



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)

FASE GENERAL

CURSO 2017-2018

MATERIA: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales	(1)
---	------------

Convocatoria:

-
- Se debe elegir sólo una de las opciones (A o B)
 - Cada una de las preguntas tendrá una puntuación máxima de 2,5 puntos
-

OPCIÓN A

1. A partir de una muestra de 100 usuarios del servicio de deportes, se estima que el valor medio de edad de estos usuarios está entre 22,83 y 27,17 años (ambos incluidos). Suponiendo que esta variable es normal, con una desviación típica de 10 años:

- a) ¿Cuál es la media muestral obtenida?
- b) ¿Cuál es el nivel de confianza utilizado?
- c) Usando la estimación puntual de la media obtenida en el apartado a), ¿cuál es la probabilidad de que la media de edad de 16 usuarios del servicio de deportes sea menor o igual que 24 años?

2. El 20% de los habitantes de cierta población dice siempre la verdad y otro 20% miente siempre. El 75% de los que dicen siempre la verdad son felices; también son felices el 50% de los mentirosos y el 20% del resto de la población.

- a) Construir el árbol de probabilidades
- b) Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar no sea feliz.
- c) Se ha elegido una persona al azar, que resulta ser feliz. ¿Cuál es la probabilidad de que diga siempre la verdad?

3. El rendimiento, en tanto por ciento, de un jugador de fútbol, depende de la cantidad de minutos que esté jugando. Si la duración de un partido es de 90 minutos y la función que da el rendimiento en función de esos minutos es:

$$R(t) = \frac{-1}{20}t^2 + 2t + 80$$

- a) ¿En qué momento el jugador tiene mayor rendimiento? ¿Cuál es dicho rendimiento?
- b) ¿En qué minuto el jugador tiene el mismo rendimiento que cuando comenzó el partido?
- c) Si el entrenador quiere cambiarlo cuando esté al 20% de su rendimiento, ¿en qué minuto debe cambiarlo?

4. En un grupo hay 288 personas de entre 18 y 25 años clasificados como estudiantes, empleados y sin ocupación. Por cada cinco estudiantes hay tres empleados y los sin ocupación representan el 80% del resto.

- a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.
- b) ¿Cuántos estudiantes, empleados y sin ocupación hay?

OPCIÓN B

1. Un estudio realizado sobre 600 personas de una ciudad indica que 360 consultan 15 o más veces su teléfono móvil cada tres horas.

a) Con una confianza del 97%, construir un intervalo de confianza para la proporción de personas que consulta menos de 15 veces su teléfono móvil cada tres horas.

b) Si para estimar la proporción de personas que consulta 15 o más veces su teléfono móvil cada tres horas se obtiene el intervalo $[0,5424, 0,6576]$, ¿cuál es el nivel de confianza utilizado?

c) Si la población de la ciudad es de 10.000 personas, usando el nivel de confianza del apartado b), ¿entre qué límites está el número de los que consulta menos de 15 veces su teléfono móvil cada tres horas?

2. El tiempo que tardan en descargarse las baterías de un dispositivo electrónico es una variable con distribución normal de media 3,8 días y desviación típica 1 día. Si se manejan baterías de ese dispositivo, calcular:

a) La probabilidad de que la duración media de una muestra de 16 baterías esté entre 4,1 y 4,3 días.

b) La probabilidad de que la duración media de una muestra de 25 baterías no sea mayor que 3,35 días.

3. El recubrimiento de lona de una terraza tiene una zona deteriorada cuya superficie está limitada por $y = (x - 2)^2$ e $y = -4x + 8$. Si se mide en metros, se pide:

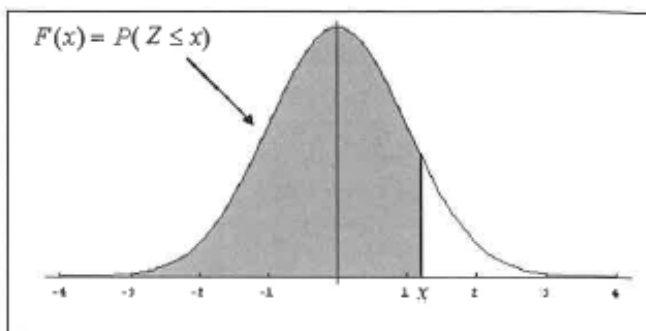
a) Representar la zona deteriorada.

b) Para repararla, se ha de utilizar lona cuyo coste (incluido trabajo de reparación) es de 18 euros por metro cuadrado. Si en el trabajo de reparación se desperdicia la tercera parte de la lona adquirida, ¿cuánto costará la reparación?

