

**Evaluación para el Acceso a la Universidad.****MODELO DE EXAMEN****Materia: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**Sección 1 Bloque 1

1. Una pastelería hace todos los días tartas y bizcochos. Para una tarta se necesitan 1 kg de harina y 3 kg de azúcar y para un bizcocho se necesitan 2 kg de harina y 2 kg de azúcar. Diariamente han de hacer al menos 2 tartas y 3 bizcochos. Si se dispone de 16 kg de harina y 24 kg de azúcar y la tarta se vende por 20 euros, mientras que el bizcocho por 15 euros.

Determinar la cantidad de tartas y bizcochos que hay que preparar para obtener los máximos ingresos.

a) Expresa la función objetivo, escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido.

b) Halla el número de tartas y bizcochos que deben hacerse para que el beneficio sea máximo.

2. En un museo hay 3 exposiciones, una de arte, una de inventos y otra sobre Egipto, a las que han acudido en total 225 personas. El número de asistentes a la de Egipto es el doble de la suma de asistentes de las otras dos y es 30 veces la diferencia entre los que acudieron a la de inventos y los que fueron a la de arte.

a) Plantea el sistema de ecuaciones para calcular cuántas personas acudieron a cada una de las exposiciones.

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.

Bloque 2

1. El precio de cada acción de una determinada empresa oscila entre 1€ y los 10 €. La facturación de la empresa en millones de euros depende del precio de la acción y viene dada por la función:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + A & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ -x^3 + 18x^2 - 96x + 200 & \text{si } 3 < x \leq 10 \end{cases}$$

a) ¿Qué valor de A hace que la facturación de la empresa varía de forma continua cuando el precio de la acción es 3€? (0.5 puntos)

b) Calcula los valores de máxima y mínima facturación en el intervalo (3, 10).

2. La función $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ tiene un punto de inflexión en (2, -5) y la pendiente de la recta tangente en ese mismo punto es -12. Calcula razonadamente los valores de los parámetros a, b, y c.

Sección 2 Bloque 1

3. En un determinado instituto el 60% de los estudiantes prefiere como plataforma de streaming Netflix, pero un 30% no está suscrito. El 25% prefiere Amazon Prime, pero de estos están suscritos el 60%. Finalmente, el resto de los estudiantes prefiere Disney+ y un 35% de estos no está suscrito.

a) Elegido un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no esté suscrito a su plataforma de streaming preferida?

b) Si se sabe que un estudiante está suscrito a su plataforma favorita, ¿cuál es la probabilidad de que esta sea Disney+?

4. Se ha tomado una muestra de 9 adolescentes y ha registrado su peso, obteniendo 60, 45, 58, 39, 28, 42, 61, 32 y 30 kilogramos. Si el peso sigue una distribución normal de media desconocida y varianza $\sigma^2 = 81$ kilogramos²,

a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del peso con un nivel de confianza del 95.76%:

b) Calcula el tamaño mínimo de la muestra elegida para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo admisible sea menor que 1,5 kilogramos.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

Bloque 2

3. Ejercicio tipo Sección 1. Bloque 1. Ejercicio 2.

4. En una academia de idiomas se imparte inglés y alemán en cuatro niveles y dos modalidades distintas: grupos normales y grupos reducidos. La matriz A representa el número de personas por grupo, donde la primera columna corresponde a los cursos de inglés y la segunda a los cursos de alemán; y las filas, a los niveles primero, segundo, tercero y cuarto respectivamente. Las columnas de la matriz B reflejan el porcentaje de estudiantes (común a ambos idiomas) que siguen curso reducido, primera fila, y curso normal, segunda fila, para cada uno de los niveles.

$$A = \begin{pmatrix} 130 & 160 \\ 120 & 180 \\ 210 & 130 \\ 100 & 60 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.25 & 0.4 & 0.75 \\ 0.8 & 0.75 & 0.6 & 0.25 \end{pmatrix}$$

a) Obtén la matriz que proporciona el número de estudiantes por modalidad e idioma.

b) Sabiendo que la academia cobra 20 € por persona en grupos reducidos y 15 € por persona en grupo normal, encuentra la cantidad que la academia ingresa por cada idioma.

Sección 3 Bloque 1

5. Ejercicio tipo Sección 2. Bloque 1. Ejercicio 3.

6. Ejercicio tipo Sección 2. Bloque 1. Ejercicio 4.

Bloque 2

5. Ejercicio tipo Sección 1. Bloque 2. Ejercicio 1.

6. La altura, medida en metros, que alcanza una pelota lanzada verticalmente hacia arriba viene expresada en función del tiempo por $H(x) = 20x - 2x^2$ con x = tiempo en segundos y $0 \leq x \leq 10$

a) ¿Qué altura habrá alcanzado la pelota a los 3 segundos?

b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota? ¿En qué momento?

c) Representa gráficamente la evolución de la altura a la que se encuentra la pelota a lo largo del tiempo.

