



**EVALUACIÓN DE BACHILLERATO
PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)
FASE GENERAL
CURSO 2017–2018**

MATERIA: MATEMÁTICAS II

(1)

Convocatoria: JUNIO

- . Elija una de las opciones A o B, y conteste a las cuatro cuestiones que componen la opción elegida. Si mezcla preguntas de las dos opciones el tribunal podrá anular su examen.
- . En el desarrollo de cada problema, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarlo. Se califica todo.

OPCIÓN A

1.- Se dispone de un hilo metálico de longitud 140 m. Se quiere dividir dicho hilo en tres trozos de forma que la longitud de uno de los trozos sea el doble de la longitud de otro y tal que, al construir con cada uno de los tres trozos de hilo un cuadrado, la suma de las áreas de los tres cuadrados sea mínima. Encontrar la longitud de cada trozo. (2,5 puntos)

2.- Dado el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} x + ky + kz = 1 \\ x + y + z = 1 \\ x + 2y + 4z = 2 \end{array} \right\}$$

- a) Discutir el sistema según los valores del parámetro k (1,25 pts)
- b) Resolver el sistema para $k = 1$ (1,25 pts)

3.- a) Halle la ecuación del plano π que pasa por los puntos $A(-1,5,0)$ y $B(0,1,1)$ y es paralelo a la

recta $r \equiv \begin{cases} 3x + 2y - 3 = 0 \\ 2y - 3z - 1 = 0 \end{cases}$ (1,5 pts)

b) Escribir la ecuación de una recta paralela a la recta r y que pasa por el punto medio del segmento $\overline{AB}$ (1 pto)

4.- Se sabe que el 30% de todos los fallos en las tuberías de plantas químicas son ocasionados por errores del operador.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que, de 20 fallos en una planta química, exactamente 5 se deban a errores del operador? (1.25 pts)
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que 2 o más fallos de 20 encontrados en una planta química, se deban a errores del operador? (1.25 pts)



**EVALUACIÓN DE BACHILLERATO
PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)
FASE GENERAL
CURSO 2017–2018**

MATERIA: MATEMÁTICAS II

(1)

Convocatoria: JUNIO

. Elija una de las opciones A o B, y conteste a las cuatro cuestiones que componen la opción elegida. Si mezcla preguntas de las dos opciones el tribunal podrá anular su examen.
. En el desarrollo de cada problema, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarlo. Se califica todo.

OPCIÓN B

1.- Calcular las asíntotas y los extremos relativos de la función $y = 3x + \frac{3x}{x-1}$ (2,5 pts)

2.- Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m+1 & 2 \\ m-2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Calcular los valores del parámetro m para los cuales la matriz A tiene inversa. (1 pts)
b) Para $m = 1$, calcular la matriz inversa A^{-1} (1,5 pts)

3.- Dados los planos: $\pi_1 : x + y + z - 5 = 0$ y $\pi_2 : \begin{cases} x = 3 + \lambda + 2\mu \\ y = 1 - \lambda - \mu \\ z = 1 + \mu \end{cases}$

- a) Comprobar que los planos π_1 y π_2 se cortan en una recta. Hallar la ecuación de dicha recta en forma paramétrica. (1,75 pts)
b) Hallar la ecuación del plano π_3 que pasa por el origen y es perpendicular a los planos π_1 y π_2 (0.75 pts)

4.- El 75% de los alumnos de un instituto acude a clase en algún tipo de transporte y el resto acude andando. Por otra parte, llegan puntual a clase el 60% de los que utilizan transporte y el 90% de los que acuden andando. Se pide:

- a) Si se elige un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya llegado puntual a clase? (1.25 pts)
b) Si se elige al azar uno de los alumnos que ha llegado puntual a clase, ¿cuál es la probabilidad de que haya acudido andando? (1.25 pts)