4. La encargada de una floristería ha de hacer un pedido semanal de plantas de interior y plantas de exterior. Al proveedor le paga 1€ por cada planta de interior y 2€ por cada planta de exterior. Necesita atender al menos la demanda de un cliente, que solicita cada semana 20 plantas de interior y 30 de exterior. Además, el transporte del pedido le supone unos costes, que son de 0,60€ por cada planta de interior y 0,80€ por cada planta de exterior, y la floristería tiene por norma no sobrepasar los 48€ de costos de transporte por cada pedido semanal. Por otro lado, la encargada recibe una prima de 0,60€ por cada planta de interior que venda y una prima de 0,50€ por cada planta de exterior que venda, y quiere conseguir al menos 30 euros en este pedido.

a) Si quiere minimizar el precio que le tiene que pagar al proveedor, formular el correspondiente problema. Dibujar la región factible.

b) Resolver el problema planteado en a) calculando también cuánto le paga al proveedor y cuánto es el gasto de transporte.



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

SOLUCIONES**OPCIÓN A**

1. A partir de una muestra de 100 usuarios del servicio de deportes, se estima que el valor medio de edad de estos usuarios está entre 22,83 y 27,17 años (ambos incluidos). Suponiendo que esta variable es normal, con una desviación típica de 10 años:

- ¿Cuál es la media muestral obtenida?
- ¿Cuál es el nivel de confianza utilizado?
- Usando la estimación puntual de la media obtenida en el apartado a), ¿cuál es la probabilidad de que la media de edad de 16 usuarios del servicio de deportes sea menor o igual que 24 años?

a) La media muestral es el valor central del intervalo (22.83, 27.17).

$$\bar{x} = \frac{22.83 + 27.17}{2} = 25 \text{ años}$$

b) Hallamos el valor de $z_{\alpha/2}$ a partir del error que es la mitad de la amplitud del intervalo.

$$\text{Error} = \frac{27.17 - 22.83}{2} = 2.17$$

Aplicamos la fórmula del error.

$$\text{Error} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2.17 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{10}{\sqrt{100}} \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.985$$

	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279
0.1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675
0.2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064
0.3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443
0.4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808
0.5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157
0.6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486
0.7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794
0.8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078
0.9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577
1.1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790
1.2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980
1.3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147
1.4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292
1.5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418
1.6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525
1.7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616
1.8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693
1.9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808
2.1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850

Despejamos “ $1 - \alpha$ ”

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0.985 \Rightarrow 1 - 0.985 = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 2(1 - 0.985) = \alpha \Rightarrow \alpha = 0.03 \Rightarrow \boxed{1 - \alpha = 0.97}$$

El nivel de confianza es del 97%.

c) Si X = edad de un usuario del servicio de deportes. $X = N(25, 10)$.

Entonces la distribución de las medias de muestras de tamaño 16 sigue una distribución normal de la misma media (25) y desviación típica $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{16}} = 2.5 \text{ años}$. $\overline{X}_{16} = N(25, 2.5)$.

Nos piden calcular $P(\overline{X}_{16} \leq 24)$.

$$P(\overline{X}_{16} \leq 24) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{\overline{X}_{16} - 25}{2.5} \end{array} \right\} = P\left(Z \leq \frac{24 - 25}{2.5}\right) = P(Z \leq -0.4) =$$

$$= P(Z \geq 0.4) = 1 - P(Z \leq 0.4) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = 1 - 0.6554 = \boxed{0.3446}$$

	0	
0	0,5000	0,5
0,1	0,5398	0,5
0,2	0,5793	0,5
0,3	0,6179	0,5
0,4	0,6554	0,5
0,5	0,6915	0,5

2. El 20% de los habitantes de cierta población dice siempre la verdad y otro 20% miente siempre. El 75% de los que dicen siempre la verdad son felices; también son felices el 50% de los mentirosos y el 20% del resto de la población.

