



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)

FASE GENERAL

CURSO 2016–2017

MATERIA: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales	(1)
---	------------

Convocatoria: JUNIO

-
- Se debe elegir sólo una de las pruebas (A o B)
 - Cada una de las preguntas tendrá una puntuación máxima de 2,5 puntos
-

OPCIÓN A

1. Un estudio realizado por una compañía de seguros de coches estima que una de cada cinco personas accidentadas es mujer. Si se contabilizan, por término medio, 144 accidentes cada fin de semana:

- a) Calcular la probabilidad de que, en un fin de semana, la proporción de mujeres accidentadas supere el 23%.
- b) Calcular la probabilidad de que, en un fin de semana, la proporción de hombres accidentados no supere el 84%.
- c) ¿Cuál es, por término medio, el número esperado de hombres accidentados cada fin de semana?

2. Para una muestra de tamaño 100, y con una desviación típica de 15 años, la estimación media de la edad, en años, de los usuarios del servicio de atención a personas mayores, está entre 61,745 y 68,255 (ambos incluidos). Suponiendo que la variable manejada es normal:

- a) ¿Cuál es la media muestral obtenida?
- b) ¿Cuál es el nivel de confianza utilizado?
- c) Usando la estimación puntual de la media obtenida en el apartado a), ¿cuál es la probabilidad de que la media de edad de 9 usuarios del servicio sea mayor o igual que 66 años?

3.- Una empresa de material fotográfico oferta una máquina de revelado asegurando que es capaz de pasar a papel 13 fotografías por minuto. Sus cualidades se van deteriorando con el tiempo, de forma que el número de fotografías por minuto varía en función del número de años transcurridos desde su compra, según la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} -0,5x + 13 & \text{si } 0 \leq x < 6 \\ \frac{5(x+14)}{x+4} & \text{si } x \geq 6 \end{cases}$$

- a) Comprobar que el número de fotografías por minuto decrece con el paso de los años.
- b) Justificar que a partir de los 6 años revelará menos de 10 fotografías por minuto y que no revelará menos de 5 fotografías por minuto por muy vieja que sea la máquina

4. En el presupuesto de una corporación pública, las partidas dedicadas a inversión en proyectos de interés comunitario, gastos de funcionamiento (personal y corrientes) y gastos sociales (acciones culturales, educativas y sociales) suman 125 millones de euros. La inversión en proyectos es el 56,25% del resto de lo presupuestado y, por cada 9 millones dedicados a gastos sociales, hay 11 dedicados a gastos de funcionamiento.

- a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.
- b) Resolver el sistema anterior ¿Cuáles son las cantidades asignadas a cada partida?

OPCIÓN B

1. El gasto mensual en agua de las familias de 4 miembros es una normal de media 32 euros con una desviación típica de 10 euros. Hallar (justificando las respuestas):

- a) Probabilidad de que el gasto mensual de una de estas familias sea mayor que 36 euros.
- b) Probabilidad de que el gasto mensual de una de estas familias esté entre 28 y 35 euros.
- c) Probabilidad de que el gasto mensual medio de 9 de estas familias no supere los 30 euros.

2. En una ciudad, el 20% de las personas que acceden a un centro comercial urbano proceden del centro de la ciudad, el 45% de barrios periféricos y el resto de pueblos cercanos. Respectivamente, efectúan compras el 60%, el 75% y el 50%.

- a) Dibujar el árbol de probabilidades.
- b) Si un determinado día visitan el centro comercial 2000 personas, ¿cuál es el número esperado que no realiza compras?
- c) De los que entran en una determinada tienda del centro comercial, el 30% realizan compras. ¿Cuál es el porcentaje de los que, entrando y realizando compras en esa tienda, proceden de barrios periféricos?

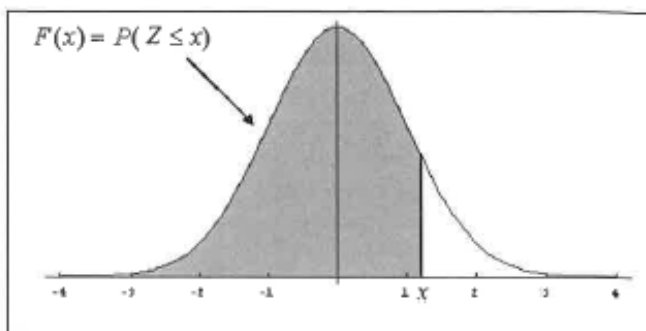
3. Una zona de un patio está limitada por $y = 3(x-1)$ e $y = \frac{(x-1)^2}{4}$

Si las unidades de medida son metros, justificando las respuestas:

- a) Hacer una gráfica de la zona.
- b) ¿Cuántos metros cuadrados tiene la zona?
- c) Se pretende cubrirla de césped artificial que cuesta 10 euros el metro cuadrado. Si, por razones de instalación, se pierde el 15% de la superficie adquirida, ¿cuánto cuesta la cantidad de césped artificial que hay que comprar?

