



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)

FASE GENERAL

CURSO 2016–2017

MATERIA: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

Convocatoria:

-
- Se debe elegir sólo una de las pruebas (A o B)
 - Cada una de las preguntas tendrá una puntuación máxima de 2,5 puntos
-

PRUEBA A

1. El tiempo diario, en horas, dedicado a ver la TV en una región, sigue una distribución normal con una desviación típica de 1,5 horas. Para estimar la media de esta variable, se ha realizado una encuesta a 256 personas obteniéndose el intervalo de confianza $[4,29; 4,71]$.

- a) ¿Cuál es el valor de la media muestral?
- b) ¿Cuál es el nivel de confianza del intervalo?
- c) Con los mismos datos, ¿cuál sería el intervalo con un nivel de confianza igual a 0,9?

2. El 30% de los videojuegos que se consumen en España se juegan en PC, el 45% en consola y el resto en el móvil. De los que se juegan en PC, el 50% son de acción, el 40% de estrategia y el resto de otras categorías. De los que se juegan en consola, el 70%, son de acción, el 10% de estrategia y el resto de otras categorías. De los juegos para móvil, un 25% son de acción, otro 25% de estrategia y el resto de otras categorías.

- a) Construir el árbol de probabilidades.
- b) ¿Qué proporción de los videojuegos consumidos en España son de acción?
- c) Se elige al azar un jugador que está jugando a un juego de estrategia ¿cuál es la probabilidad de que lo esté haciendo a través del móvil?

3. La función $G(x)$ da la ganancia anual (en cientos de miles de euros) obtenida por una empresa de telefonía móvil en función del tiempo x (en años) transcurrido desde su creación:

$$G(x) = \begin{cases} \frac{2}{5}x, & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{x+3}{x+2} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

- a) ¿A cuánto asciende la ganancia transcurridos dos años y medio? ¿Y transcurridos cuatro años?
- b) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de dichas ganancias. Justificar la respuesta.
- c) ¿Qué sucede a medida que transcurre el tiempo? Razonar la respuesta.

4. Los 30 marineros de un barco son de tres nacionalidades, chinos, filipinos y griegos. El número de marineros griegos duplica el total de las otras dos nacionalidades. Además, por cada dos marineros chinos hay tres marineros filipinos.

- a) Plantear el correspondiente sistema.
- b) ¿Cuántos marineros de cada nacionalidad hay en el barco?

PRUEBA B

1. Recientes estudios indican que el 35% de las mujeres embarazadas de una región son fumadoras. Se toma una muestra de 100 mujeres embarazadas en esa región. Calcular la probabilidad de que en dicha muestra:

- a) Haya menos de 40 fumadoras
- b) Sean más de 25 las mujeres que fuman.
- c) El número de fumadoras esté entre 32 y 38.

2. Una compañía telefónica tiene interés en determinar qué proporción de sus clientes estaría dispuesta a aceptar una subida de tarifas a cambio de un incremento en el número de megas de descarga. Una encuesta previa indica que esta proporción está en torno al 15%.

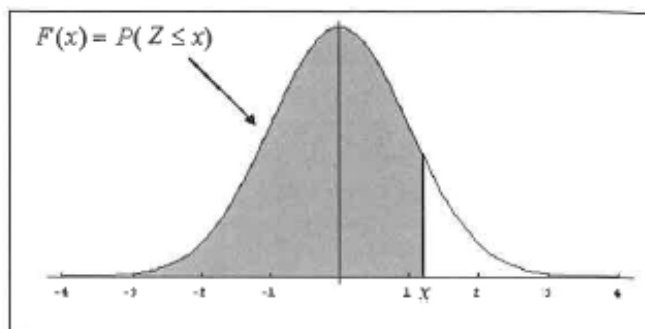
- a) ¿De qué tamaño debería ser la muestra de clientes si se quiere estimar dicha proporción con un error inferior a 0,08 con un nivel de confianza del 95%?
- b) Finalmente, se ha realizado el estudio con una muestra de 196 clientes, de los cuales 37 manifestaron su conformidad con la propuesta. Calcular un intervalo de confianza, al 92%, para la proporción total de clientes de la compañía que aceptaría dicha propuesta.