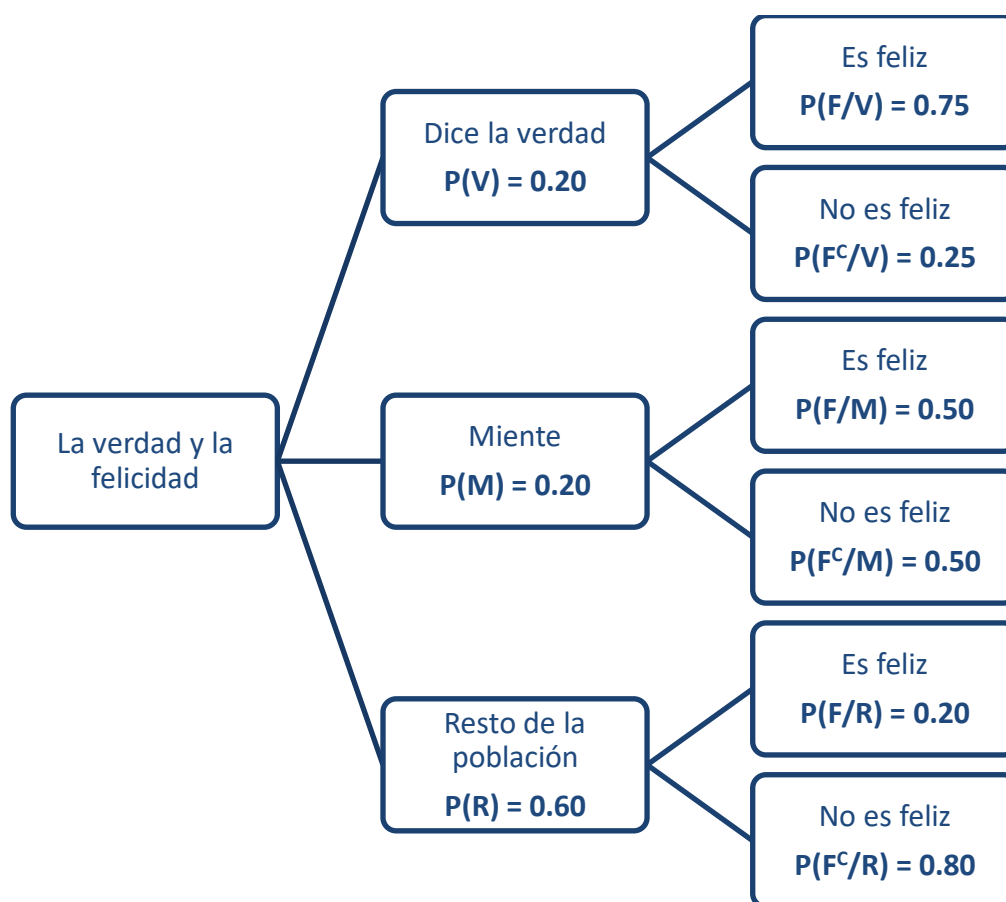
a) Construir el árbol de probabilidades

b) Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar no sea feliz.

c) Se ha elegido una persona al azar, que resulta ser feliz. ¿Cuál es la probabilidad de que diga siempre la verdad?

Llamamos V al suceso “El habitante dice la verdad”, M al suceso “El habitante siempre miente”, R al suceso “El habitante es del resto de la población” y F al suceso “El habitante es feliz”.

a) Hacemos un diagrama de árbol.



b) Nos piden calcular $P(F^c)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$\begin{aligned}
 P(F^c) &= P(V)P(F^c/V) + P(M)P(F^c/M) + P(R)P(F^c/R) = \\
 &= 0.2 \cdot 0.25 + 0.2 \cdot 0.5 + 0.6 \cdot 0.8 = \boxed{0.63}
 \end{aligned}$$

c) Nos piden calcular $P(V/F)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(V/F) = \frac{P(V \cap F)}{P(F)} = \frac{P(V)P(F/V)}{1 - P(F^c)} = \frac{0.2 \cdot 0.75}{1 - 0.63} = \frac{15}{37} \approx 0.4054$$

3. El rendimiento, en tanto por ciento, de un jugador de fútbol, depende de la cantidad de minutos que esté jugando. Si la duración de un partido es de 90 minutos y la función que da el rendimiento en función de esos minutos es:

$$R(t) = \frac{-1}{20}t^2 + 2t + 80$$

- a) ¿En qué momento el jugador tiene mayor rendimiento? ¿Cuál es dicho rendimiento?
 b) ¿En qué minuto el jugador tiene el mismo rendimiento que cuando comenzó el partido?
 c) Si el entrenador quiere cambiarlo cuando esté al 20% de su rendimiento, ¿en qué minuto debe cambiarlo?

La función $R(t) = \frac{-1}{20}t^2 + 2t + 80$ está definida entre $t = 0$ y $t = 90$.

a) Utilizamos la derivada.

$$R(t) = \frac{-1}{20}t^2 + 2t + 80 \Rightarrow R'(t) = \frac{-2}{20}t + 2 = \frac{-1}{10}t + 2$$

$$R'(t) = 0 \Rightarrow \frac{-1}{10}t + 2 = 0 \Rightarrow 2 = \frac{1}{10}t \Rightarrow \boxed{t = 20}$$

El punto crítico de la función se produce en $t = 20$. Comprobamos si es máximo o mínimo usando el signo de la segunda derivada para $t = 20$.

$$R'(t) = \frac{-1}{10}t + 2 \Rightarrow R''(t) = \frac{-1}{10} \Rightarrow R''(20) = \frac{-1}{10} < 0$$

Como la derivada segunda es negativa el rendimiento presenta un máximo cuando $t = 20$.