SOLUCIONES

OPCIÓN A

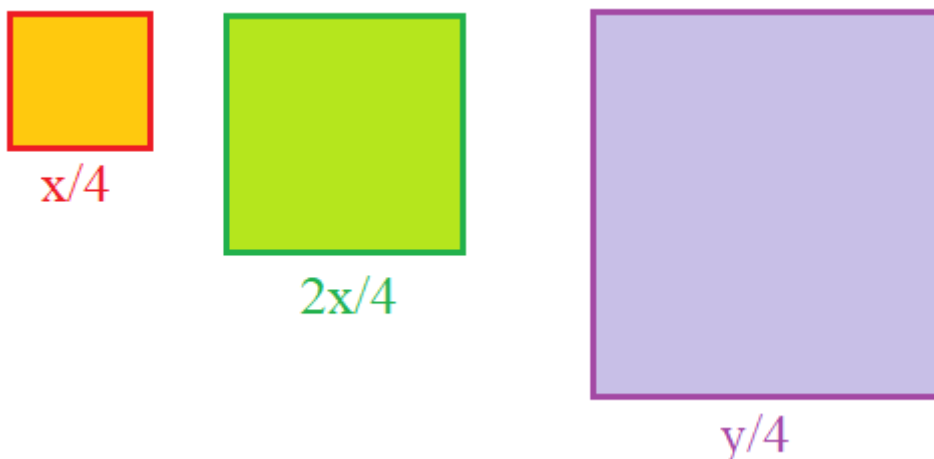
1.- Se dispone de un hilo metálico de longitud 140 m. Se quiere dividir dicho hilo en tres trozos de forma que la longitud de uno de los trozos sea el doble de la longitud de otro y tal que, al construir con cada uno de los tres trozos de hilo un cuadrado, la suma de las áreas de los tres cuadrados sea mínima. Encontrar la longitud de cada trozo. (2,5 puntos)

Queremos dividir un hilo de longitud 140 m en tres trozos de forma que la longitud de uno de los trozos sea el doble de la longitud de otro.



Se cumple que $x + 2x + y = 140$.

Queremos construir tres cuadrados con cada uno de los trozos de hilo, por lo que la longitud del lado del cuadrado será la cuarta parte de la longitud del trozo de hilo elegido.



Tenemos que minimizar la suma de las áreas de los tres cuadrados.

$$A(x, y) = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{2x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2$$

Como $x + 2x + y = 140 \Rightarrow 3x + y = 140 \Rightarrow y = 140 - 3x$ sustituimos “y” por el valor obtenido y obtenemos una función que solo depende de la variable “x”.

$$A(x, y) = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{2x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = \frac{x^2}{16} + \frac{4x^2}{16} + \frac{y^2}{16} = \frac{5x^2 + y^2}{16}$$

$$A(x, y) = \frac{5x^2 + y^2}{16} \left. \begin{array}{l} \\ y = 140 - 3x \end{array} \right\} \Rightarrow A(x) = \frac{5x^2 + (140 - 3x)^2}{16} = \frac{5x^2 + 19600 + 9x^2 - 840x}{16} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A(x) = \frac{14x^2 - 840x + 19600}{16} = \frac{7x^2 - 420x + 9800}{8}$$

Calculamos la derivada de la función y averiguamos cuando se anula.

$$A(x) = \frac{7x^2 - 420x + 9800}{8} \Rightarrow A'(x) = \frac{14x - 420}{8}$$

$$A'(x) = 0 \Rightarrow \frac{14x - 420}{8} = 0 \Rightarrow 14x - 420 = 0 \Rightarrow 14x = 420 \Rightarrow \boxed{x = \frac{420}{14} = 30}$$

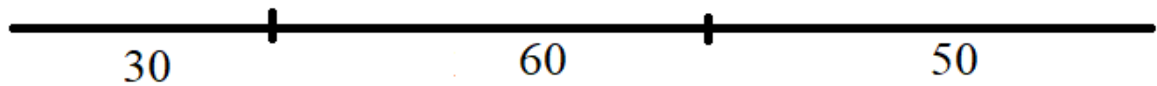
Sustituimos el valor crítico $x = 30$ en la derivada segunda para comprobar si es mínimo.

$$A'(x) = \frac{14x - 420}{8} \Rightarrow A''(x) = \frac{14}{8} \Rightarrow A''(30) = \frac{14}{8} > 0$$

Como la derivada segunda es positiva en $x = 30$ tendremos un mínimo de la función.

Para $x = 30$ tenemos que $y = 140 - 3 \cdot 30 = 50$.

Los trozos en que dividimos un hilo de 140 metros para cumplir lo pedido son 30, 60 y 50 metros.