SOLUCIONES

Sección 1 Bloque 1

1. Una pastelería hace todos los días tartas y bizcochos. Para una tarta se necesitan 1 kg de harina y 3 kg de azúcar y para un bizcocho se necesitan 2 kg de harina y 2 kg de azúcar. Diariamente han de hacer al menos 2 tartas y 3 bizcochos. Si se dispone de 16 kg de harina y 24 kg de azúcar y la tarta se vende por 20 euros, mientras que el bizcocho por 15 euros. Determinar la cantidad de tartas y bizcochos que hay que preparar para obtener los máximos ingresos.

a) Expresa la función objetivo, escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido.

b) Halla el número de tartas y bizcochos que deben hacerse para que el beneficio sea máximo.

Hacemos una tabla para ordenar la información ofrecida en el ejercicio.

	Kilos de harina	Kilos de azúcar	Ingresos
Nº de tartas (x)	x	3x	20x
Nº de bizcochos (y)	2y	2y	15y
TOTALES	x + 2y	3x + 2y	20x + 15y

La función a maximizar son los ingresos que vienen dados por la expresión $I(x, y) = 20x + 15y$. Convertimos en inecuaciones las restricciones del problema.

“Se dispone de 16 kg de harina” $\rightarrow x + 2y \leq 16$

“Se dispone de 24 kg de azúcar” $\rightarrow 3x + 2y \leq 24$

“Diariamente han de hacer al menos 2 tartas y 3 bizcochos” $\rightarrow x \geq 2; y \geq 3$

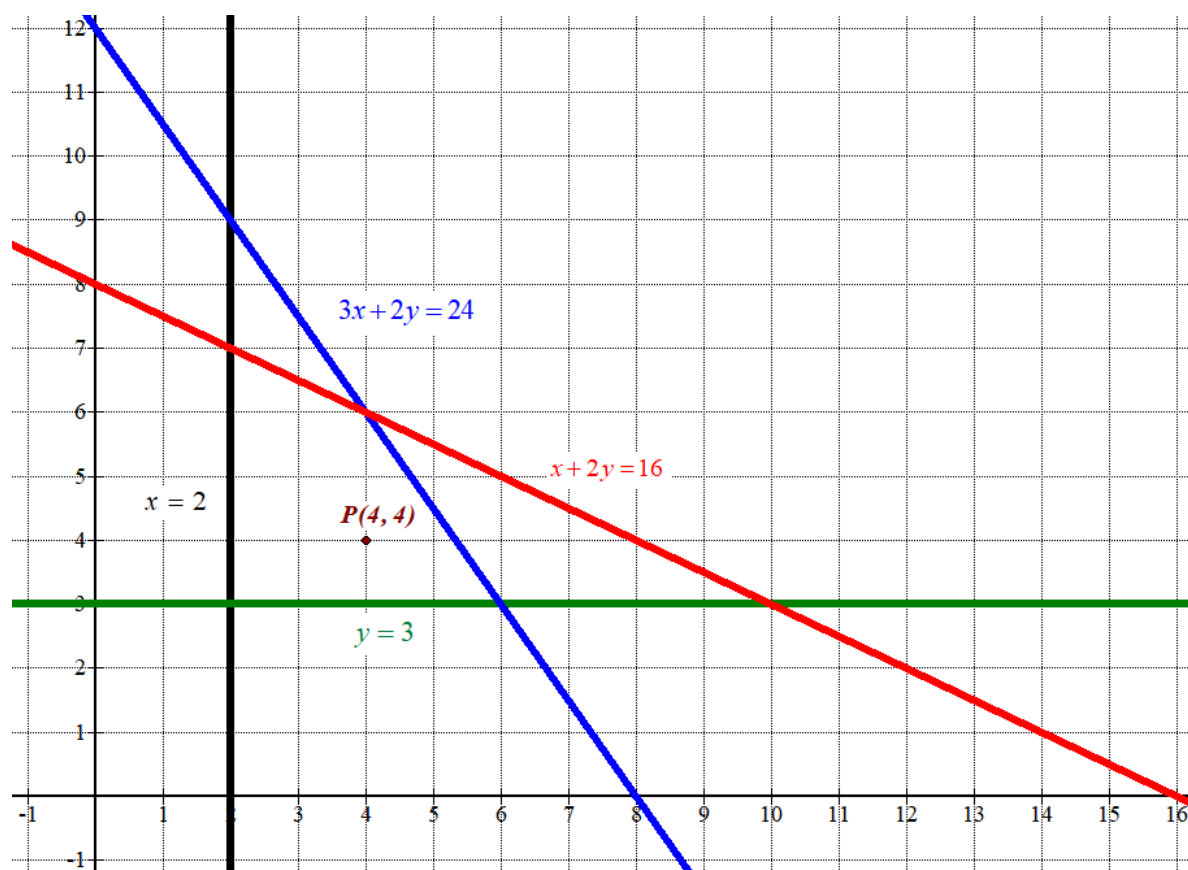
Las cantidades deben ser positivas $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$

Reunimos todas las inecuaciones en un sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 16 \\ 3x + 2y \leq 24 \\ x \geq 2 \\ y \geq 3 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Dibujamos las rectas asociadas al sistema de inecuaciones.