Hallamos el rendimiento para este valor: $R(20) = \frac{-1}{20}20^2 + 2 \cdot 20 + 80 = 100$.

Con 20 minutos jugando se consigue un rendimiento máximo del 100 %.

b) Hallamos el rendimiento al comienzo del partido: $R(0) = \frac{-1}{20} \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + 80 = 80$.

El rendimiento inicial es del 80 %.

Buscamos cuando se obtiene de nuevo un rendimiento del 80 %.

$$\frac{-1}{20}t^2 + 2t + 80 = 80 \Rightarrow \frac{-1}{20}t^2 + 2t = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \left(\frac{-1}{20}t + 2 \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{t = 0} \\ \frac{-1}{20}t + 2 = 0 \rightarrow 2 = \frac{1}{20}t \rightarrow \boxed{t = 40} \end{cases}$$

El rendimiento inicial (80%) se vuelve a repetir con 40 minutos jugados.

c) Buscamos el valor de t para el cual $R(t) = 20$.

$$\frac{-1}{20}t^2 + 2t + 80 = 20 \Rightarrow \frac{-1}{20}t^2 + 2t + 60 = 0 \Rightarrow -t^2 + 40t + 1200 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{-40 \pm \sqrt{40^2 - 4(-1)(1200)}}{2(-1)} = \frac{-40 \pm 80}{-2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-40 + 80}{-2} = -20 = t \rightarrow \text{¡Imposible!} \\ \frac{-40 - 80}{-2} = \boxed{60 = t} \end{cases}$$

El rendimiento es del 20 % cuando juega 60 minutos.

4. En un grupo hay 288 personas de entre 18 y 25 años clasificados como estudiantes, empleados y sin ocupación. Por cada cinco estudiantes hay tres empleados y los sin ocupación representan el 80% del resto.

a) Plantear el correspondiente sistema de ecuaciones.

b) ¿Cuántos estudiantes, empleados y sin ocupación hay?

a) Llamamos “x” al número de estudiantes, “y” al número de empleados y “z” al número de personas sin ocupación.

“En un grupo hay 288 personas de entre 18 y 25 años clasificados como estudiantes, empleados y sin ocupación” $\rightarrow x + y + z = 288$.

“Por cada cinco estudiantes hay tres empleados” $\rightarrow$

$$\begin{array}{ccc} \text{Estudiantes} & & \text{Empleados} \\ x & \longrightarrow & y \\ 5 & \longrightarrow & 3 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} x & \longrightarrow & y \\ 5 & \longrightarrow & 3 \end{array}} \right\} \Rightarrow 3x = 5y$$

“Los sin ocupación representan el 80% del resto” $\rightarrow z = 0.80(x + y)$

Reunimos las ecuaciones obtenidas en un sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 288 \\ z = 0.80(x + y) \\ 3x = 5y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 288 \\ z = 0.8x + 0.8y \\ 3x - 5y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 288 \\ 10z = 8x + 8y \\ 3x - 5y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 288 \\ 5z = 4x + 4y \\ 3x - 5y = 0 \end{array} \right\}$$

b) Resolvemos el sistema planteado.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 288 \\ 5z = 4x + 4y \\ 3x - 5y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 288 - y - z \\ 5z = 4x + 4y \\ 3x - 5y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5z = 4(288 - y - z) + 4y \\ 3(288 - y - z) - 5y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5z = 1152 - 4y - 4z + 4y \\ 864 - 3y - 3z - 5y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 9z = 1152 \\ 864 - 8y - 3z = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} z = \frac{1152}{9} = 128 \\ 864 - 8y - 3 \cdot 128 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 864 - 8y - 3 \cdot 128 = 0 \Rightarrow -8y + 480 = 0 \Rightarrow 480 = 8y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = \frac{480}{8} = 60 \\ x = 288 - 60 - 128 = 100 \end{array} \right\}$$

Hay 100 estudiantes, 60 empleados y 128 personas sin ocupación.