3. Una zona de una terraza, limitada por las funciones $f(x) = -x^2 + 2x + 4$ y $g(x) = 2x$, debe ser reparada con pintura impermeabilizante. Si se mide en metros, el precio de la pintura es 6'25€/m² y hay que sumar los gastos de aplicación y transportes, que suponen el 80% del precio total de la superficie:

- a) Hacer una gráfica de la zona.
- b) Hallar la superficie de la zona.
- c) ¿A cuánto asciende la reparación?

4. Una empresa fabrica teléfonos móviles con la misma pantalla y electrónica en dos calidades distintas: calidad A, cuya carcasa es de plástico y calidad B cuya carcasa es de aluminio. El coste de producción unitario es de 70 € para los teléfonos de calidad A y de 90 € para los de calidad B. Asimismo los precios de venta son de 100 € para los de clase A y de 150 € para los de clase B. Si, para fabricar la próxima remesa de móviles, la empresa dispone de un capital de 30000 euros y su proveedor de componentes es capaz de suministrarle, como máximo, 350 pantallas (que se usan para ambas clases de móviles) y 310 carcasas de aluminio.

- a) Plantear el problema que determina el número de móviles de cada calidad que se deben fabricar para maximizar el beneficio.
- b) Representar la región factible, determinar una solución óptima y hallar el valor óptimo de la función objetivo.



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

SOLUCIONES

PRUEBA A

1. El tiempo diario, en horas, dedicado a ver la TV en una región, sigue una distribución normal con una desviación típica de 1,5 horas. Para estimar la media de esta variable, se ha realizado una encuesta a 256 personas obteniéndose el intervalo de confianza [4,29; 4,71].

- a) ¿Cuál es el valor de la media muestral?
 b) ¿Cuál es el nivel de confianza del intervalo?
 c) Con los mismos datos, ¿cuál sería el intervalo con un nivel de confianza igual a 0,9?

Llamamos X = El tiempo diario, en horas, dedicado a ver la TV en una región. $X = N(\mu, 1.5)$

- a) La media muestral es el valor central del intervalo [4,29; 4,71].

$$\bar{x} = \frac{4.29 + 4.71}{2} = 4.5 \text{ horas}$$

- b) Hallamos el valor de $z_{\alpha/2}$ a partir del error que es la mitad de la amplitud del intervalo.

$$Error = \frac{4.71 - 4.29}{2} = 0.21$$

Aplicamos la fórmula del error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.21 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{1.5}{\sqrt{256}} \Rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{0.21 \cdot 16}{1.5} = 2.24 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.9875$$

	0	0.01	0.02	0.03	0.04
0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838
2.2	0.9854	0.9858	0.9861	0.9864	0.9867
2.3	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890

Despejamos el nivel de confianza " $1 - \alpha$ "

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0.9875 \Rightarrow 1 - 0.9875 = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 2(1 - 0.9875) = \alpha \Rightarrow \alpha = 0.025 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.975$$

El nivel de confianza es del 97.5%.

- c) Hallamos $z_{\alpha/2}$ para un nivel de confianza de 0.9.

$$1 - \alpha = 0.9 \rightarrow \alpha = 0.1 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.05 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.95 \rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{1.64 + 1.65}{2} = 1.645$$

El error del intervalo de confianza es $Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.645 \cdot \frac{1.5}{\sqrt{256}} = 0.1542$.

El intervalo de confianza es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (4.5 - 0.1542, 4.5 + 0.1542) = (4.3458, 4.6542)$$