$x + 2y = 16$	$3x + 2y = 24$	$x = 2$	$y = 3$	$x \geq 0; y \geq 0$
$x \mid y = \frac{16-x}{2}$ 0 8 16 0	$x \mid y = \frac{24-3x}{2}$ 0 12 8 0	$x = 2 \mid y$ 2 0 2 6	$x \mid y = 3$ 0 3 5 3	Primer cuadrante



Como las restricciones son

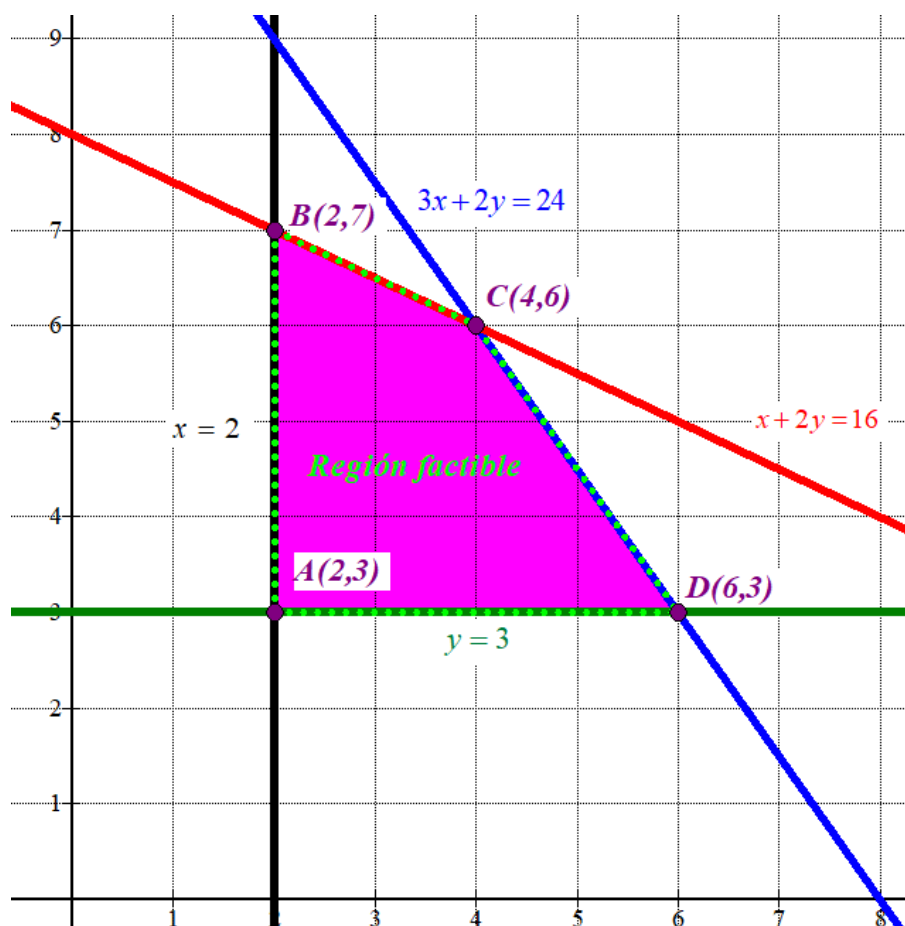
$$\left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 16 \\ 3x + 2y \leq 24 \\ x \geq 2 \\ y \geq 3 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ la región factible es la región del primer cuadrante}$$

situada por encima de la recta horizontal verde, a la izquierda de la recta vertical negra y por debajo de las rectas oblicuas azul y roja.

Comprobamos que el punto $P(4, 4)$ perteneciente a esta región cumple las inecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} 4 + 2 \cdot 4 \leq 16 \\ 3 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \leq 24 \\ 4 \geq 2 \\ 4 \geq 3 \\ 4 \geq 0; 4 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de rosa la región factible e indicamos las coordenadas de sus vértices.



Valoramos la función $I(x, y) = 20x + 15y$ en cada uno de los vértices de la región factible en busca del valor máximo.

$$A(2,3) \rightarrow I(2,3) = 20 \cdot 2 + 15 \cdot 3 = 85$$

$$B(2,7) \rightarrow I(2,7) = 20 \cdot 2 + 15 \cdot 7 = 145$$

$$C(4,6) \rightarrow I(4,6) = 20 \cdot 4 + 15 \cdot 6 = 170 \text{ ¡Máximo!}$$

$$D(6,3) \rightarrow I(6,3) = 20 \cdot 6 + 15 \cdot 3 = 165$$

Los máximos ingresos son 170 € y se consiguen con la preparación de 4 tartas y 6 bizcochos.

2. En un museo hay 3 exposiciones, una de arte, una de inventos y otra sobre Egipto, a las que han acudido en total 225 personas. El número de asistentes a la de Egipto es el doble de la suma de asistentes de las otras dos y es 30 veces la diferencia entre los que acudieron a la de inventos y los que fueron a la de arte.

a) Plantea el sistema de ecuaciones para calcular cuántas personas acudieron a cada una de las exposiciones.

b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior.

Llamamos “x” al número de personas que asisten a la exposición de arte, “y” al número de las que acuden a la exposición de inventos y “z” al número de asistentes a la de Egipto.