4. Una confitería tiene en el almacén 320 bombones de crema de cacao, 240 bombones con frutos secos y 200 bombones con licor. Estos bombones se venden empaquetados en dos tipos de cajas: azules y rojas. En cada caja azul se incluyen 4 bombones de crema, 4 de frutos secos y 2 de licor. En cada caja roja hay 6 bombones de crema, 2 de frutos secos y 4 de licor. Si la caja azul se vende a 8 euros y la caja roja se vende a 10 euros:

- a) Plantear el problema que determina el número de cajas de cada tipo que se han de confeccionar para maximizar la recaudación.
- b) Representar la región factible, determinar una solución óptima y hallar el valor óptimo de la función objetivo.



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

SOLUCIONES

OPCIÓN A

1. Un estudio realizado por una compañía de seguros de coches estima que una de cada cinco personas accidentadas es mujer. Si se contabilizan, por término medio, 144 accidentes cada fin de semana:

- Calcular la probabilidad de que, en un fin de semana, la proporción de mujeres accidentadas supere el 23%.
- Calcular la probabilidad de que, en un fin de semana, la proporción de hombres accidentados no supere el 84%.
- ¿Cuál es, por término medio, el número esperado de hombres accidentados cada fin de semana?

- a) La proporción de mujeres accidentadas es $p = \frac{1}{5} = 0.2$.

Sea X = Número de mujeres accidentadas de un grupo de 144 accidentes.

La probabilidad de que sea una mujer la que sufra el accidente es $p = 0.2$. El número de repeticiones es $n = 144$.

$$X = B(144, 0.2)$$

La variable binomial X se aproxima con una normal de media $\mu = np = 144 \cdot 0.2 = 28.8$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{144 \cdot 0.2 \cdot 0.8} = 4.8$.

La aproximación es buena pues $np = 28.8 > 5$ y $nq = 144 \cdot 0.8 = 115.2 > 5$.

X se aproxima con una normal $Y = N(28.8, 4.8)$.

Para que la proporción supere el 23% deben producirse al menos $\frac{144 \cdot 23}{100} = 33.12$ accidentes

en los que sea la mujer la accidentada.

Nos piden calcular $P(X \geq 33.12)$.

$$P(X \geq 33.12) = P(Y \geq 33.12) = P\left(Z \geq \frac{33.12 - 28.88}{4.8}\right) = P(Z \geq 0.9) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 0.9) = 1 - 0.8159 = \boxed{0.1841}$$

- b) Para que la proporción de hombres accidentados no supere el 84% la proporción de mujeres accidentadas debe superar el $100 - 84 = 16\%$. Para ello deben producirse más de $\frac{144 \cdot 16}{100} = 23.04$ accidentes donde la accidentada sea una mujer.

Nos piden calcular $P(X > 23.04)$.

$$P(X > 23.04) = P(Y \geq 23.04) = P\left(Z > \frac{23.04 - 28.88}{4.8}\right) = P(Z > -1.22) =$$

$$= P(Z < 1.22) = \boxed{0.8888}$$

- c) El número esperado de mujeres accidentadas es $np = 144 \cdot 0.2 = 28.8$. El número esperado de hombres accidentados son el resto de los 144 accidentados: $144 - 28.8 = 115.2$. Se espera que hayan entre 115 y 116 hombres accidentados de los 144 accidentes del fin de semana.

2. Para una muestra de tamaño 100, y con una desviación típica de 15 años, la estimación media de la edad, en años, de los usuarios del servicio de atención a personas mayores, está entre 61,745 y 68,255 (ambos incluidos). Suponiendo que la variable manejada es normal:

- ¿Cuál es la media muestral obtenida?
- ¿Cuál es el nivel de confianza utilizado?
- Usando la estimación puntual de la media obtenida en el apartado a), ¿cuál es la probabilidad de que la media de edad de 9 usuarios del servicio sea mayor o igual que 66 años?

