniendo un total de 7000€”
 $\rightarrow 10x + 40y = 7000$.

Reunimos las dos ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} 32x + 50y = 14600 \\ 10x + 40y = 7000 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 16x + 25y = 7300 \\ x + 4y = 700 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 16x + 25y = 7300 \\ x = 700 - 4y \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16(700 - 4y) + 25y = 7300 \Rightarrow 11200 - 64y + 25y = 7300 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3900 = 39y \Rightarrow \boxed{y = \frac{3900}{39} = 100} \Rightarrow \boxed{x = 700 - 4 \cdot 100 = 300}$$

El precio de un asiento en clase A es de 300 € y un asiento en clase B vale 100 €.

Ejercicio 4

a) (5 puntos) Sean las funciones $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$, $g(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x}}$. Obtenga la expresión de $f(g(x))$ y de $g(f(x))$.

b) (5 puntos) Ana tiene un mueble con 10 cajones numerados del 1 al 10 y ordena sus cajones guardando n objetos en el cajón número n . Una vez ordenado el mueble, usando los 10 cajones, ¿cuántos objetos ha guardado Ana en total?

a) Calculamos lo pedido.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = \frac{x^2+1}{x^2} \\ g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}} \end{array} \right\} \Rightarrow f(g(x)) = f\left(\sqrt{\frac{x-1}{x}}\right) = \frac{\left(\sqrt{\frac{x-1}{x}}\right)^2 + 1}{\left(\sqrt{\frac{x-1}{x}}\right)^2} = \frac{\frac{x-1}{x} + 1}{\frac{x-1}{x}} = \frac{\cancel{x-1} + x}{\cancel{x-1}} = \frac{2x-1}{x-1}$$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = \frac{x^2+1}{x^2} \\ g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}} \end{array} \right\} \Rightarrow g(f(x)) = g\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right) = \sqrt{\frac{\frac{x^2+1}{x^2} - 1}{\frac{x^2+1}{x^2}}} = \sqrt{\frac{\cancel{x^2+1} - x^2}{\cancel{x^2+1}}} = \sqrt{\frac{1}{x^2+1}}$$

Hemos visto que $f(g(x)) = \frac{2x-1}{x-1}$ y también que $g(f(x)) = \sqrt{\frac{1}{x^2+1}}$.

b) El número de objetos guardados en los 10 cajones es la suma de los 10 primeros números naturales.

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = (1+10) + (2+9) + (3+8) + (4+7) + (5+6) = 5 \cdot 11 = 55$$

Ana tiene guardados 55 objetos en sus 10 cajones.

Ejercicio 5a) (5 puntos) Halle para qué valores de la constante a la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} - a & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + x - 1 & \text{si } x > -1 \end{cases} \text{ es continua y derivable en } x = -1.$$

b) (5 puntos) Efectúe y simplifique la operación $\left(3 + \frac{1}{x-1}\right)\left(1 - \frac{1}{3x-2}\right)$.a) Para que la función sea continua en $x = -1$ debe cumplirse:

- Existe $f(-1)$.

$$f(-1) = \frac{2}{-1} - a = -2 - a$$

- Existe $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2}{x} - a = -2 - a$$

- Existe $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$.

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} x^2 + x - 1 = (-1)^2 - 1 - 1 = -1$$

- Los tres valores obtenidos deben ser iguales $\rightarrow -2 - a = -1 \Rightarrow -2 + 1 = a \Rightarrow \boxed{a = -1}$

La función es continua para $a = -1$. La función queda $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} + 1 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + x - 1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$.

La derivada de la función en $\mathbb{R} - \{-1\}$ tiene la expresión $f'(x) = \begin{cases} \frac{-2}{x^2} & \text{si } x < -1 \\ 2x + 1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$.

Comprobamos que es derivable en $x = -1$. Para ello deben coincidir las derivadas laterales.