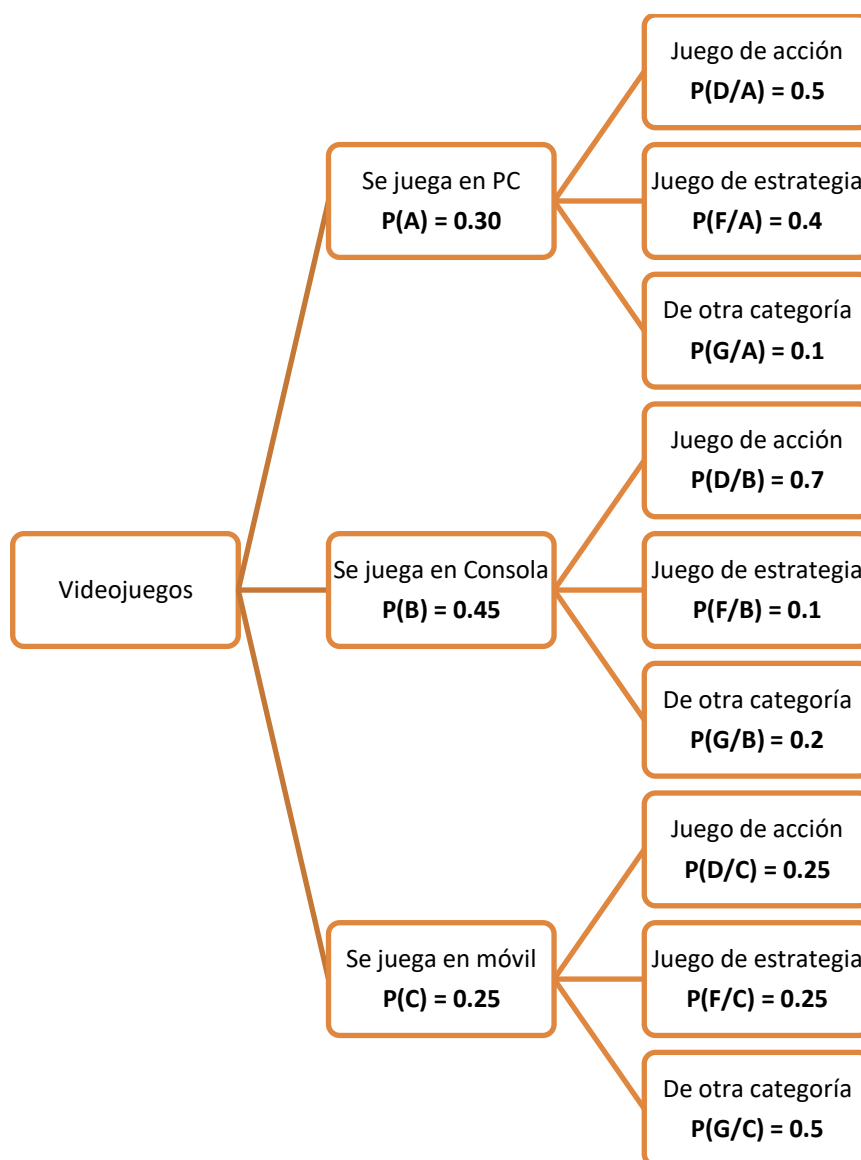
2. El 30% de los videojuegos que se consumen en España se juegan en PC, el 45% en consola y el resto en el móvil. De los que se juegan en PC, el 50% son de acción, el 40% de estrategia y el resto de otras categorías. De los que se juegan en consola, el 70%, son de acción, el 10% de estrategia y el resto de otras categorías. De los juegos para móvil, un 25% son de acción, otro 25% de estrategia y el resto de otras categorías.

a) Construir el árbol de probabilidades.

b) ¿Qué proporción de los videojuegos consumidos en España son de acción?

c) Se elige al azar un jugador que está jugando a un juego de estrategia ¿cuál es la probabilidad de que lo esté haciendo a través del móvil?

a) Llamamos A = “El videojuego se juega en PC”, B = “el videojuego se juega en consola”, C = “el videojuego se juega en móvil”. D = “el videojuego es de acción”, F = “el videojuego es de estrategia” y G = “el videojuego es de otras categorías”.



b) Calculamos el valor de $P(D)$ aplicando el teorema de la probabilidad total.

$$\begin{aligned}
 P(D) &= P(A)P(D/A) + P(B)P(D/B) + P(C)P(D/C) = \\
 &= 0.3 \cdot 0.5 + 0.45 \cdot 0.7 + 0.25 \cdot 0.25 = \frac{211}{400} = 0.5275
 \end{aligned}$$

La proporción de los videojuegos consumidos en España que son de acción es de 211 de cada 400, del 52.75 %.

- c) Nos piden calcular $P(C / F)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(C / F) = \frac{P(F \cap C)}{P(F)} = \frac{P(C)P(F / C)}{P(A)P(F / A) + P(B)P(F / B) + P(C)P(F / C)} =$$
$$= \frac{0.25 \cdot 0.25}{0.3 \cdot 0.4 + 0.45 \cdot 0.1 + 0.25 \cdot 0.25} = \boxed{\frac{25}{91} \approx 0.2747}$$

3. La función $G(x)$ da la ganancia anual (en cientos de miles de euros) obtenida por una empresa de telefonía móvil en función del tiempo x (en años) transcurrido desde su creación:

$$G(x) = \begin{cases} \frac{2}{5}x, & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{x+3}{x+2} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

- a) ¿A cuánto asciende la ganancia transcurridos dos años y medio? ¿Y transcurridos cuatro años?
 b) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de dichas ganancias. Justificar la respuesta.
 c) ¿Qué sucede a medida que transcurre el tiempo? Razonar la respuesta.