OPCIÓN B

1. Un estudio realizado sobre 600 personas de una ciudad indica que 360 consultan 15 o más veces su teléfono móvil cada tres horas.

a) Con una confianza del 97%, construir un intervalo de confianza para la proporción de personas que consulta menos de 15 veces su teléfono móvil cada tres horas.

b) Si para estimar la proporción de personas que consulta 15 o más veces su teléfono móvil cada tres horas se obtiene el intervalo $[0,5424, 0,6576]$, ¿cuál es el nivel de confianza utilizado?

c) Si la población de la ciudad es de 10.000 personas, usando el nivel de confianza del apartado b), ¿entre qué límites está el número de los que consulta menos de 15 veces su teléfono móvil cada tres horas?

a) La proporción de personas que consultan menos de 15 veces su teléfono móvil cada tres horas

en la muestra es $p = \frac{600 - 360}{600} = 0.4$

Hallamos $z_{\alpha/2}$ para un nivel de confianza del 97 %.

$$1 - \alpha = 0.97 \rightarrow \alpha = 0.03 \rightarrow \alpha/2 = 0.015 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.985 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$

	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319
0.1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5715
0.2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103
0.3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6481
0.4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844
0.5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7191
0.6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517
0.7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7824
0.8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106
0.9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599
1.1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810
1.2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8998
1.3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162
1.4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306
1.5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429
1.6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535
1.7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625
1.8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699
1.9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812
2.1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854

Calculamos el error del intervalo de confianza.

$$Error = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 2.17 \sqrt{\frac{0.4 \cdot 0.6}{600}} = 0.0434$$

El intervalo de confianza es:

$$(p - Error, p + Error) = (0.4 - 0.0434, 0.4 + 0.0434) = (0.3566, 0.4434).$$

b) La proporción de personas que consultan menos de 15 veces su teléfono móvil cada tres horas

en la muestra es $p = \frac{360}{600} = 0.6$.

El error es la mitad de la amplitud del intervalo de confianza.

$$Error = \frac{0.6576 - 0.5424}{2} = 0.0576$$

Utilizamos la fórmula del error para obtener $z_{\alpha/2}$.

$$Error = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \Rightarrow 0.0576 = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{0.6 \cdot 0.4}{600}} \Rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{0.0576}{\sqrt{\frac{0.6 \cdot 0.4}{600}}} = 2.88$$

Miramos en la tabla de la $N(0, 1)$ y obtenemos $1 - \frac{\alpha}{2}$.

$$z_{\alpha/2} = 2.88 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.9980 \Rightarrow 1 - 0.998 = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = 2(0.002) \Rightarrow 1 - \alpha = 0.996$$

	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9978	0,9979	0,9980

El nivel de confianza es del 99.6 %.

- c) La proporción de personas que consultan menos de 15 veces su teléfono móvil cada tres horas en la muestra es $p = \frac{600 - 360}{600} = 0.4$

Para un nivel de confianza del apartado b) tenemos que $z_{\alpha/2} = 2.88$ y el error es 0.0576.

El intervalo de confianza es:

$$(p - Error, p + Error) = (0.4 - 0.0576, 0.4 + 0.0576) = (0.3424, 0.4576)$$

El número de los que consulta menos de 15 veces su teléfono móvil cada tres horas está entre 3424 y 4576.

2. El tiempo que tardan en descargarse las baterías de un dispositivo electrónico es una variable con distribución normal de media 3,8 días y desviación típica 1 día. Si se manejan baterías de ese dispositivo, calcular:

- a) La probabilidad de que la duración media de una muestra de 16 baterías esté entre 4,1 y 4,3 días.
 b) La probabilidad de que la duración media de una muestra de 25 baterías no sea mayor que 3,35 días.

Llamamos X = El tiempo que tardan en descargarse las baterías de un dispositivo electrónico.
 $X = N(3.8, 1)$.

- a) La distribución de medias sigue una distribución normal con la misma media (3.8 días) y con desviación típica $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{16}} = 0.25$.

$$\overline{X}_{16} = N(3.8, 0.25)$$

Nos piden calcular $P(4.1 \leq \overline{X}_{16} \leq 4.3)$.

$$P(4.1 \leq \overline{X}_{16} \leq 4.3) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{\overline{X}_{16} - 3.8}{0.25} \end{array} \right\} = P\left(\frac{4.1 - 3.8}{0.25} \leq Z \leq \frac{4.3 - 3.8}{0.25}\right) =$$

$$= P(1.2 \leq Z \leq 2) = P(Z \leq 2) - P(Z \leq 1.2) =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = 0.9772 - 0.8849 = \boxed{0.0923}$$

- b) La distribución de medias sigue una distribución normal con la misma media (3.8 días) y con desviación típica $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{25}} = 0.2$.