- a) La media muestral es el valor central del intervalo (61.745, 68.255).

$$\bar{x} = \frac{61.745 + 68.255}{2} = 65 \text{ años}$$

- b) Hallamos el valor de $z_{\alpha/2}$ a partir del error que es la mitad de la amplitud del intervalo.

$$\text{Error} = \frac{68.255 - 61.745}{2} = 3.255$$

Aplicamos la fórmula del error.

$$\text{Error} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 3.255 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{15}{\sqrt{100}} \Rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{3.255 \cdot 10}{15} = 2.17 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.985$$

Despejamos “ $1 - \alpha$ ”

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0.985 \Rightarrow 1 - 0.985 = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 2(1 - 0.985) = \alpha \Rightarrow \alpha = 0.03 \Rightarrow \boxed{1 - \alpha = 0.97}$$

El nivel de confianza es del 97%.

- c) Si X = edad de un usuario del servicio de atención a personas mayores. $X = N(65, 15)$. Entonces la distribución de las medias de muestras de tamaño 9 sigue una distribución normal de la misma media (65) y desviación típica $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{15}{\sqrt{9}} = 5 \text{ años}$. $\bar{X}_9 = N(65, 5)$.

Nos piden calcular $P(\bar{X}_9 \geq 66)$.

$$P(\bar{X}_9 \geq 66) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{\bar{X}_9 - 65}{5} \end{array} \right\} = P\left(Z \geq \frac{66 - 65}{5}\right) = P(Z \geq 0.2) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 0.2) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = 1 - 0.5793 = \boxed{0.4207}$$

3.- Una empresa de material fotográfico oferta una máquina de revelado asegurando que es capaz de pasar a papel 13 fotografías por minuto. Sus cualidades se van deteriorando con el tiempo, de forma que el número de fotografías por minuto varía en función del número de años transcurridos desde su compra, según la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} -0,5x + 13 & \text{si } 0 \leq x < 6 \\ \frac{5(x+14)}{x+4} & \text{si } x \geq 6 \end{cases}$$

- a) Comprobar que el número de fotografías por minuto decrece con el paso de los años.
 b) Justificar que a partir de los 6 años revelará menos de 10 fotografías por minuto y que no revelará menos de 5 fotografías por minuto por muy vieja que sea la máquina

- a) Utilizamos la derivada de la función y su signo.

En el intervalo $[0, 6)$ la función es $f(x) = -0,5x + 13$ y la derivada es $f'(x) = -0,5$, que es siempre negativa. La función decrece.

En el intervalo $(6, +\infty)$ la función es $f(x) = \frac{5(x+14)}{x+4}$ y la derivada es $f'(x) = \frac{5(x+4) - 1 \cdot 5(x+14)}{(x+4)^2} = \frac{5x + 20 - 5x - 70}{(x+4)^2} = \frac{-50}{(x+4)^2}$, que es siempre negativa. La función decrece.

La función decrece en todo su dominio de definición.

- b) Vemos cuantas fotografías revelará el sexto año.

$$f(6) = \frac{5(6+14)}{6+4} = 10$$

Como $f(6) = 10$ y la función decrece podemos afirmar que a partir de los 6 años revelará menos de 10 fotografías por minuto.

Calculamos el límite de la función cuando pasan muchos años.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5(x+14)}{x+4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+70}{x+4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x}{x} = 5$$

La función decrece y en el sexto año revela 10 fotografías por minuto, pero decrece sin llegar a bajar de 5 fotografías por minuto.

4. En el presupuesto de una corporación pública, las partidas dedicadas a inversión en proyectos de interés comunitario, gastos de funcionamiento (personal y corrientes) y gastos sociales (acciones culturales, educativas y sociales) suman 125 millones de euros. La inversión en proyectos es el 56,25% del resto de lo presupuestado y, por cada 9 millones dedicados a gastos sociales, hay 11 dedicados a gastos de funcionamiento.

a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.

b) Resolver el sistema anterior ¿Cuáles son las cantidades asignadas a cada partida?

a) Llamamos “x” a la cantidad asignada a inversión en proyectos de interés comunitario (en millones de euros), “y” a la cantidad asignada a gastos de funcionamiento y “z” a la cantidad asignada a gastos sociales.