“A las tres exposiciones han acudido 225 personas” $\rightarrow x + y + z = 225$.

“El número de asistentes a la de Egipto es el doble de la suma de asistentes de las otras dos”
 $\rightarrow z = 2(x + y)$

“El número de asistentes a la de Egipto es 30 veces la diferencia entre los que acudieron a la de inventos y los que fueron a la de arte” $\rightarrow z = 30(y - x)$

Reunimos las ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 225 \\ z = 2(x + y) \\ z = 30(y - x) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 225 \\ z = 2x + 2y \\ z = 30y - 30x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + 2x + 2y = 225 \\ 2x + 2y = 30y - 30x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x + 3y = 225 \\ 32x - 28y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 75 \\ 8x - 7y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 75 - y \\ 8x - 7y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 8(75 - y) - 7y = 0 \Rightarrow 600 - 8y - 7y = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 600 = 15y \Rightarrow \boxed{y = \frac{600}{15} = 40} \Rightarrow \boxed{x = 75 - 40 = 35} \Rightarrow \boxed{z = 2 \cdot 35 + 2 \cdot 40 = 150}$$

Asisten 35 personas a la exposición de arte, 40 a la de inventos y 150 a la de Egipto.

Bloque 2

1. El precio de cada acción de una determinada empresa oscila entre 1€ y los 10 €. La facturación de la empresa en millones de euros depende del precio de la acción y viene dada por la función:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + A & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ -x^3 + 18x^2 - 96x + 200 & \text{si } 3 < x \leq 10 \end{cases}$$

- a) ¿Qué valor de A hace que la facturación de la empresa varía de forma continua cuando el precio de la acción es 3€? (0.5 puntos)
 b) Calcula los valores de máxima y mínima facturación en el intervalo (3, 10).

a) Si la función es continua en $x = 3$ se debe cumplir:

- Existe $f(3) = 3 \cdot 3^2 + A = 27 + A$
- Existe $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} 3x^2 + A = 3 \cdot 3^2 + A = 27 + A$
- Existe $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} -x^3 + 18x^2 - 96x + 200 = -3^3 + 18 \cdot 3^2 - 96 \cdot 3 + 200 = 47$
- Los tres valores obtenidos son iguales $\rightarrow 27 + A = 47 \Rightarrow A = 47 - 27 = 20$

El valor que hace que la variación sea continua es $A = 20$.

- b) En el intervalo (3, 10) la función es $f(x) = -x^3 + 18x^2 - 96x + 200$.
 Obtenemos la derivada de la función y averiguamos cuando se anula.

$$f'(x) = -3x^2 + 36x - 96$$

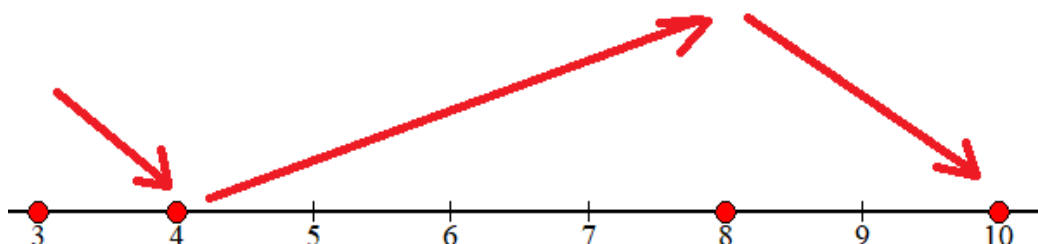
$$f'(x) = 0 \Rightarrow -3x^2 + 36x - 96 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 32 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 32}}{2} = \frac{12 \pm 4}{2} = \begin{cases} \frac{12+4}{2} = 8 \\ \frac{12-4}{2} = 4 \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de estos dos puntos críticos.

- En el intervalo (3, 4) tomamos $x = 3.5$ y la derivada vale $f'(3.5) = -3 \cdot 3.5^2 + 36 \cdot 3.5 - 96 = -6.75 < 0$. La función decrece en (3, 4).
- En el intervalo (4, 8) tomamos $x = 5$ y la derivada vale $f'(5) = -3 \cdot 5^2 + 36 \cdot 5 - 96 = 2.25 > 0$. La función crece en (4, 8).
- En el intervalo (8, 10) tomamos $x = 9$ y la derivada vale $f'(9) = -3 \cdot 9^2 + 36 \cdot 9 - 96 = -12.75 < 0$. La función decrece en (8, 10).

La función sigue el esquema siguiente.



Valoramos la función en los puntos críticos y en los extremos del intervalo para obtener el valor máximo y mínimo absoluto de la función en el intervalo (3, 10).

En $x = 3$ tenemos $f(3) = -3^3 + 18 \cdot 3^2 - 96 \cdot 3 + 200 = 47$.