$$\overline{X}_{25} = N(3.8, 0.2)$$

Nos piden calcular $P(\overline{X}_{25} \leq 3.35)$.

$$P(\overline{X}_{25} \leq 3.35) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{\overline{X}_{25} - 3.8}{0.2} \end{array} \right\} = P\left(Z \leq \frac{3.35 - 3.8}{0.2}\right) = P(Z \leq -2.25) =$$

$$= P(Z \geq 2.25) = 1 - P(Z \leq 2.25) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = 1 - 0.9878 = \boxed{0.0122}$$

3. El recubrimiento de lona de una terraza tiene una zona deteriorada cuya superficie está limitada por $y = (x-2)^2$ e $y = -4x+8$. Si se mide en metros, se pide:

a) Representar la zona deteriorada.

b) Para repararla, se ha de utilizar lona cuyo coste (incluido trabajo de reparación) es de 18 euros por metro cuadrado. Si en el trabajo de reparación se desperdicia la tercera parte de la lona adquirida, ¿cuánto costará la reparación?

a) Hallamos los puntos de intersección de las gráficas de parábola y recta.

$$\left. \begin{array}{l} y = (x-2)^2 \\ y = -4x+8 \end{array} \right\} \Rightarrow (x-2)^2 = -4x+8 \Rightarrow x^2 + 4 - 4x = -4x+8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm 2$$

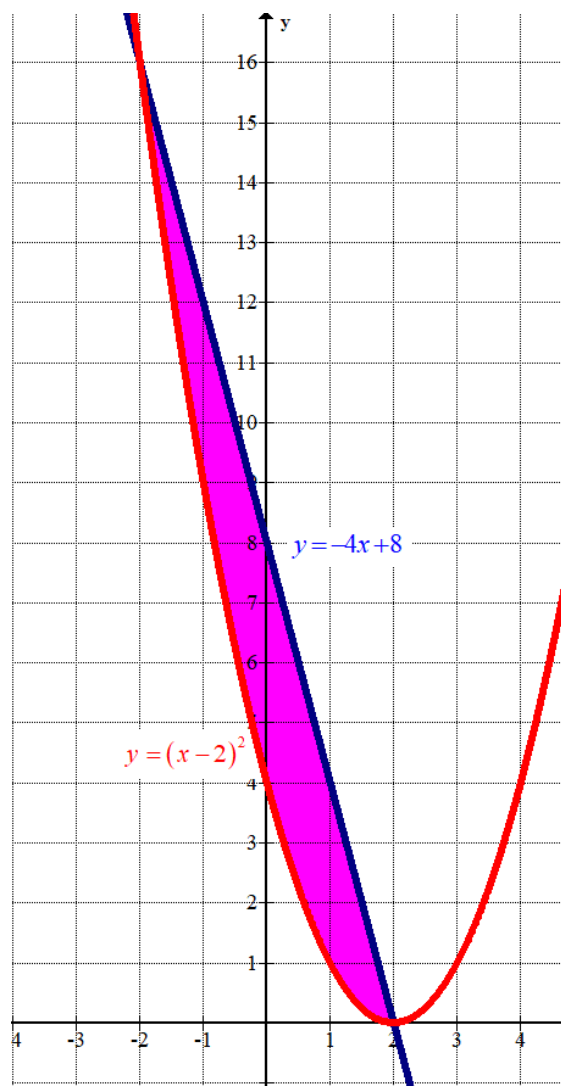
Hallamos el vértice de la parábola.

$$y = (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow x_v = \frac{4}{2} = 2$$

Hacemos una tabla de valores y dibujamos la parábola y la recta. Coloreamos el recinto limitado por ambas gráficas.

x	$y = (x-2)^2$
-2	16
-1	9
0	4
1	1
2	0 vértice

x	$y = -4x+8$
-2	16
-1	12
0	8
1	4
2	0



b) Hallamos el área del recinto deteriorado.

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \int_{-2}^2 -4x + 8 - (x-2)^2 dx = \int_{-2}^2 -4x + 8 - x^2 + 4x - 4 dx = \\ &= \int_{-2}^2 -x^2 + 4 dx = \left[-\frac{x^3}{3} + 4x \right]_{-2}^2 = \left[-\frac{2^3}{3} + 4 \cdot 2 \right] - \left[-\frac{(-2)^3}{3} + 4(-2) \right] = \frac{32}{3} \approx 10.667 m^2 \end{aligned}$$

Si se desperdicia la tercera parte con 2/3 partes de lo que compre debo cubrir los 32/3 metros cuadrados. Con una regla de tres averiguo cuantos metros cuadrados debo comprar.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{3} \longrightarrow \frac{32}{3} m^2 \\ 1 \longrightarrow x m^2 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{\frac{32}{3}}{\frac{2}{3}} = 16 m^2$$

Debo comprar 16 metros cuadrados de lona que a 18 euros por metro cuadrado nos costaría $16 \cdot 18 = 288 \text{ €}$.