“El presupuesto es de 125 millones de euros” $\rightarrow x + y + z = 125$

“La inversión en proyectos es el 56,25% del resto de lo presupuestado” $\rightarrow x = 0.5625(y + z)$

“Por cada 9 millones dedicados a gastos sociales, hay 11 dedicados a gastos de funcionamiento” $\rightarrow$

$$\left. \begin{array}{ccc} \text{Gastos sociales} & & \text{Gastos de funcionamiento} \\ z & \longrightarrow & y \\ 9 & \longrightarrow & 11 \end{array} \right\} \Rightarrow 11z = 9y$$

Reunimos las tres ecuaciones en un sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 125 \\ x = 0.5625(y + z) \\ 11z = 9y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 125 \\ x = 0.5625y + 0.5625z \\ 11z = 9y \end{array} \right\}$$

b) Resolvemos el sistema de ecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 125 \\ x = 0.5625y + 0.5625z \\ 11z = 9y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 0.5625y + 0.5625z + y + z = 125 \\ 11z = 9y \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1.5625y + 1.5625z = 125 \\ 11z = 9y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y + z = \frac{125}{1.5625} = 80 \\ 11z = 9y \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 80 - z \\ 11z = 9y \end{array} \right\} \Rightarrow 11z = 9(80 - z) \Rightarrow 11z = 720 - 9z \Rightarrow 20z = 720 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{z = \frac{720}{20} = 36} \Rightarrow \boxed{y = 80 - 36 = 44} \Rightarrow \boxed{x = 0.5625 \cdot 44 + 0.5625 \cdot 36 = 45}$$

Se asignan a proyectos 45 millones de euros, a gastos de funcionamiento 44 millones y a gastos sociales 36 millones de euros.

OPCIÓN B

1. El gasto mensual en agua de las familias de 4 miembros es una normal de media 32 euros con una desviación típica de 10 euros. Hallar (justificando las respuestas):

- a) Probabilidad de que el gasto mensual de una de estas familias sea mayor que 36 euros.
 b) Probabilidad de que el gasto mensual de una de estas familias esté entre 28 y 35 euros.
 c) Probabilidad de que el gasto mensual medio de 9 de estas familias no supere los 30 euros.

- a) Sea X = El gasto mensual en agua de las familias de 4 miembros.

$$X = N(32, 10)$$

Nos piden calcular $P(X > 36)$.

$$P(X > 36) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \end{array} \right\} = P\left(Z > \frac{36 - 32}{10}\right) = P(Z > 0.4) = 1 - P(Z \leq 0.4) =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} = 1 - 0.6554 = \boxed{0.3446}$$

- b) Nos piden calcular $P(28 < X < 35)$.

$$P(28 < X < 35) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \end{array} \right\} = P\left(\frac{28 - 32}{10} < Z < \frac{35 - 32}{10}\right) = P(-0.4 < Z < 0.3) =$$

$$= P(Z < 0.3) - P(Z < -0.4) = P(Z < 0.3) - P(Z \geq 0.4) = P(Z < 0.3) - [1 - P(Z \leq 0.4)] =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} = 0.6179 - [1 - 0.6554] = \boxed{0.2733}$$

- c) Si $X = N(32, 10)$ la distribución de la media muestral de muestras de tamaño 9 es una distribución normal con la misma media (32) y con desviación típica $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{9}} = \frac{10}{3} \approx 3.33$.

$$\overline{X}_9 = N\left(32, \frac{10}{3}\right).$$

Nos piden calcular $P(\overline{X}_9 \leq 30)$.

$$P(\overline{X}_9 \leq 30) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{\overline{X}_9 - \mu}{\sigma} \end{array} \right\} = P\left(Z \leq \frac{30 - 32}{10/3}\right) = P(Z \leq -0.6) = P(Z \geq 0.6) =$$