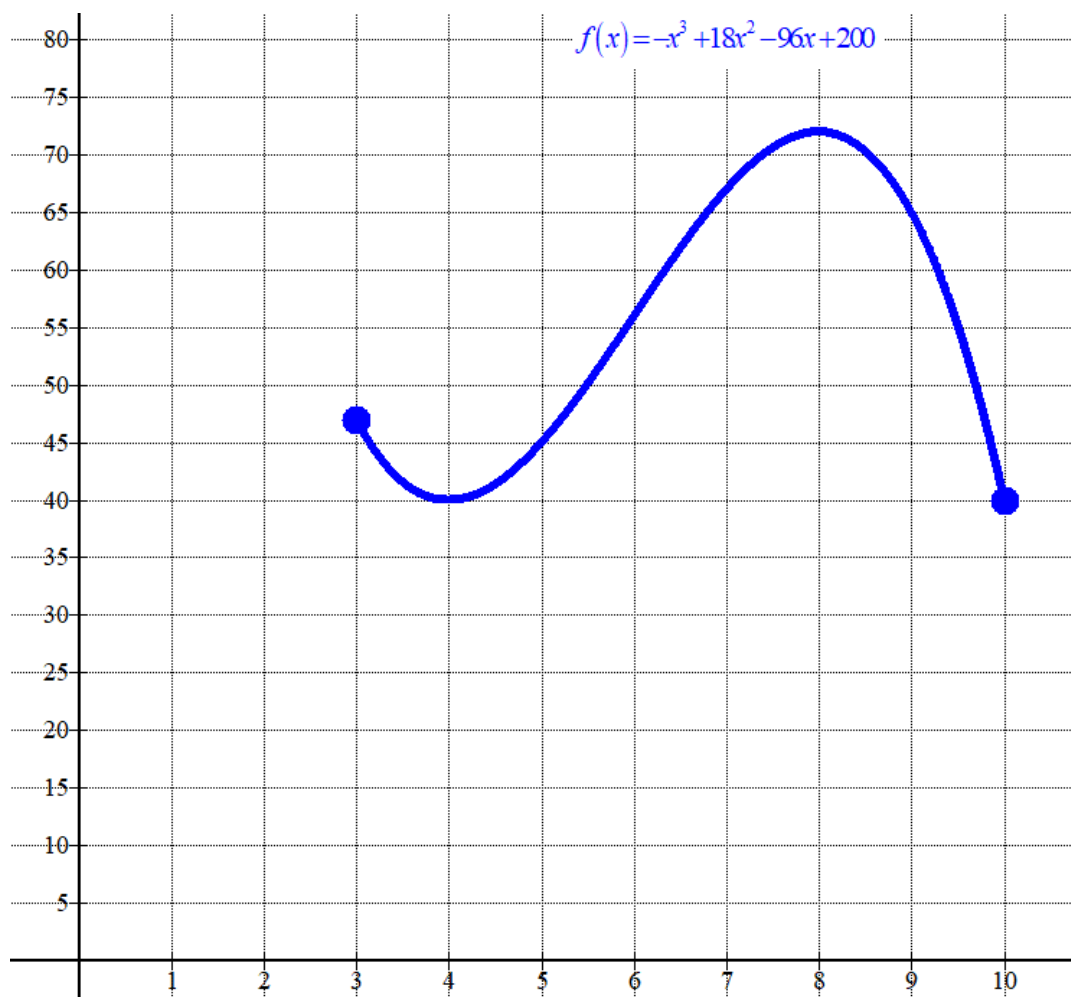
En $x = 4$ tenemos $f(4) = -4^3 + 18 \cdot 4^2 - 96 \cdot 4 + 200 = 40$ ¡Mínimo!.

En $x = 8$ tenemos $f(8) = -8^3 + 18 \cdot 8^2 - 96 \cdot 8 + 200 = 72$ ¡Máximo!.

En $x = 10$ tenemos $f(10) = -10^3 + 18 \cdot 10^2 - 96 \cdot 10 + 200 = 40$ ¡Mínimo!.

La máxima facturación es de 72 millones de euros y se consigue con un precio de la acción de 8 €.

La mínima facturación es de 40 millones de euros y se consigue con dos precios de la acción: 4 y 10 euros.



2. La función $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ tiene un punto de inflexión en $(2, -5)$ y la pendiente de la recta tangente en ese mismo punto es -12 . Calcula razonadamente los valores de los parámetros a , b , y c .

Si la función tiene un punto de inflexión en $x = 2$ la derivada segunda debe anularse para este valor.

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + c \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx \Rightarrow f''(x) = 6ax + 2b$$

$$f''(2) = 0 \Rightarrow 6a \cdot 2 + 2b = 0 \Rightarrow 12a + 2b = 0 \Rightarrow \boxed{6a + b = 0}$$

Además la función debe pasar por el punto $(2, -5)$ lo que implica que $f(2) = -5$.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = ax^3 + bx^2 + c \\ f(2) = -5 \end{array} \right\} \Rightarrow -5 = a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \Rightarrow \boxed{-5 = 8a + 4b + c}$$

También sabemos que la pendiente de la recta tangente en ese mismo punto es -12 lo que implica que la derivada en $x = 2$ debe valer $-12 \rightarrow f'(2) = -12$.