La reparación costará 288 €.

4. La encargada de una floristería ha de hacer un pedido semanal de plantas de interior y plantas de exterior. Al proveedor le paga 1€ por cada planta de interior y 2€ por cada planta de exterior. Necesita atender al menos la demanda de un cliente, que solicita cada semana 20 plantas de interior y 30 de exterior. Además, el transporte del pedido le supone unos costes, que son de 0,60€ por cada planta de interior y 0,80€ por cada planta de exterior, y la floristería tiene por norma no sobrepasar los 48€ de costos de transporte por cada pedido semanal. Por otro lado, la encargada recibe una prima de 0,60€ por cada planta de interior que venda y una prima de 0,50€ por cada planta de exterior que venda, y quiere conseguir al menos 30 euros en este pedido.

a) Si quiere minimizar el precio que le tiene que pagar al proveedor, formular el correspondiente problema. Dibujar la región factible.

b) Resolver el problema planteado en a) calculando también cuánto le paga al proveedor y cuánto es el gasto de transporte.

a) Llamemos x = número de plantas de interior e y = número de plantas de exterior.

Las restricciones del problema planteado son:

“Necesita atender al menos la demanda de un cliente, que solicita cada semana 20 plantas de interior y 30 de exterior” $\rightarrow x \geq 20; y \geq 30$

“El transporte del pedido le supone unos costes, que son de 0,60€ por cada planta de interior y 0,80€ por cada planta de exterior, y la floristería tiene por norma no sobrepasar los 48€ de costos de transporte por cada pedido semanal” $\rightarrow 0.6x + 0.8y \leq 48$

“La encargada recibe una prima de 0,60€ por cada planta de interior que venda y una prima de 0,50€ por cada planta de exterior que venda, y quiere conseguir al menos 30 euros en este pedido” $\rightarrow 0.6x + 0.5y \geq 30$

Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 20 \\ y \geq 30 \\ 0.6x + 0.8y \leq 48 \\ 0.6x + 0.5y \geq 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq 20 \\ y \geq 30 \\ 6x + 8y \leq 480 \\ 6x + 5y \geq 300 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq 20 \\ y \geq 30 \\ 3x + 4y \leq 240 \\ 6x + 5y \geq 300 \end{array} \right\}$$

La función que deseamos minimizar son los pagos al proveedor: $P(x, y) = x + 2y$

Representamos las rectas asociadas a las restricciones, hallando una tabla de valores para cada una de ellas.

$$3x + 4y = 240$$

x	$y = \frac{240 - 3x}{4}$
0	60
20	45
40	30

$$6x + 5y = 300$$

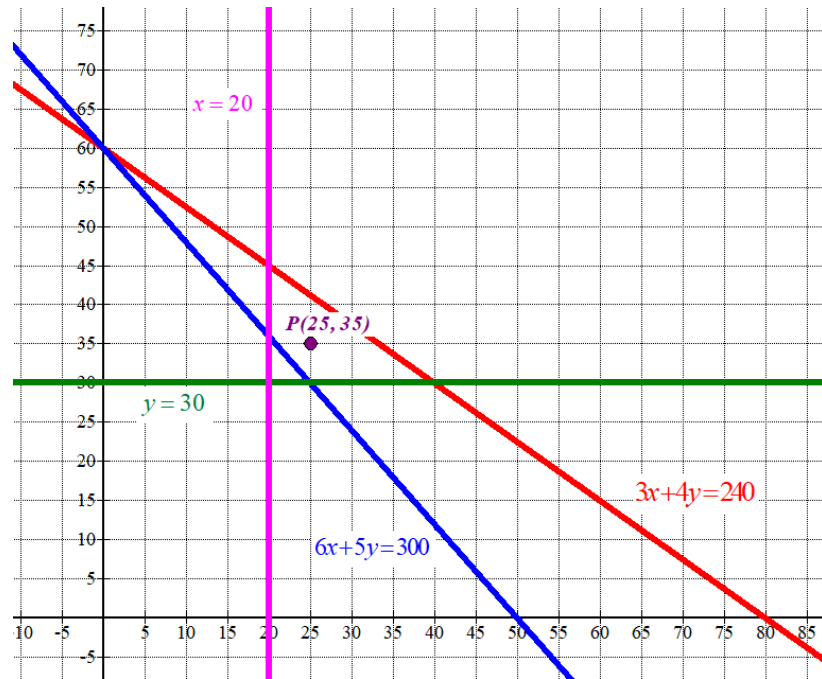
x	$y = \frac{300 - 6x}{5}$
0	60
20	36
25	30