2.- Dado el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} x + ky + kz = 1 \\ x + y + z = 1 \\ x + 2y + 4z = 2 \end{array} \right\}$$

a) Discutir el sistema según los valores del parámetro k

(1,25 pts)

b) Resolver el sistema para $k = 1$

(1,25 pts)

a) El sistema tiene como matriz de coeficientes $A = \begin{pmatrix} 1 & k & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ y como matriz ampliada

$$A/B = \begin{pmatrix} 1 & k & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Vemos cuando se anula el determinante de A.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & k & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 4 + k + 2k - k - 4k - 2 = -2k + 2$$

$$|A| = 0 \Rightarrow -2k + 2 = 0 \Rightarrow -2k = -2 \Rightarrow k = \frac{-2}{-2} = 1$$

Estudiamos dos situaciones diferentes.

CASO 1. $k \neq 1$

En este caso el determinante de A es no nulo y su rango es 3, al igual que el rango de la matriz ampliada e igual que el número de incógnitas (3). El sistema es compatible determinado (una única solución).

CASO 2. $k = 1$

En este caso el determinante de A es nulo y su rango es menor de 3. Estudiamos el rango de A y el de A/B con el método de Gauss.

La matriz ampliada queda $A/B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

$$A/B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Fila } 3^a - \text{Fila } 1^a \\ 1 \quad 2 \quad 4 \quad 2 \\ -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \\ \hline 0 \quad 1 \quad 3 \quad 1 \rightarrow \text{Nueva Fila } 3^a \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Fila } 2^a - \text{Fila } 1^a \\ 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\ -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \rightarrow \text{Nueva Fila } 2^a \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} \overbrace{1 \quad 1 \quad 1 \quad 1}^{A/B} \\ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\ 0 \quad \underbrace{1 \quad 3 \quad 1}_A \end{pmatrix}$$

El rango de A es 2, al igual que el de A/B, pero menor que el número de incógnitas (3). El sistema es compatible indeterminado (infinitas soluciones).

Resumiendo: Si $k \neq 1$ el sistema es compatible determinado y si $k = 1$ el sistema es compatible indeterminado.

- b) Para $k = 1$ hemos visto que el sistema es compatible indeterminado. Hallamos la expresión de sus soluciones a partir del sistema equivalente obtenido en el apartado anterior.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ x + y + z = 1 \\ x + 2y + 4z = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ y + 3z = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ \boxed{y = 1 - 3z} \end{array} \right\} \Rightarrow x + 1 - 3z + z = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x - 2z = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2z} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = 1 - 3\lambda; \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \lambda \end{cases}$$

Las soluciones del sistema son $\begin{cases} x = 2\lambda \\ y = 1 - 3\lambda; \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \lambda \end{cases}$.

- 3.- a) Halle la ecuación del plano π que pasa por los puntos $A(-1,5,0)$ y $B(0,1,1)$ y es paralelo a la recta $r \equiv \begin{cases} 3x+2y-3=0 \\ 2y-3z-1=0 \end{cases}$ (1,5 pts)
- b) Escribir la ecuación de una recta paralela a la recta r y que pasa por el punto medio del segmento $\overline{AB}$ (1 pto)

- a) Como la recta r es paralela al plano π el vector director de la recta será uno de los vectores directores del plano. El otro vector director del plano es $\overrightarrow{AB}$.
Hallamos el vector director de la recta r .

$$r \equiv \begin{cases} 3x+2y-3=0 \\ 2y-3z-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2y-3=0 \\ y=\frac{1+3z}{2} \end{cases} \Rightarrow 3x+2\frac{1+3z}{2}-3=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x+1+3z-3=0 \Rightarrow 3x=2-3z \Rightarrow x=\frac{2}{3}-z \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x=\frac{2}{3}-\lambda \\ y=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\lambda \\ z=\lambda \end{cases}$$

$$\Rightarrow r \equiv \begin{cases} P_r\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 0\right) \\ \vec{u}_r = \left(-1, \frac{3}{2}, 1\right) \Rightarrow \{\text{multiplico por 2}\} \Rightarrow \vec{v}_r = (-2, 3, 2) \end{cases}$$

Hallamos la ecuación del plano pedido.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{u} = \vec{v}_r = (-2, 3, 2) \\ \vec{v} = \overrightarrow{AB} = (0, 1, 1) - (-1, 5, 0) = (1, -4, 1) \\ B(0, 1, 1) \in \pi \end{array} \right\} \Rightarrow \pi: \begin{vmatrix} x & y-1 & z-1 \\ -2 & 3 & 2 \\ 1 & -4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x+2y-2+8z-8-3z+3+2y-2+8x=0 \Rightarrow \boxed{\pi: 11x+4y+5z-9=0}$$

El plano pedido tiene ecuación $\pi: 11x+4y+5z-9=0$.