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = 3ax^2 + 2bx \\ f'(2) = -12 \end{array} \right\} \Rightarrow -12 = 3a \cdot 2^2 + 2b \cdot 2 \Rightarrow -12 = 12a + 4b \Rightarrow \boxed{-3 = 3a + b}$$

Reunimos las tres ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} 6a + b = 0 \\ -5 = 8a + 4b + c \\ -3 = 3a + b \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} b = -6a \\ -5 = 8a + 4b + c \\ -3 = 3a + b \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -5 = 8a + 4(-6a) + c \\ -3 = 3a - 6a \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} -5 = 8a - 24a + c \rightarrow -5 = -16a + c \\ -3 = -3a \rightarrow \boxed{a = 1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -5 = -16 + c \Rightarrow \boxed{c = 16 - 5 = 11} \\ \boxed{b = -6 \cdot 1 = -6} \end{array} \right\}$$

Los valores buscados son $a = 1$, $b = -6$ y $c = 11$.

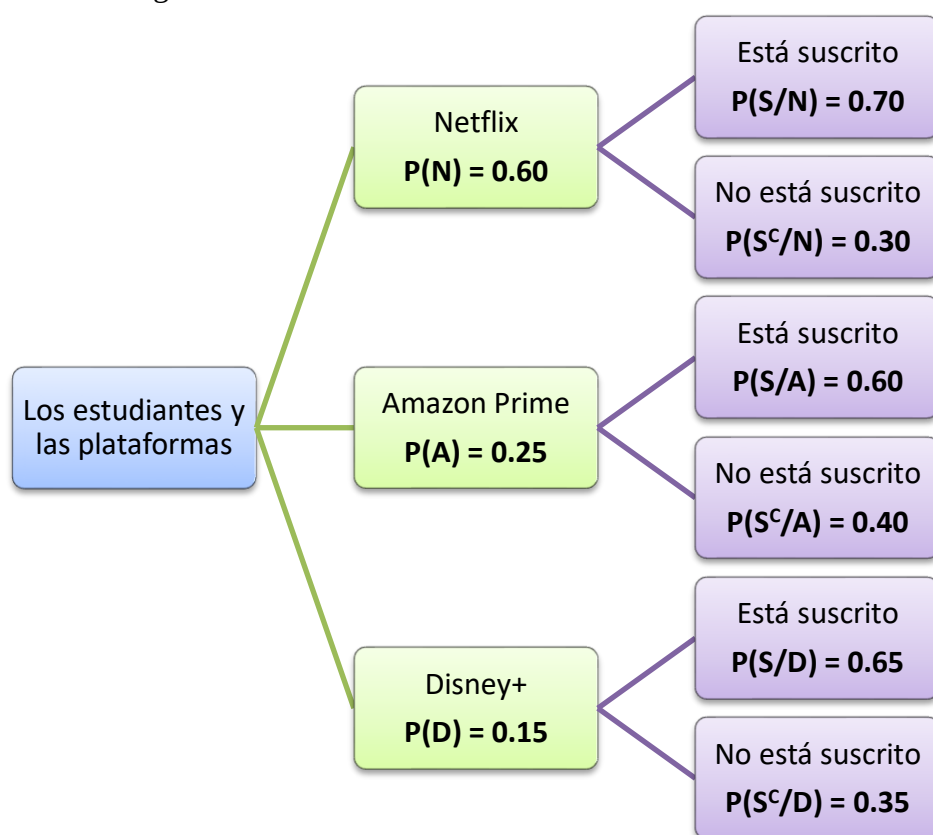
Sección 2 Bloque 1

3. En un determinado instituto el 60% de los estudiantes prefiere como plataforma de streaming Netflix, pero un 30% no está suscrito. El 25% prefiere Amazon Prime, pero de estos están suscritos el 60%. Finalmente, el resto de los estudiantes prefiere Disney+ y un 35% de estos no está suscrito.

- a) Elegido un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no esté suscrito a su plataforma de streaming preferida?
- b) Si se sabe que un estudiante está suscrito a su plataforma favorita, ¿cuál es la probabilidad de que esta sea Disney+?

Llamamos N = “El estudiante prefiere Netflix como plataforma streaming”, A = “El estudiante prefiere Amazon Prime como plataforma streaming”, D = “El estudiante prefiere Disney+ como plataforma streaming” y S = “Estar suscrito”.

Realizamos un diagrama de árbol.



- a) Nos piden calcular $P(S^c)$. Utilizamos el teorema de la probabilidad total.

$$\begin{aligned}
 P(S^c) &= P(N)P(S^c/N) + P(A)P(S^c/A) + P(D)P(S^c/D) = \\
 &= 0.6 \cdot 0.3 + 0.25 \cdot 0.4 + 0.15 \cdot 0.35 = \boxed{\frac{133}{400} = 0.3325}
 \end{aligned}$$

- b) Nos piden calcular $P(D/S)$. Es una probabilidad a posteriori. Utilizamos el teorema de Bayes.

$$P(D/S) = \frac{P(D \cap S)}{P(S)} = \frac{P(D)P(S/D)}{1 - P(S^c)} = \frac{0.15 \cdot 0.65}{1 - 0.3325} = \boxed{\frac{13}{89} \approx 0.1461}$$

OTRA FORMA DE RESOLVERLO

Pasamos los datos porcentuales a valores absolutos. Para ello supongamos que hay 2000 estudiantes (da igual suponer otra cantidad, elegimos esta para poder obtener números exactos).