- a) Nos piden calcular $G(2.5)$ y $G(4)$.

$$G(2.5) = \frac{2}{5} \cdot 2.5 = 1$$

$$G(4) = \frac{4+3}{4+2} = \frac{7}{6} \approx 1.16667$$

La ganancia transcurridos dos años y medio es de 100 000 €. Transcurridos cuatro años es de 116 667 euros.

- b) En el intervalo $(0, 3)$ la función es $G(x) = \frac{2}{5}x$ con derivada $G'(x) = \frac{2}{5} > 0$, la función es creciente.

En el intervalo $(3, +\infty)$ la función es $G(x) = \frac{x+3}{x+2}$. Calculamos su derivada y estudiamos su signo.

$$G'(x) = \frac{1 \cdot (x+2) - 1 \cdot (x+3)}{(x+2)^2} = \frac{-1}{(x+2)^2}$$

Esta derivada tiene denominador siempre positivo y numerador siempre negativo, por lo que la derivada siempre es negativa. La función decrece.

La función crece durante los tres primeros años y decrece a partir del tercer año.

- c) Hemos visto que a partir del tercer año las ganancias decrecen. Calculamos el límite de las ganancias cuando el tiempo crece para ver su tendencia

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} G(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1$$

A partir del tercer año las ganancias decrecen acercándose a 100 000 €.

4. Los 30 marineros de un barco son de tres nacionalidades, chinos, filipinos y griegos. El número de marineros griegos duplica el total de las otras dos nacionalidades. Además, por cada dos marineros chinos hay tres marineros filipinos.

a) Plantear el correspondiente sistema.

b) ¿Cuántos marineros de cada nacionalidad hay en el barco?

a) Llamamos “x” al número de marineros chinos, “y” al número de marineros filipinos y “z” al número de marineros griegos.

Los 30 marineros de un barco son de tres nacionalidades, chinos, filipinos y griegos →

$$x + y + z = 30.$$

El número de marineros griegos duplica el total de las otras dos nacionalidades →

$$z = 2(x + y).$$

Por cada dos marineros chinos hay tres marineros filipinos →

$$\left. \begin{array}{cc} \text{Chinos} & \text{Filipinos} \\ x & \longrightarrow y \\ 2 & \longrightarrow 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 3x = 2y$$

Reunimos las ecuaciones en un sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 30 \\ z = 2(x + y) \\ 3x = 2y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 30 \\ z = 2x + 2y \\ 3x = 2y \end{array} \right\}$$

b) Resolvemos el sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 30 \\ z = 2x + 2y \\ 3x = 2y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + 2x + 2y = 30 \\ 3x = 2y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x + 3y = 30 \\ 3x = 2y \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 10 \\ 3x = 2y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 10 - x \\ 3x = 2y \end{array} \right\} \Rightarrow 3x = 2(10 - x) \Rightarrow 3x = 20 - 2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5x = 20 \Rightarrow \boxed{x = \frac{20}{5} = 4} \Rightarrow \boxed{y = 10 - 4 = 6} \Rightarrow \boxed{z = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 20}$$

En el barco hay 4 marineros chinos, 6 filipinos y 20 griegos.

PRUEBA B

1. Recientes estudios indican que el 35% de las mujeres embarazadas de una región son fumadoras. Se toma una muestra de 100 mujeres embarazadas en esa región. Calcular la probabilidad de que en dicha muestra:

- a) Haya menos de 40 fumadoras
- b) Sean más de 25 las mujeres que fuman.
- c) El número de fumadoras esté entre 32 y 38.

Es un problema de distribución binomial.

X = Número de mujeres embarazadas que son fumadoras de un grupo de 100 mujeres.

La probabilidad de que una mujer embarazada sea fumadora es $p = 0.35$. El número de repeticiones es $n = 100$.

$X = B(100, 0.35)$

Como el número de repeticiones es muy alto aproximamos esta distribución a una normal de media

$\mu = np = 100 \cdot 0.35 = 35$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{100 \cdot 0.35 \cdot 0.65} \approx 4.77$.

La distribución binomial X se aproxima con una normal $Y = N(35, 4.77)$.