- b) Hallamos el punto medio del segmento $\overline{AB}$.

$$M = \frac{(-1, 5, 0) + (0, 1, 1)}{2} = \left(\frac{-1}{2}, 3, \frac{1}{2}\right)$$

Como la recta s pedida debe ser paralela a la recta r tiene el mismo vector director.

$$\left. \begin{array}{l} M\left(\frac{-1}{2}, 3, \frac{1}{2}\right) \in s \\ \vec{u}_s = \vec{v}_r = (-2, 3, 2) \end{array} \right\} \Rightarrow s: \begin{cases} x = \frac{-1}{2} - 2\lambda \\ y = 3 + 3\lambda \\ z = \frac{1}{2} + 2\lambda \end{cases} ; \lambda \in \mathbb{R}$$

4.- Se sabe que el 30% de todos los fallos en las tuberías de plantas químicas son ocasionados por errores del operador.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que, de 20 fallos en una planta química, exactamente 5 se deban a errores del operador? (1.25 pts)
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que 2 o más fallos de 20 encontrados en una planta química, se deban a errores del operador? (1.25 pts)

Es un problema de distribución binomial.

X = Número de fallos del operador en un grupo de 20 fallos.

La probabilidad de que un fallo se deba a un operador es $p = 0.30$. El número de repeticiones es $n = 20$. $X = B(20, 0.3)$

- a) Nos piden calcular $P(X = 5)$.

$$P(X = 5) = \binom{20}{5} 0.3^5 \cdot 0.7^{15} = 15504 \cdot 0.3^5 \cdot 0.7^{15} = \boxed{0.1789}$$

- b) Nos piden calcular $P(X \geq 2)$. Utilizamos el suceso contrario para hacer más fácil el cálculo de esta probabilidad.

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X < 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)] = \\ &= 1 - \left[\binom{20}{0} 0.3^0 \cdot 0.7^{20} + \binom{20}{1} 0.3^1 \cdot 0.7^{19} \right] = 1 - [0.7^{20} + 20 \cdot 0.3 \cdot 0.7^{19}] = \boxed{0.9924} \end{aligned}$$

OPCIÓN B

1.- Calcular las asíntotas y los extremos relativos de la función $y = 3x + \frac{3x}{x-1}$ (2,5 pts)

El dominio de la función son todos los números reales menos los que anulan el denominador.

Dominio $f(x) = \mathbb{R} - \{1\}$

Asíntota vertical. $x = a$

¿ $x = 1$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 3x + \frac{3x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x + 3x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2}{x-1} = \frac{3}{1-1} = \frac{3}{0} = \infty$$

$x = 1$ es asíntota vertical

Asíntota horizontal. $y = b$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} 3x = \infty$$

No tiene asíntota horizontal.

Asíntota oblicua. $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x^2}{x-1}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{x^2} = 3$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} 3x + \frac{3x}{x-1} - 3x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x} = 3$$

La recta $y = 3x + 3$ es asíntota oblicua de la función.

Calculamos los extremos relativos buscando cuando se anula la derivada de la función.

$$y = 3x + \frac{3x}{x-1} \Rightarrow y' = 3 + \frac{3(x-1) - 1 \cdot 3x}{(x-1)^2} = 3 + \frac{3x - 3 - 3x}{(x-1)^2} = 3 - \frac{3}{(x-1)^2}$$

$$y' = 0 \Rightarrow 3 - \frac{3}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow \frac{3}{(x-1)^2} = 3 \Rightarrow 3 = 3(x-1)^2 \Rightarrow 1 = (x-1)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x-1 = \sqrt{1} = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x-1=1 \rightarrow \boxed{x=2} \\ x-1=-1 \rightarrow \boxed{x=0} \end{cases}$$

Sustituimos estos dos valores obtenidos en la segunda derivada para comprobar si son máximos o mínimos.

$$f'(x) = 3 - \frac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow f''(x) = -\frac{0 \cdot (x-1)^2 - 3 \cdot 2(x-1)}{(x-1)^4} = \frac{6(x-1)}{(x-1)^4} = \frac{6}{(x-1)^3}$$

$$f''(2) = \frac{6}{(2-1)^3} = 6 > 0 \rightarrow x = 2 \text{ es mínimo}$$

$$f''(0) = \frac{6}{(0-1)^3} = -6 < 0 \rightarrow x = 0 \text{ es máximo}$$

Como $f(0) = 3 \cdot 0 + \frac{3 \cdot 0}{0-1} = 0$ el máximo relativo tiene coordenadas (0,0).