El 60% de los estudiantes ($\frac{60 \cdot 2000}{100} = 1200$ estudiantes) prefiere como plataforma de streaming

Netflix, pero un 30% ($\frac{30 \cdot 1200}{100} = 360$ estudiantes) no está suscrito. El 25% prefiere Amazon

Prime ($\frac{25 \cdot 2000}{100} = 500$ estudiantes), pero de estos están suscritos el 60% ($\frac{60 \cdot 500}{100} = 300$

estudiantes). Finalmente, el resto de los estudiantes prefiere Disney+ ($2000 - 1200 - 500 = 300$ estudiantes) y un 35% de estos no está suscrito ($\frac{35 \cdot 300}{100} = 105$ estudiantes).

Organizamos todos estos datos en una tabla para evitar confusiones.

	Netflix	Amazon Prime	Disney +	
Suscrito		300		
No suscrito	360		105	
TOTALES	1200	500	300	2000

Completamos la tabla.

	Netflix	Amazon Prime	Disney +	
Suscrito	840	300	195	1335
No suscrito	360	200	105	665
TOTALES	1200	500	300	2000

Respondemos a las preguntas planteadas aplicando la regla de Laplace.

a) La probabilidad de que no esté suscrito a su plataforma de streaming preferida es el cociente entre 665 no suscritos y 2000 estudiantes. La probabilidad es $\frac{665}{2000} = \frac{133}{400} \approx 0.3325$

b) Si se sabe que un estudiante esta suscrito a su plataforma favorita (uno de los 1335), la probabilidad de que esta sea Disney+ (hay 195) es el cociente entre ambos valores $\rightarrow \frac{195}{1335} = \frac{13}{89} \approx 0.1461$

4. Se ha tomado una muestra de 9 adolescentes y ha registrado su peso, obteniendo 60, 45, 58, 39, 28, 42, 61, 32 y 30 kilogramos. Si el peso sigue una distribución normal de media desconocida y varianza $\sigma^2 = 81$ kilogramos²,
- a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del peso con un nivel de confianza del 95.76%:
- b) Calcula el tamaño mínimo de la muestra elegida para que, con el mismo nivel de confianza, el error máximo admisible sea menor que 1,5 kilogramos.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

X = Peso en kilogramos de un adolescente.

Desviación típica $= \sigma = \sqrt{81} = 9$ kilogramos

$X = N(\mu, 9)$

Obtenemos la media muestral

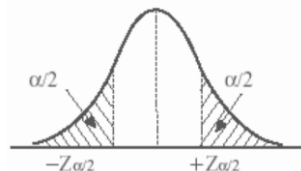
$$\text{Media muestral} = \bar{x} = \frac{60 + 45 + 58 + 39 + 28 + 42 + 61 + 32 + 30}{9} = \frac{395}{9} \approx 43.88 \text{ Kg.}$$

Tamaño de la muestra $= n = 9$

- a) Con un nivel de confianza del 95.76% hallamos el valor de $z_{\alpha/2}$.

$$1 - \alpha = 0.9576 \rightarrow \alpha = 0.0424 \rightarrow \alpha/2 = 0.0212 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.9788 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2.03$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857



Calculamos el error de la estimación.

$$\text{Error} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.03 \cdot \frac{9}{\sqrt{9}} = 6.09$$

El intervalo de confianza para la media del peso es:

$$(\bar{x} - \text{Error}, \bar{x} + \text{Error}) = (43.88 - 6.09, 43.88 + 6.09) = (37.79, 49.97)$$

- b) Tenemos los siguientes datos: $\bar{x} = 43.88 \text{ kg}$, $z_{\alpha/2} = 2.04$ y $\text{Error} < 1.5$

$$\text{Error} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1.5 = 2.04 \cdot \frac{9}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1.5\sqrt{n} = 18.36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{18.36}{1.5} \Rightarrow n = \left(\frac{18.36}{1.5}\right)^2 \approx 149.8176$$

El tamaño mínimo de la muestra es un número entero mayor que el obtenido, es decir 150 adolescentes.

Bloque 2

3. Ejercicio tipo Sección 1. Bloque 1. Ejercicio 2.

4. En una academia de idiomas se imparte inglés y alemán en cuatro niveles y dos modalidades distintas: grupos normales y grupos reducidos. La matriz A representa el número de personas por grupo, donde la primera columna corresponde a los cursos de inglés y la segunda a los cursos de alemán; y las filas, a los niveles primero, segundo, tercero y cuarto respectivamente. Las columnas de la matriz B reflejan el porcentaje de estudiantes (común a ambos idiomas) que siguen curso reducido, primera fila, y curso normal, segunda fila, para cada uno de los niveles.

$$A = \begin{pmatrix} 130 & 160 \\ 120 & 180 \\ 210 & 130 \\ 100 & 60 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.25 & 0.4 & 0.75 \\ 0.8 & 0.75 & 0.6 & 0.25 \end{pmatrix}$$

- a) Obtén la matriz que proporciona el número de estudiantes por modalidad e idioma.
 b) Sabiendo que la academia cobra 20 € por persona en grupos reducidos y 15 € por persona en grupo normal, encuentra la cantidad que la academia ingresa por cada idioma.