Esta aproximación es buena pues $np = 35 > 5$ y $nq = 100 \cdot 0.65 = 65 > 5$.

- a) Nos piden calcular $P(X < 40)$.

$$P(X < 40) = \{\text{Corrección de Yates}\} = P(Y \leq 39.5) =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \end{array} \right\} = P\left(Z \leq \frac{39.5 - 35}{4.77}\right) = P(Z \leq 0.94) = \boxed{0.8264}$$

- b) Nos piden calcular $P(X > 25)$.

$$P(X > 25) = \{\text{Corrección de Yates}\} = P(Y \geq 25.5) =$$

$$= \{\text{Tipificamos}\} = P\left(Z \geq \frac{25.5 - 35}{4.77}\right) = P(Z \geq -1.99) =$$

$$= P(Z \leq 1.99) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en} \\ \text{la tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = \boxed{0.9767}$$

- c) Nos piden calcular $P(32 < X < 38)$.

$$P(32 < X < 38) = \{\text{Corrección de Yates}\} = P(32.5 \leq Y \leq 37.5) =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \end{array} \right\} = P\left(\frac{32.5 - 35}{4.77} \leq Z \leq \frac{37.5 - 35}{4.77}\right) = P(-0.52 \leq Z \leq 0.52) =$$

$$= P(Z \leq 0.52) - P(Z \leq -0.52) = P(Z \leq 0.52) - P(Z \geq 0.52) =$$

$$= P(Z \leq 0.52) - [1 - P(Z \leq 0.52)] = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en} \\ \text{la tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = 0.6985 - [1 - 0.6985] = \boxed{0.397}$$

2. Una compañía telefónica tiene interés en determinar qué proporción de sus clientes estaría dispuesta a aceptar una subida de tarifas a cambio de un incremento en el número de megas de descarga. Una encuesta previa indica que esta proporción está en torno al 15%.

a) ¿De qué tamaño debería ser la muestra de clientes si se quiere estimar dicha proporción con un error inferior a 0,08 con un nivel de confianza del 95%?

b) Finalmente, se ha realizado el estudio con una muestra de 196 clientes, de los cuales 37 manifestaron su conformidad con la propuesta. Calcular un intervalo de confianza, al 92%, para la proporción total de clientes de la compañía que aceptaría dicha propuesta.

a) La proporción de personas dispuestas a aceptar una subida de tarifas a cambio de un incremento en el número de megas de descarga en la muestra es $p = 0.15$

Hallamos $z_{\alpha/2}$ para un nivel de confianza del 95 %.

$$1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow \alpha/2 = 0.025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.975 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1.96}$$

Igualamos el error a 0.08.

$$\begin{aligned} \text{Error} &= z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \Rightarrow 0.08 = 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.15 \cdot 0.85}{n}} \Rightarrow \frac{0.08}{1.96} = \sqrt{\frac{0.1275}{n}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\frac{0.08}{1.96} \right)^2 = \frac{0.1275}{n} \Rightarrow n = \frac{0.1275}{\left(\frac{0.08}{1.96} \right)^2} \approx 76.53 \end{aligned}$$

El tamaño mínimo de la muestra es de 77 personas.

b) La proporción de la muestra es $p = \frac{37}{196} \approx 0.189$

Hallamos $z_{\alpha/2}$ para un nivel de confianza del 92 %.

$$1 - \alpha = 0.92 \rightarrow \alpha = 0.08 \rightarrow \alpha/2 = 0.04 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.96 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1.75}$$

Calculamos el error del intervalo de confianza.

$$\text{Error} = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 1.75 \sqrt{\frac{\frac{37}{196} \cdot \frac{159}{196}}{196}} = 0.049$$

El intervalo de confianza es:

$$(p - \text{Error}, p + \text{Error}) = (0.189 - 0.049, 0.189 + 0.049) = (0.140, 0.238).$$

3. Una zona de una terraza, limitada por las funciones $f(x) = -x^2 + 2x + 4$ y $g(x) = 2x$, debe ser reparada con pintura impermeabilizante. Si se mide en metros, el precio de la pintura es $6'25\text{€}/\text{m}^2$ y hay que sumar los gastos de aplicación y transportes, que suponen el 80% del precio total de la superficie:

- Hacer una gráfica de la zona.
- Hallar la superficie de la zona.
- ¿A cuánto asciende la reparación?

a) Determinamos el vértice de la parábola

$$f(x) = -x^2 + 2x + 4 \Rightarrow x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{-2} = 1 \Rightarrow y_v = -1^2 + 2 \cdot 1 + 4 = 5$$

El vértice de la parábola es el punto V(1, 5).

