

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS

MAYO 2024

MATEMÁTICAS

INDICACIONES

- El examen consta de **seis ejercicios**. El alumno ha de elegir y resolver **tres** de ellos completos.
- Cada ejercicio tiene un valor máximo de 10 puntos. La nota del examen será igual a la media aritmética de las notas de los tres ejercicios elegidos.
- Las respuestas deben ser razonadas.
- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.
- Si responde a más de tres ejercicios, solo se corregirán los tres primeros que haya resuelto según el orden en que se presenten en el cuadernillo de examen.

Ejercicio 1 [10 PUNTOS]

Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & a & a \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ que depende de un parámetro $a \in \mathbb{R}$.

- 1) [2,5 PUNTOS] Calcule el determinante de A en función del parámetro a .
- 2) [2,5 PUNTOS] Determine los a para los cuales A tiene inversa.
- 3) [5 PUNTOS] Calcule la inversa de A para el caso $a = 0$.

Ejercicio 2 [10 PUNTOS]

Considere la función $f(x) = 3x^2 - 6x + 6$.

- 1) [2 PUNTOS] Indique si $f(x)$ corta con los ejes y, en ese caso, el punto o puntos de corte.
- 2) [4 PUNTOS] Calcule la parte del dominio de definición de $f(x)$ en que es convexa.
- 3) [4 PUNTOS] Represente gráficamente a $f(x)$.

Ejercicio 3 [10 PUNTOS]

De un valor a los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$ para que

$$3x - a = 8y - b$$

sea la ecuación de una recta que pase por el origen de coordenadas, es decir, que pase por el punto $(0, 0)$.

Ejercicio 4 [10 PUNTOS]

Considere el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} ax + y - z = 1 \\ 3x + 2y + az = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2a \end{cases}$$

que depende del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

- 1) [5 PUNTOS] Determine para que valores de a el sistema es compatible determinado.
- 2) [5 PUNTOS] Calcule la solución del sistema cuando a toma los valores para los cuales el sistema es compatible determinado.

Ejercicio 5 [10 PUNTOS]

Considera la función

$$f(x) = \frac{4 - x^2}{2 - x}$$

para todo $x \in \mathbb{R}$.

- 1) [2,5 PUNTOS] Determine el dominio de $f(x)$.
- 2) [2,5 PUNTOS] Determine el rango de $f(x)$.
- 3) [5 PUNTOS] Determine el/los intervalo(s) de decrecimiento de $f(x)$.

Ejercicio 6 [10 PUNTOS]

Considere los puntos $A = (1, 0)$ y $B = (3, 2)$.

- 1) [5 PUNTOS] Calcule la distancia entre A y B .
- 2) [5 PUNTOS] Determine la ecuación de la recta que pasa por A y B .