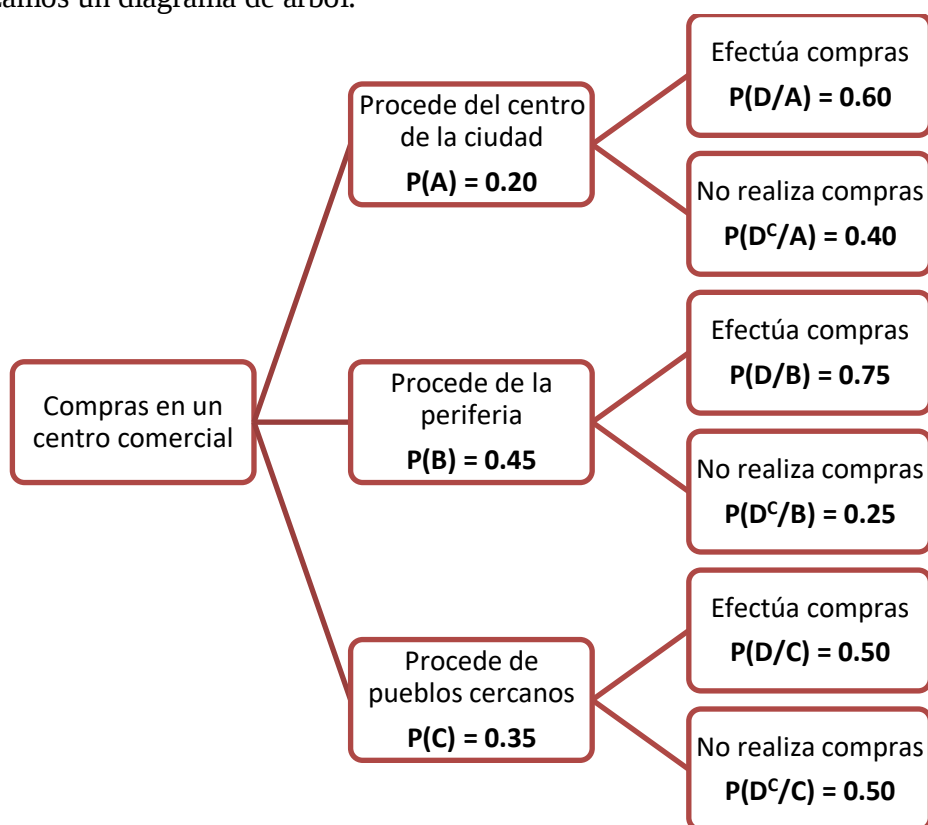
$$= 1 - P(Z \leq 0.6) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} = 1 - 0.7257 = \boxed{0.2743}$$

2. En una ciudad, el 20% de las personas que acceden a un centro comercial urbano proceden del centro de la ciudad, el 45% de barrios periféricos y el resto de pueblos cercanos. Respectivamente, efectúan compras el 60%, el 75% y el 50%.

- Dibujar el árbol de probabilidades.
- Si un determinado día visitan el centro comercial 2000 personas, ¿cuál es el número esperado que no realiza compras?
- De los que entran en una determinada tienda del centro comercial, el 30% realizan compras. ¿Cuál es el porcentaje de los que, entrando y realizando compras en esa tienda, proceden de barrios periféricos?

- Llamamos A = “Proceder del centro de la ciudad”, B = “Proceder de la periferia”, C = “Proceder de los pueblos cercanos” y D = “Efectuar compras en el centro comercial”.

Realizamos un diagrama de árbol.



- Calculamos la probabilidad de que una persona no realice compras $P(D^c)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$\begin{aligned}
 P(D^c) &= P(A)P(D^c/A) + P(B)P(D^c/B) + P(C)P(D^c/C) = \\
 &= 0.2 \cdot 0.4 + 0.45 \cdot 0.25 + 0.35 \cdot 0.5 = \boxed{0.3675}
 \end{aligned}$$

Si acuden 2000 personas el número esperado que no realiza compras es $0.3675 \cdot 2000 = 735$ personas.

- Nos piden calcular $P(B/D)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(B/D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{P(B)P(D/B)}{1 - P(D^c)} = \frac{0.45 \cdot 0.75}{1 - 0.3675} = \frac{135}{253} \approx 0.5336$$

3. Una zona de un patio está limitada por $y = 3(x-1)$ e $y = \frac{(x-1)^2}{4}$

Si las unidades de medida son metros, justificando las respuestas:

- Hacer una gráfica de la zona.
- ¿Cuántos metros cuadrados tiene la zona?
- Se pretende cubrirla de césped artificial que cuesta 10 euros el metro cuadrado. Si, por razones de instalación, se pierde el 15% de la superficie adquirida, ¿cuánto cuesta la cantidad de césped artificial que hay que comprar?

a) Determinamos el vértice de la parábola

$$y = \frac{(x-1)^2}{4} = \frac{x^2 - 2x + 1}{4} = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \Rightarrow x_v = \frac{1/2}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 1 \Rightarrow y_v = \frac{(1-1)^2}{4} = 0$$

El vértice de la parábola es el punto V(1, 0).

