

|                                                                                                                                         |                                                                                                          |                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
|  <b>COMISIÓN<br/>INTERUNIVERSITARIA<br/>DE GALICIA</b> | <b>ABAU</b><br>Convocatoria ordinaria 2024<br><b>MATEMÁTICAS APLICADAS<br/>A LAS CIENCIAS SOCIAIS II</b> | <b>CÓDIGO 40</b> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

**EJERCICIO 1. Álgebra.** Considere la ecuación matricial  $X \cdot A + B = A \cdot B^t$ , en donde  $B^t$  denota la matriz traspuesta de  $B$ , siendo  $A$  y  $B$  las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Calcule, si es posible, la inversa de la matriz  $A$  y el rango de la matriz  $B$ .
- Despeje la matriz  $X$  en la ecuación matricial y, a continuación, calcule su valor.

**EJERCICIO 2. Álgebra.** Considere el sistema de inecuaciones dado por:

$$x + 2y \leq 40 \quad x + y \geq 5 \quad 3x + y \leq 45 \quad x \geq 0$$

- Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices.
- Calcule el punto o puntos de esa región donde la función  $f(x, y) = 2x - 3y$  alcanza su valor máximo y su valor mínimo.

**EJERCICIO 3. Análisis.** El número de vehículos vendidos por un concesionario a lo largo del último año se estima que viene dado por la función

$$N(t) = \begin{cases} 28 - (t - 4)^2 & 0 \leq t < 6 \\ (t - 10)^2 + 8 & 6 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

en donde  $t$  es el tiempo transcurrido en meses.

- Determine los períodos de crecimiento y decrecimiento del número de vehículos vendidos. ¿Cuál ha sido el mayor número de vehículos vendidos? ¿Y el menor? ¿En qué momentos se han producido? Justifique sus respuestas.
- Con la información del apartado anterior, represente la gráfica de la función.
- ¿Hubo algún período del año en el que el número de vehículos vendidos haya sido inferior a 12 unidades? Justifique su respuesta.

**EJERCICIO 4. Análisis.** Considérese la siguiente función:

$$f(x) = ax^3 - 2x^2 + bx + c$$

donde  $a, b, c$  son números reales.

- Calcular  $a, b, c$  sabiendo que la función  $f(x)$  pasa por  $(2, 8)$  y que tiene un extremo relativo en  $(0, 16)$ .
- Para  $a = b = 0$  y  $c = 16$ , calcule el área de la región limitada por la función  $f(x)$  y la recta  $y = 8$ .

**EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad.** Se estima que en una población el 20% padece obesidad y que el 11% padece obesidad y son hipertensos. Además, el 27,5% de los hipertensos padecen obesidad.

- a) ¿Qué porcentaje de la población padece obesidad o es hipertenso?
- b) ¿Son independientes los sucesos “padecer obesidad” y “ser hipertensos”?
- c) Calcule la probabilidad de que un individuo que no padece obesidad sea hipertenso.

**EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad.** Puede suponerse que el tiempo de formación, en horas, que necesita un empleado de una empresa para poder trabajar en una nueva planta sigue una distribución normal con desviación típica igual a 15.

- a) Si en una muestra de 25 empleados, el tiempo medio necesario fue de 97 horas, calcule un intervalo de confianza con un 95% de confianza para la media del tiempo de formación precisado.
- b) Si la media del tiempo de formación precisado es  $\mu=97$  horas, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo medio precisado de muestras de 36 trabajadores se encuentre entre 90 y 104 horas?

**SOLUCIONES**

**EJERCICIO 1. Álgebra.** Considere la ecuación matricial  $X \cdot A + B = A \cdot B^t$ , en donde  $B^t$  denota la matriz traspuesta de  $B$ , siendo  $A$  y  $B$  las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Calcule, si es posible, la inversa de la matriz  $A$  y el rango de la matriz  $B$ .  
b) Despeje la matriz  $X$  en la ecuación matricial y, a continuación, calcule su valor.

a) Averiguamos si la matriz  $A$  tiene inversa.

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 0 + 2 + 0 - 1 - 2 - 0 = -1 \neq 0$$

Su determinante es no nulo y tiene inversa. La calculamos.

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A^t)}{|A|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}}{-1} = - \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = - \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Estudiamos el rango de  $B$ .

¿El rango de  $B$  es 3?

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -1 + 0 + 1 - 0 - 1 + 1 = 0$$

Su determinante es nulo y el rango de  $B$  es menor que 3.

¿El rango de  $B$  es 2?