Como $f(2) = 3 \cdot 2 + \frac{3 \cdot 2}{2-1} = 12$ el mínimo relativo tiene coordenadas (2,12).

2.- Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m+1 & 2 \\ m-2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcular los valores del parámetro m para los cuales la matriz A tiene inversa. (1 ptos)

b) Para $m = 1$, calcular la matriz inversa A^{-1} (1,5 ptos)

a) Para que la matriz tenga inversa su determinante debe tener valor no nulo.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m+1 & 2 \\ m-2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 0 + (m+1)(m-2) - 0 - 0 = (m+1)(m-2)$$

$$|A| = 0 \Rightarrow (m+1)(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m+1 = 0 \rightarrow m = -1 \\ m-2 = 0 \rightarrow m = 2 \end{cases}$$

La matriz A tiene inversa para cualquier valor de m distinto de -1 y 2 .

b) Para $m = 1$ la matriz queda $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Calculamos su inversa.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 0 - 2 - 0 - 0 - 0 = -2 \neq 0$$

$$A^{-1} = \frac{Adj(A^t)}{|A|} = \frac{Adj \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}}{-2} = \frac{-1}{2} \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{-1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1/2 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$3.- \text{ Dados los planos: } \pi_1 : x + y + z - 5 = 0 \text{ y } \pi_2 : \begin{cases} x = 3 + \lambda + 2\mu \\ y = 1 - \lambda - \mu \\ z = 1 + \mu \end{cases}$$

a) Comprobar que los planos π_1 y π_2 se cortan en una recta. Hallar la ecuación de dicha recta en forma paramétrica. (1,75 pts)

b) Hallar la ecuación del plano π_3 que pasa por el origen y es perpendicular a los planos π_1 y π_2 (0,75 pts)

a) Hallamos los vectores normales de los planos.

$$\pi_1 : x + y + z - 5 = 0 \Rightarrow \vec{n}_1 = (1, 1, 1)$$

$$\pi_2 : \begin{cases} x = 3 + \lambda + 2\mu \\ y = 1 - \lambda - \mu \\ z = 1 + \mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + \lambda + 2\mu \\ y = 1 - \lambda - \mu \\ z - 1 = \mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + \lambda + 2z - 2 \\ y = 1 - \lambda - z + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + \lambda + 2z \\ y = -\lambda - z + 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 + \lambda + 2z \\ \lambda = -y - z + 2 \end{cases} \Rightarrow x = 1 - y - z + 2 + 2z \Rightarrow \pi_2 : x + y - z = 3 \Rightarrow \vec{n}_2 = (1, 1, -1)$$

Los vectores normales son $\vec{n}_1 = (1, 1, 1)$ y $\vec{n}_2 = (1, 1, -1)$. Estos vectores no tienen coordenadas proporcionales por lo que los planos no son ni paralelos ni coincidentes, los planos π_1 y π_2 se cortan en una recta.

La ecuación implícita de la recta r intersección de los planos es $r : \begin{cases} x + y + z = 5 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$.

Hallamos las ecuaciones paramétricas de la recta.

$$r : \begin{cases} x + y + z = 5 \\ x + y - z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 5 \\ x = 3 - y + z \end{cases} \Rightarrow 3 - y + z + y + z = 5 \Rightarrow 2z = 2 \Rightarrow z = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 3 - y + 1 \Rightarrow x = 4 - y \Rightarrow r : \begin{cases} x = 4 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 \end{cases}$$

b) El plano perpendicular a los dos planos π_1 y π_2 tiene como vector normal el vector director de la recta intersección de los dos planos.