Determinamos los puntos de corte de ambas gráficas.

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{(x-1)^2}{4} \\ y = 3(x-1) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{4} = 3(x-1) \Rightarrow (x-1)^2 = 12(x-1) \Rightarrow$$

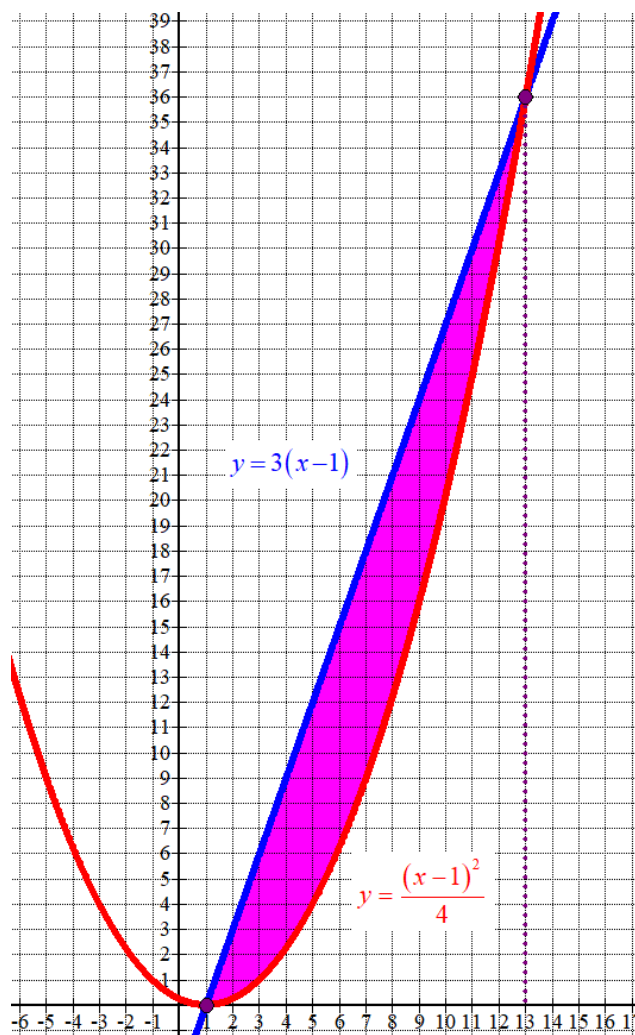
$$\Rightarrow (x-1)^2 - 12(x-1) = 0 \Rightarrow (x-1)[(x-1) - 12] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-13) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \rightarrow \boxed{x=1} \\ x-13=0 \rightarrow \boxed{x=13} \end{cases}$$

Dibujamos las gráficas de las funciones y el recinto limitado por ellas.

x	$y = \frac{(x-1)^2}{4}$
1	0
5	4
13	36

x	$y = 3(x-1)$
1	0
5	12
13	36



- b) El valor del área del recinto limitado por las dos gráficas lo calculamos como la integral definida entre 1 y 13 de la diferencia entre las dos funciones.

$$\begin{aligned}
 \text{Área} &= \int_1^{13} 3(x-1) - \frac{(x-1)^2}{4} dx = \int_1^{13} 3x - 3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} dx = \\
 &= \int_1^{13} -\frac{1}{4}x^2 + \frac{7}{2}x - \frac{13}{4} dx = \left[-\frac{x^3}{12} + \frac{7x^2}{4} - \frac{13}{4}x \right]_1^{13} = \\
 &= \left[-\frac{13^3}{12} + \frac{7 \cdot 13^2}{4} - \frac{13}{4} \cdot 13 \right] - \left[-\frac{1^3}{12} + \frac{7 \cdot 1^2}{4} - \frac{13}{4} \cdot 1 \right] = \boxed{72 \text{ m}^2}
 \end{aligned}$$

La superficie de la zona es de 72 metros cuadrados.

- c) Si se pierde el 15% de la superficie adquirida se aprovecha el 85 %. Si compramos x metros cuadrados debe cumplirse que $0.85 \cdot x = 72 \rightarrow x = \frac{72}{0.85}$ metros cuadrados. Lo multiplicamos por el precio del metro cuadrado y obtenemos lo que debemos pagar por el césped.

$$\frac{72}{0.85} \cdot 10 = \frac{720}{0.85} \approx 847.06 \text{ €}$$

El césped necesario para cubrir el patio nos cuesta 847.06 €.