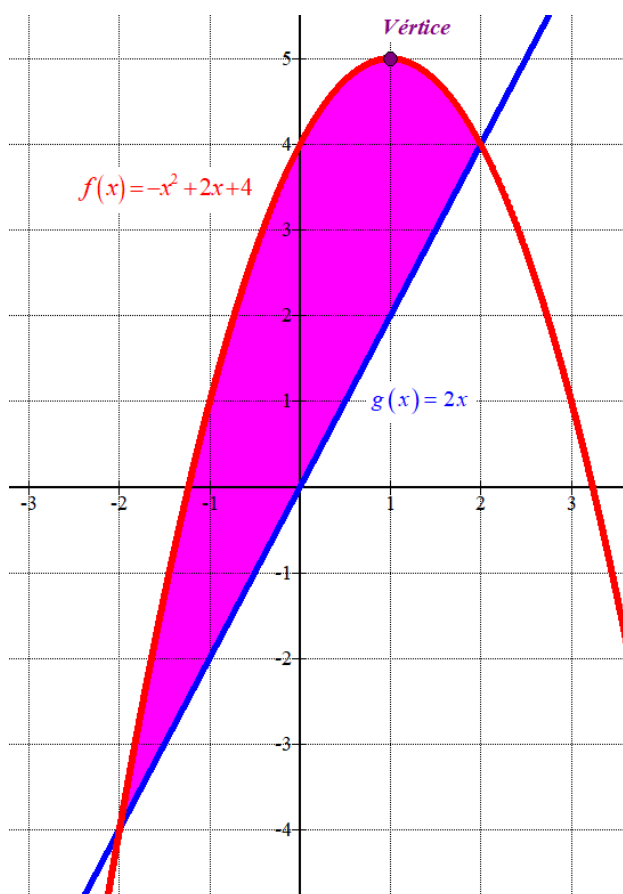
Determinamos los puntos de corte de ambas gráficas.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = -x^2 + 2x + 4 \\ g(x) = 2x \end{array} \right\} \Rightarrow 2x = -x^2 + 2x + 4 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm 2$$

Dibujamos las gráficas de las funciones y el recinto limitado por ellas.

x	$f(x) = -x^2 + 2x + 4$
-2	-4
-1	1
0	4
1	5
2	4

x	$g(x) = 2x$
-2	-4
0	0
2	4



- b) Esta superficie tiene un área que calculamos como la integral definida entre -2 y 2 de la diferencia entre las dos funciones.

$$\text{Área} = \int_{-2}^2 -x^2 + 2x + 4 - 2x dx = \int_{-2}^2 -x^2 + 4 dx = \left[-\frac{x^3}{3} + 4x \right]_{-2}^2 =$$

$$= \left[-\frac{2^3}{3} + 4 \cdot 2 \right] - \left[-\frac{(-2)^3}{3} + 4 \cdot (-2) \right] = \boxed{\frac{32}{3} \approx 10.66 \text{ m}^2}$$

- c) El precio de la pintura es 6.25 €/m². Lo multiplicamos por los metros cuadrados que debemos pintar y tenemos un coste de $\frac{32}{3} \cdot 6.25 = \frac{200}{3} \approx 66.67 \text{ €}$. Los gastos de aplicación y transportes suponen el 80% del precio total de la superficie: $\frac{200}{3} \cdot \frac{80}{100} = \frac{160}{3} \approx 53.33 \text{ €}$. Sumamos estas dos cantidades y obtenemos el coste total de la reparación.

$$\text{Coste total de reparación} = \frac{200}{3} + \frac{160}{3} = \boxed{120 \text{ €}}$$

4. Una empresa fabrica teléfonos móviles con la misma pantalla y electrónica en dos calidades distintas: calidad A, cuya carcasa es de plástico y calidad B cuya carcasa es de aluminio. El coste de producción unitario es de 70 € para los teléfonos de calidad A y de 90 € para los de calidad B. Asimismo los precios de venta son de 100 € para los de clase A y de 150 € para los de clase B. Si, para fabricar la próxima remesa de móviles, la empresa dispone de un capital de 30000 euros y su proveedor de componentes es capaz de suministrarle, como máximo, 350 pantallas (que se usan para ambas clases de móviles) y 310 carcassas de aluminio.

a) Plantear el problema que determina el número de móviles de cada calidad que se deben fabricar para maximizar el beneficio.

b) Representar la región factible, determinar una solución óptima y hallar el valor óptimo de la función objetivo.

a) Llamemos x = número de calidad A e y = número de móviles de calidad B.