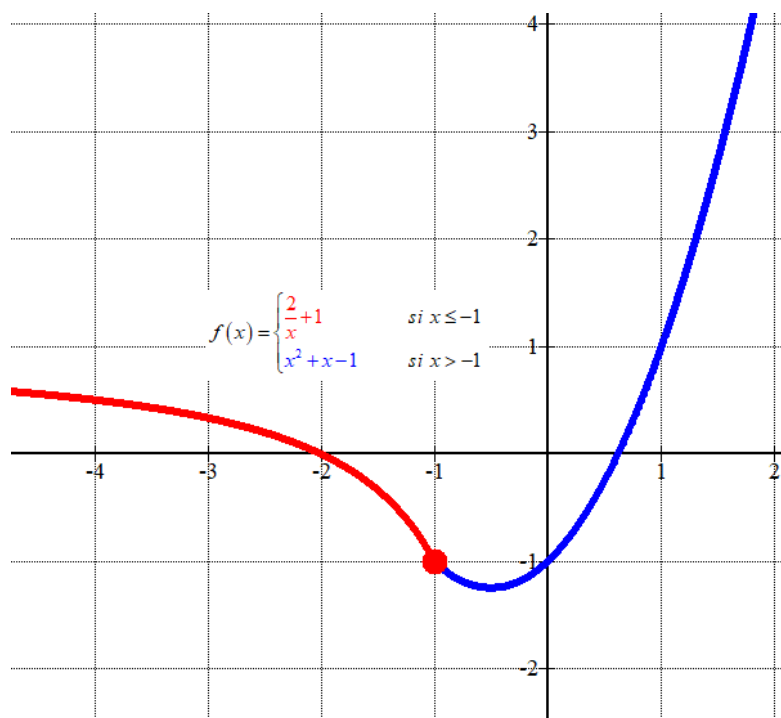
$$\left. \begin{aligned} f'(-1^-) &= \lim_{x \rightarrow -1^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-2}{x^2} = \frac{-2}{(-1)^2} = -2 \\ f'(-1^+) &= \lim_{x \rightarrow -1^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} 2x + 1 = 2(-1) + 1 = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'(-1^-) = -2 \neq -1 = f'(-1^+)$$

Como las derivadas laterales no coinciden independientemente del valor de a podemos afirmar que no existe ningún valor de a para el que la función sea derivable en $x = -1$.

Para $a = -1$ la función es continua en $x = -1$ pero no es derivable en $x = -1$.

Para $a = -1$ la función queda $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} + 1 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + x - 1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$ comprobamos su

continuidad y su no derivabilidad en $x = -1$.



b) Antes de realizar el producto operamos dentro de los paréntesis y simplificamos.

$$\left(3 + \frac{1}{x-1}\right)\left(1 - \frac{1}{3x-2}\right) = \left(\frac{3(x-1)+1}{x-1}\right)\left(\frac{1 \cdot (3x-2)-1}{3x-2}\right) = \left(\frac{3x-3+1}{x-1}\right)\left(\frac{3x-2-1}{3x-2}\right) =$$

$$= \left(\frac{\cancel{3x-2}}{x-1}\right)\left(\frac{3x-3}{\cancel{3x-2}}\right) = \frac{3x-3}{x-1} = \frac{3(\cancel{x-1})}{\cancel{x-1}} = \boxed{3}$$

Ejercicio 6

Una factoría necesita reemplazar urgentemente gran cantidad de sus máquinas porque están produciendo algunas piezas defectuosas. Realizando una revisión durante la pasada semana, se ha observado el número de piezas defectuosas que produce cada máquina: 22 de las máquinas de la factoría producen 1 sola pieza defectuosa cada una de ellas, 10 máquinas producen 2 piezas defectuosas, 8 máquinas generan 3 piezas defectuosas cada una, 10 máquinas 4 piezas defectuosas y no producen ninguna pieza defectuosa las 25 máquinas restantes.

a) **(5 puntos)** Obtenga la tabla de frecuencias absolutas y relativas de la distribución del número de piezas defectuosas que se producen por máquina.

b) **(5 puntos)** Calcule la media y la varianza del número de piezas defectuosas que han producido las máquinas.

a) Llamamos X = Número de piezas defectuosas fabricadas. Llamamos x_i a los distintos valores que puede tomar la variable, f_i a la frecuencia absoluta del valor x_i y fr_i a la frecuencia relativa del valor x_i .

x_i	f_i	fr_i
0	25	$\frac{25}{75} = \frac{1}{3} \approx 0.33$
1	22	$\frac{22}{75} \approx 0.293$
2	10	$\frac{10}{75} = \frac{2}{15} \approx 0.13$
3	8	$\frac{8}{75} \approx 0.106$
4	10	$\frac{10}{75} = \frac{2}{15} \approx 0.13$
TOTAL	75	≈ 1

b) Recordamos que la media se obtiene con la fórmula $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N}$ y la varianza se puede

obtener con la fórmula $\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{N}$ o mejor con la fórmula $\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - (\bar{x})^2$.

Usamos la tabla anterior añadiendo columnas que nos facilitan el cálculo de la media y la varianza de la distribución.

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
0	25	0	0
1	22	22	22
2	10	20	40
3	8	24	72
4	10	40	160
TOTAL	75	106	294

Aplicamos las fórmulas y obtenemos el valor de la media y la varianza.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{106}{75} \approx 1.413$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - (\bar{x})^2 = \frac{294}{75} - \left(\frac{106}{75}\right)^2 \approx 1.92$$

La media tiene un valor de 1.413 piezas defectuosas por máquina y la varianza es 1.92.