4. Una confitería tiene en el almacén 320 bombones de crema de cacao, 240 bombones con frutos secos y 200 bombones con licor. Estos bombones se venden empaquetados en dos tipos de cajas: azules y rojas. En cada caja azul se incluyen 4 bombones de crema, 4 de frutos secos y 2 de licor. En cada caja roja hay 6 bombones de crema, 2 de frutos secos y 4 de licor. Si la caja azul se vende a 8 euros y la caja roja se vende a 10 euros:

- a) Plantear el problema que determina el número de cajas de cada tipo que se han de confeccionar para maximizar la recaudación.
 b) Representar la región factible, determinar una solución óptima y hallar el valor óptimo de la función objetivo.

a) Llamemos x = número de cajas azules e y = número de cajas rojas.

Realizamos una tabla para organizar los datos proporcionados.

	Nº bombones de crema	Nº de bombones con frutos secos	Nº de bombones con licor	Ingresos
Nº cajas azules (x)	$4x$	$4x$	$2x$	$8x$
Nº cajas rojas (y)	$6y$	$2y$	$4y$	$10y$
	$4x + 6y$	$4x + 2y$	$2x + 4y$	$8x + 10y$

Las restricciones del problema planteado son:

“Una confitería tiene en el almacén 320 bombones de crema de cacao, 240 bombones con frutos secos y 200 bombones con licor” $\rightarrow 4x + 6y \leq 320; 4x + 2y \leq 240; 2x + 4y \leq 200$

“Las cantidades deben ser positivas y enteras” $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$

Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 6y \leq 320 \\ 4x + 2y \leq 240 \\ 2x + 4y \leq 200 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + 3y \leq 160 \\ 2x + y \leq 120 \\ x + 2y \leq 100 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

La función que deseamos maximizar es la recaudación: $R(x, y) = 8x + 10y$

- b) Representamos las rectas asociadas a las restricciones, hallando una tabla de valores para cada una de ellas.