- a) Los datos de las matrices se corresponden a lo siguiente.

$$\begin{array}{ccccc} \text{Inglés} & \text{Alemán} & & \text{Nivel 1} & \text{Nivel 2} & \text{N.3} & \text{Nivel 4} \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ A = \begin{pmatrix} 130 & 160 \\ 120 & 180 \\ 210 & 130 \\ 100 & 60 \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \text{Nivel 1} \\ \rightarrow \text{Nivel 2} \\ \rightarrow \text{Nivel 3} \\ \rightarrow \text{Nivel 4} \end{matrix}, & B = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.25 & 0.4 & 0.75 \\ 0.8 & 0.75 & 0.6 & 0.25 \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \text{Normal} \\ \rightarrow \text{Reducido} \end{matrix} \end{array}$$

La matriz BA representa el número de estudiantes por modalidad e idioma.

$$\begin{aligned} BA &= \begin{pmatrix} 0.2 & 0.25 & 0.4 & 0.75 \\ 0.8 & 0.75 & 0.6 & 0.25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 130 & 160 \\ 120 & 180 \\ 210 & 130 \\ 100 & 60 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 0.2 \cdot 130 + 0.25 \cdot 120 + 0.4 \cdot 210 + 0.75 \cdot 100 & 0.2 \cdot 160 + 0.25 \cdot 180 + 0.4 \cdot 130 + 0.75 \cdot 60 \\ 0.8 \cdot 130 + 0.75 \cdot 120 + 0.6 \cdot 210 + 0.25 \cdot 100 & 0.8 \cdot 160 + 0.75 \cdot 180 + 0.6 \cdot 130 + 0.25 \cdot 60 \end{pmatrix} = \\ &\begin{array}{cc} \text{Inglés} & \text{Alemán} \\ \downarrow & \downarrow \\ = \begin{pmatrix} 215 & 174 \\ 345 & 356 \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \text{Normal} \\ \rightarrow \text{Reducido} \end{matrix} \end{array} \end{aligned}$$

- b) Realizamos el producto de la matriz $\begin{pmatrix} 15 \\ 20 \end{pmatrix}$ por la matriz BA.

Normal *Reducido* *Inglés* *Alemán*

↓ ↓ ↓ ↓

$$(15 \quad 20) \cdot \begin{pmatrix} 215 & 174 \\ 345 & 356 \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \text{Normal} \\ \rightarrow \text{Reducido} \end{matrix}$$

Inglés *Alemán*

↓ ↓

$$(15 \quad 20) \cdot \begin{pmatrix} 215 & 174 \\ 345 & 356 \end{pmatrix} = (15 \cdot 215 + 20 \cdot 345 \quad 15 \cdot 174 + 20 \cdot 356) = (10125 \quad 9510)$$

Recibe 10125 € por el inglés y 9510 € por el alemán.

Sección 3 Bloque 1

5. Ejercicio tipo Sección 2. Bloque 1. Ejercicio 3.

6. Ejercicio tipo Sección 2. Bloque 1. Ejercicio 4.

Bloque 2

5. Ejercicio tipo Sección 1. Bloque 2. Ejercicio 1.

6. La altura, medida en metros, que alcanza una pelota lanzada verticalmente hacia arriba viene expresada en función del tiempo por $H(x) = 20x - 2x^2$ con $x =$ tiempo en segundos y

$$0 \leq x \leq 10.$$

- a) ¿Qué altura habrá alcanzado la pelota a los 3 segundos?
 b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota? ¿En qué momento?
 c) Representa gráficamente la evolución de la altura a la que se encuentra la pelota a lo largo del tiempo.

a) Nos piden hallar $H(3)$.

$$H(3) = 20 \cdot 3 - 2 \cdot 3^2 = 60 - 18 = 42$$

Alcanza una altura de 42 metros.

b) Derivamos e igualamos a cero.

$$H(x) = 20x - 2x^2 \Rightarrow H'(x) = 20 - 4x$$

$$H'(x) = 0 \Rightarrow 20 - 4x = 0 \Rightarrow 4x = 20 \Rightarrow x = 5$$

Vemos como es el signo de la segunda derivada en $x = 5$.

$$H'(x) = 20 - 4x \Rightarrow H''(x) = -4 \Rightarrow H''(5) = -4 < 0 \rightarrow x = 5 \text{ es máximo}$$

Se alcanza la altura máxima a los 5 segundos.

Como $H(5) = 20 \cdot 5 - 2 \cdot 5^2 = 100 - 50 = 50$ la altura máxima que se alcanza es de 50 metros.

c) La gráfica de la función $H(x) = 20x - 2x^2$ es un trozo de parábola con vértice en $x = 5$.

Realizamos una tabla de valores y la representamos.

x	$H(x) = 20x - 2x^2$
0	0
3	42
5	50
10	0