$$r : \begin{cases} x = 4 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_r = (-1, 1, 0)$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{n}_3 = \vec{v}_r = (-1, 1, 0) \\ (0, 0, 0) \in \pi_3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \pi_3 : -x + y + D = 0 \\ (0, 0, 0) \in \pi_3 \end{array} \right\} \Rightarrow -0 + 0 + D = 0 \Rightarrow D = 0 \Rightarrow \boxed{\pi_3 : -x + y = 0}$$

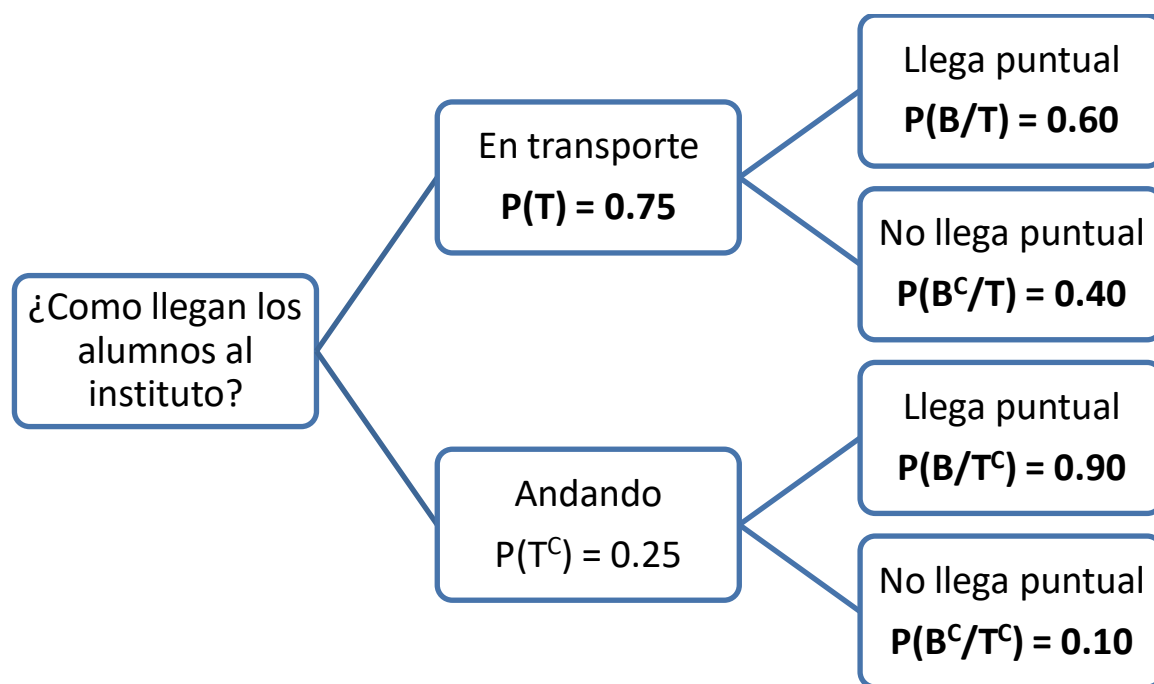
El plano buscado tiene ecuación $\pi_3 : -x + y = 0$.

4.- El 75% de los alumnos de un instituto acude a clase en algún tipo de transporte y el resto acude andando. Por otra parte, llegan puntual a clase el 60% de los que utilizan transporte y el 90% de los que acuden andando. Se pide:

- a) Si se elige un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya llegado puntual a clase? (1.25 pts)
- b) Si se elige al azar uno de los alumnos que ha llegado puntual a clase, ¿cuál es la probabilidad de que haya acudido andando? (1.25 pts)

Llamamos T al suceso “El alumno acude al instituto en algún tipo de transporte”, T^c al suceso contrario “El alumno acude al instituto andando” y B al suceso “El alumno llega puntual al instituto”.

Realizamos un diagrama de árbol.



- a) Nos piden calcular $P(B)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(B) = P(T)P(B/T) + P(T^c)P(B/T^c) =$$

$$= 0.75 \cdot 0.6 + 0.25 \cdot 0.9 = \boxed{0.675}$$

- b) Nos piden calcular $P(T^c/B)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(T^c/B) = \frac{P(T^c \cap B)}{P(B)} = \frac{P(T^c)P(B/T^c)}{P(B)} = \frac{0.25 \cdot 0.9}{0.675} = \boxed{\frac{1}{3} \approx 0.3333}$$