$$2x + 3y = 160$$

x	$y = \frac{160 - 2x}{3}$
20	40
50	20
80	0

$$2x + y = 120$$

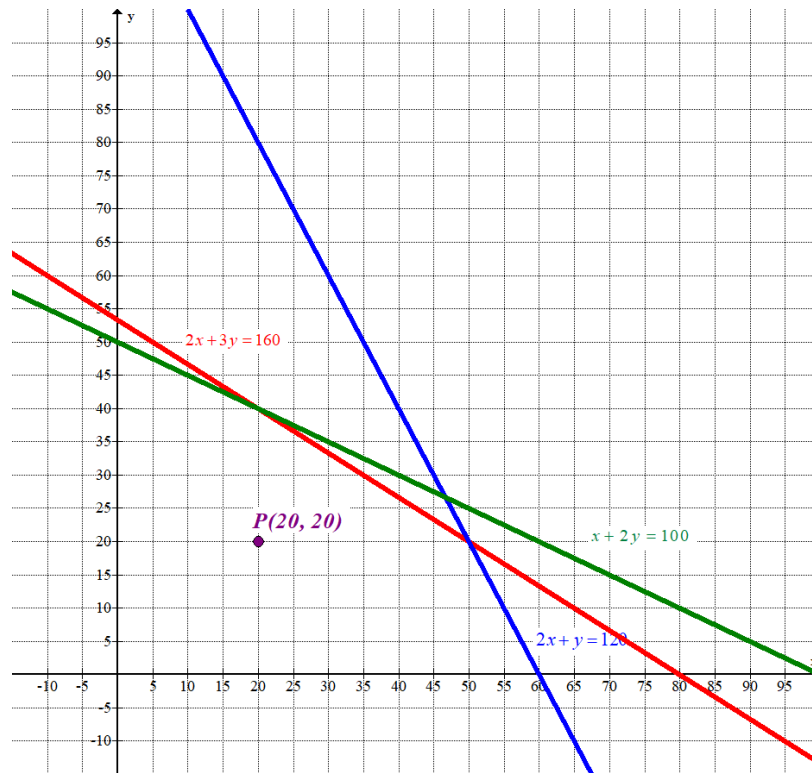
x	$y = 120 - 2x$
0	120
50	20
60	0

$$x + 2y = 100$$

x	$y = \frac{100 - x}{2}$
0	50
20	40

$$x \geq 0; y \geq 0$$

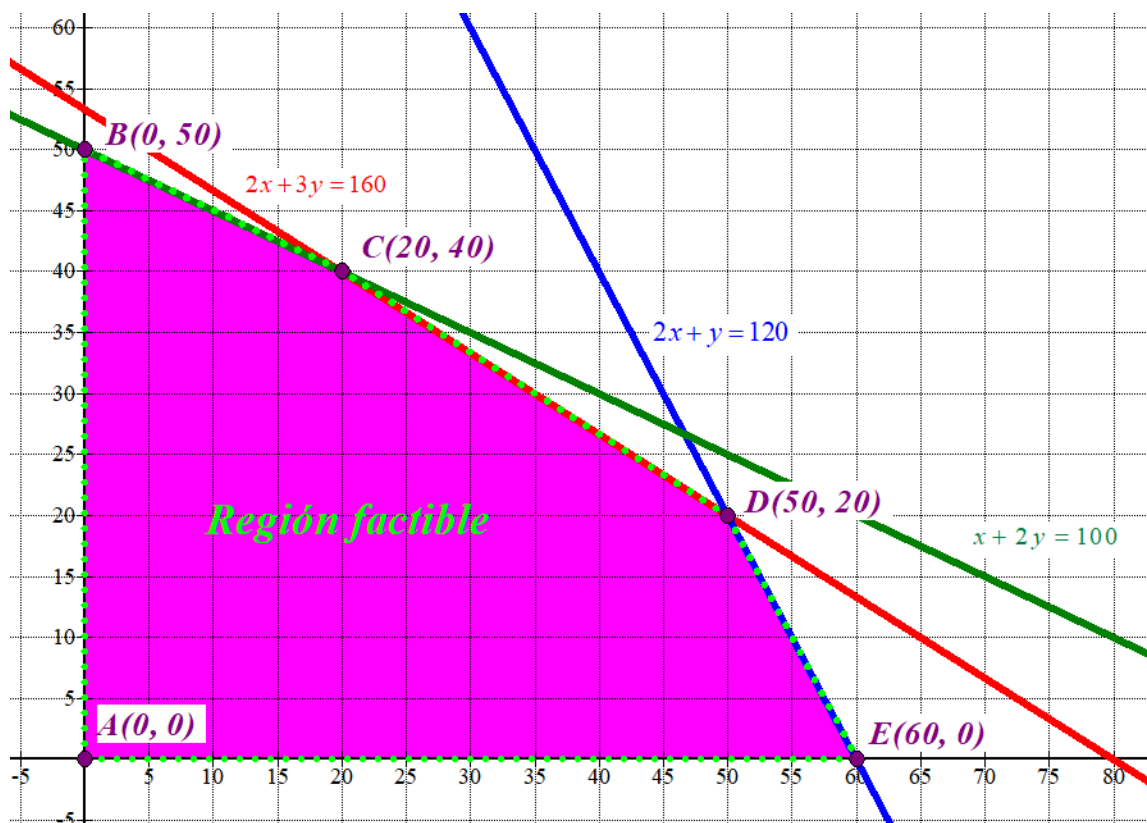
Pimer
cuadrante



Comprobamos que el punto $P(20, 20)$ cumple todas las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 20 + 3 \cdot 20 \leq 160 \\ 2 \cdot 20 + 20 \leq 120 \\ 20 + 2 \cdot 20 \leq 100 \\ 20 \geq 0; 20 \geq 0 \end{array} \right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

La región factible es la zona coloreada del dibujo. Indicamos las coordenadas de sus vértices.



Valoramos la recaudación en cada vértice de la región factible.

$$A(0, 0) \rightarrow R(0, 0) = 0$$

$$B(0, 50) \rightarrow R(0, 50) = 8 \cdot 0 + 10 \cdot 50 = 500$$

$$C(20, 40) \rightarrow R(20, 40) = 8 \cdot 20 + 10 \cdot 40 = 560$$

$$D(50, 20) \rightarrow R(50, 20) = 8 \cdot 50 + 10 \cdot 20 = 600 \text{ ¡Máximo!}$$

$$E(60, 0) \rightarrow R(60, 0) = 8 \cdot 60 + 10 \cdot 0 = 480$$

La máxima recaudación se obtiene en el vértice D(50, 20), que significa confeccionar y vender 50 cajas azules y 20 rojas. Esta recaudación máxima tiene un valor de 600 euros.