Las restricciones del problema planteado son:

“Su proveedor de componentes es capaz de suministrarle, como máximo, 350 pantallas (que se usan para ambas clases de móviles) y 310 carcassas de aluminio” →

$$x + y \leq 350; y \leq 310$$

“Para fabricar la próxima remesa de móviles, la empresa dispone de un capital de 30000 euros” → $70x + 90y \leq 30000$.

“Las cantidades deben ser positivas y enteras” → $x \geq 0; y \geq 0$

Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 350 \\ y \leq 310 \\ 70x + 90y \leq 30000 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y \leq 350 \\ y \leq 310 \\ 7x + 9y \leq 3000 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

El beneficio de cada móvil de la calidad A es de $100 - 70 = 30$ € y cada móvil de clase B tiene un beneficio de $150 - 90 = 60$ €. La función que deseamos maximizar son los beneficios totales: $B(x, y) = 30x + 60y$

b) Representamos las rectas asociadas a las restricciones, hallando una tabla de valores para cada una de ellas.

$$x + y = 350$$

x	$y = 350 - x$
0	350
40	310
75	275

$$7x + 9y = 3000$$

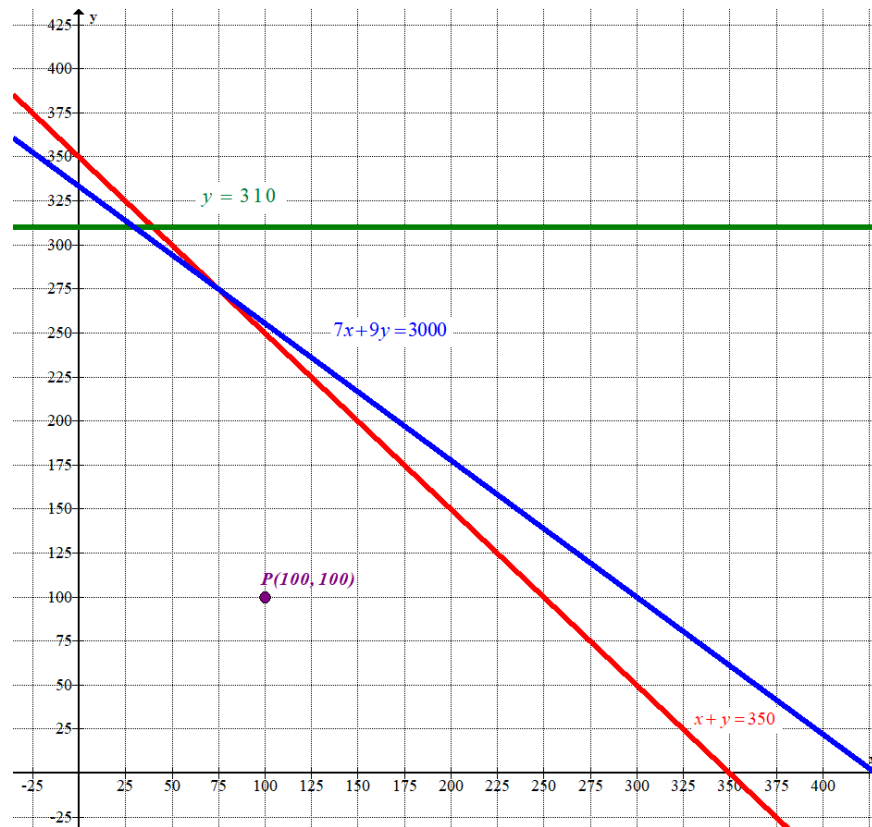
x	$y = \frac{3000 - 7x}{9}$
30	310
75	275
300	100