$$x = 20$$

$x = 20$	y
20	36
20	45

$$y = 30$$

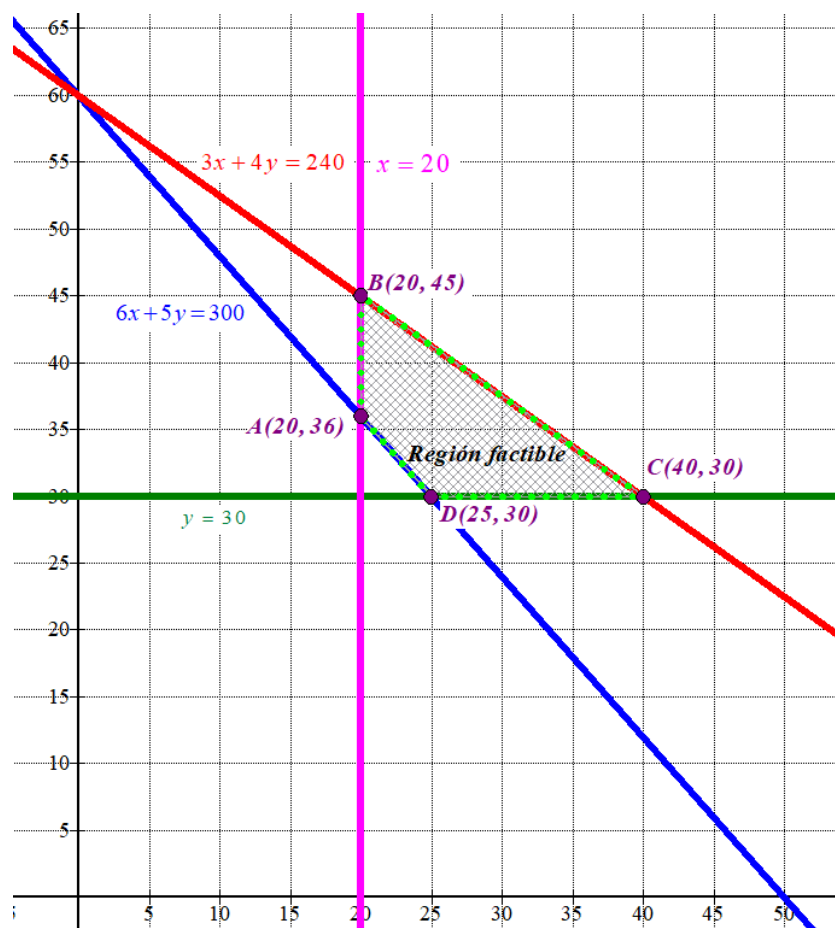
x	$y = 30$
25	30
40	30



Comprobamos que el punto $P(25, 35)$ cumple todas las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 25 \geq 20 \\ 35 \geq 30 \\ 3 \cdot 25 + 4 \cdot 35 \leq 240 \\ 6 \cdot 25 + 5 \cdot 35 \geq 3000 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 25 \geq 20 \\ 35 \geq 30 \\ 75 + 140 \leq 240 \\ 150 + 175 \geq 300 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas! }$$

La región factible es la zona rayada del dibujo. Indicamos las coordenadas de sus vértices.



b) Valoremos los pagos en cada vértice de la región factible.

$$A(20, 36) \rightarrow P(20, 36) = 20 + 2 \cdot 36 = 92$$

$$B(20, 45) \rightarrow P(20, 45) = 20 + 2 \cdot 45 = 110$$

$$C(40, 30) \rightarrow P(40, 30) = 40 + 2 \cdot 30 = 100$$

$$D(25, 30) \rightarrow P(25, 30) = 25 + 2 \cdot 30 = 85 \text{ Mínimo}$$

Los mínimos gastos se obtiene en D(25, 30), que significa un pedido de 25 plantas de interior y 30 de exterior. Con unos gastos mínimos de 85 euros.

El transporte del pedido le supone unos costes, que son de 0,60€ por cada planta de interior y 0,80€ por cada planta de exterior. Con el pedido que minimiza el pago debería pagar $0.6 \cdot 25 + 0.8 \cdot 30 = 39$ euros por el transporte. Al proveedor le pagaría 85 €.