$$y = 310$$

x	$y = 310$
0	310
30	310

$$x \geq 0; y \geq 0$$

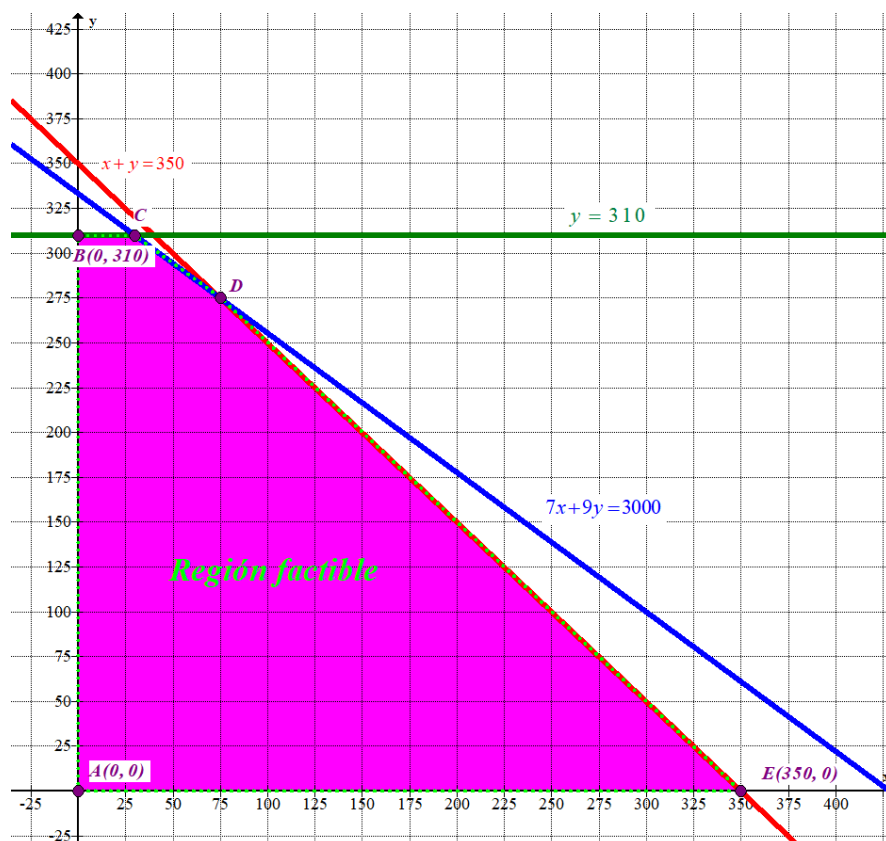
Pimer
cuadrante



Comprobamos que el punto $P(100, 100)$ cumple todas las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 100 + 100 \leq 350 \\ 100 \leq 310 \\ 7 \cdot 100 + 9 \cdot 100 \leq 3000 \\ 100 \geq 0; 100 \geq 0 \end{array} \right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

La región factible es la zona coloreada del dibujo. Indicamos las coordenadas de sus vértices.



Hallamos las coordenadas de los vértices C y D.

$$C \rightarrow \begin{cases} y = 310 \\ 7x + 9y = 3000 \end{cases} \Rightarrow 7x + 2790 = 3000 \Rightarrow 7x = 210 \Rightarrow x = \frac{210}{7} = 30 \Rightarrow C(30, 210)$$

$$D \rightarrow \begin{cases} 7x + 9y = 3000 \\ x + y = 350 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x + 9y = 3000 \\ y = 350 - x \end{cases} \Rightarrow 7x + 3150 - 9x = 3000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2x = -150 \Rightarrow x = \frac{-150}{-2} = 75 \Rightarrow y = 350 - 75 = 275 \Rightarrow D(75, 275)$$

Valoramos los beneficios en cada vértice de la región factible.

$$A(0, 0) \rightarrow B(0, 0) = 30 \cdot 0 + 60 \cdot 0 = 0$$

$$B(0, 310) \rightarrow B(0, 310) = 30 \cdot 0 + 60 \cdot 310 = 18600$$

$$C(30, 310) \rightarrow B(30, 310) = 30 \cdot 30 + 60 \cdot 310 = 19500 \text{ ¡Máximo!}$$

$$D(75, 275) \rightarrow B(75, 275) = 30 \cdot 75 + 60 \cdot 275 = 18750$$

$$E(350, 0) \rightarrow B(350, 0) = 30 \cdot 350 + 60 \cdot 0 = 10500$$

El máximo beneficio se obtiene en el vértice C(30, 310), que significa fabricar 30 móviles de clase A y 310 de clase B. El beneficio máximo que se consigue es de 19 500 euros.