Consideramos el menor de orden 2 que resulta de quitar la fila y columna tercera.

Comprobamos que su determinante es no nulo.

$$\text{Menor} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 1 = -2 \neq 0$$

El rango de la matriz  $B$  es 2.

b) Despejamos X de la ecuación  $X \cdot A + B = A \cdot B^t$ .

$$X \cdot A + B = A \cdot B^t \Rightarrow X \cdot A = A \cdot B^t - B \Rightarrow X = (A \cdot B^t - B)A^{-1}$$

Determinamos la expresión de la matriz X.

$$A \cdot B^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+1-1 & 0-1+1 & 0-1+1 \\ -1+1-2 & -1-1+2 & 0-1+2 \\ 1+0-2 & 1+0-2 & 0+0-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B^t - B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$X = (A \cdot B^t - B)A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+0+1 & 2-1-1 & 1-1-1 \\ -6+0+0 & 6+1+0 & 3+1+0 \\ 6+0-3 & -6+0+3 & -3+0+3 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ -6 & 7 & 4 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

La matriz X tiene la expresión  $X = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ -6 & 7 & 4 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ .

**EJERCICIO 2. Álgebra.** Considere el sistema de inecuaciones dado por:

$$x + 2y \leq 40$$

$$x + y \geq 5$$

$$3x + y \leq 45$$

$$x \geq 0$$

a) Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices.

b) Calcule el punto o puntos de esa región donde la función  $f(x, y) = 2x - 3y$  alcanza su valor máximo y su valor mínimo.

a) Representamos primero las rectas que delimitan la región factible.

$$x + 2y = 40$$

| x  | y = $\frac{40-x}{2}$ |
|----|----------------------|
| 0  | 20                   |
| 10 | 15                   |
| 40 | 0                    |

$$x + y = 5$$

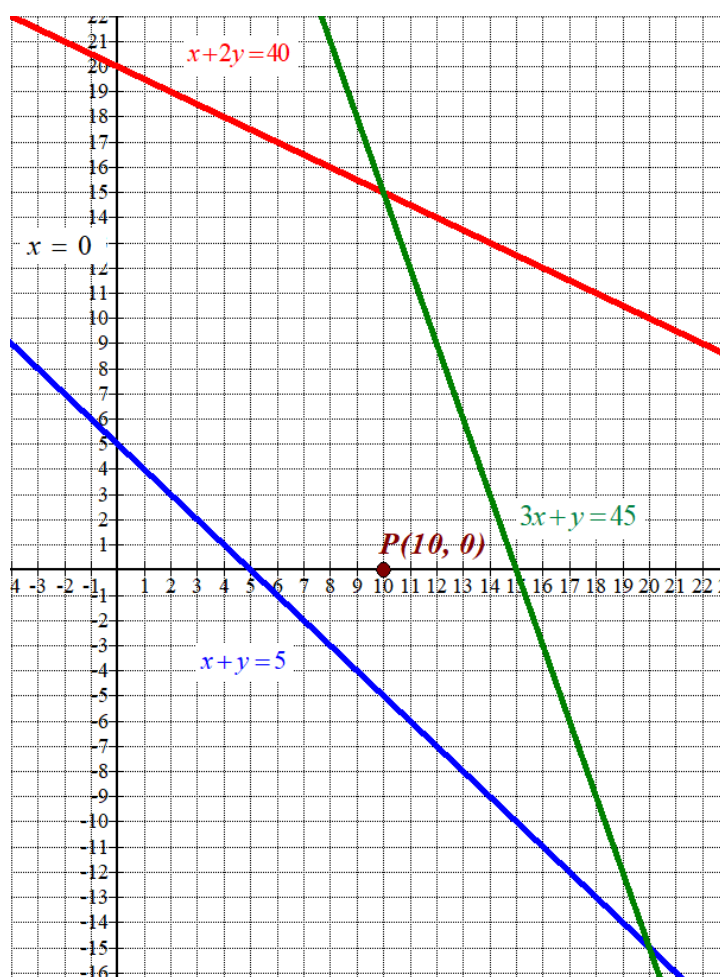
| x  | y = 5 - x |
|----|-----------|
| 0  | 5         |
| 5  | 0         |
| 20 | -15       |

$$3x + y = 45$$

| x  | y = 45 - 3x |
|----|-------------|
| 0  | 45          |
| 10 | 15          |
| 20 | -15         |

$$x = 0$$

| x = 0 | y  |
|-------|----|
| 0     | 0  |
| 0     | 5  |
| 0     | 20 |



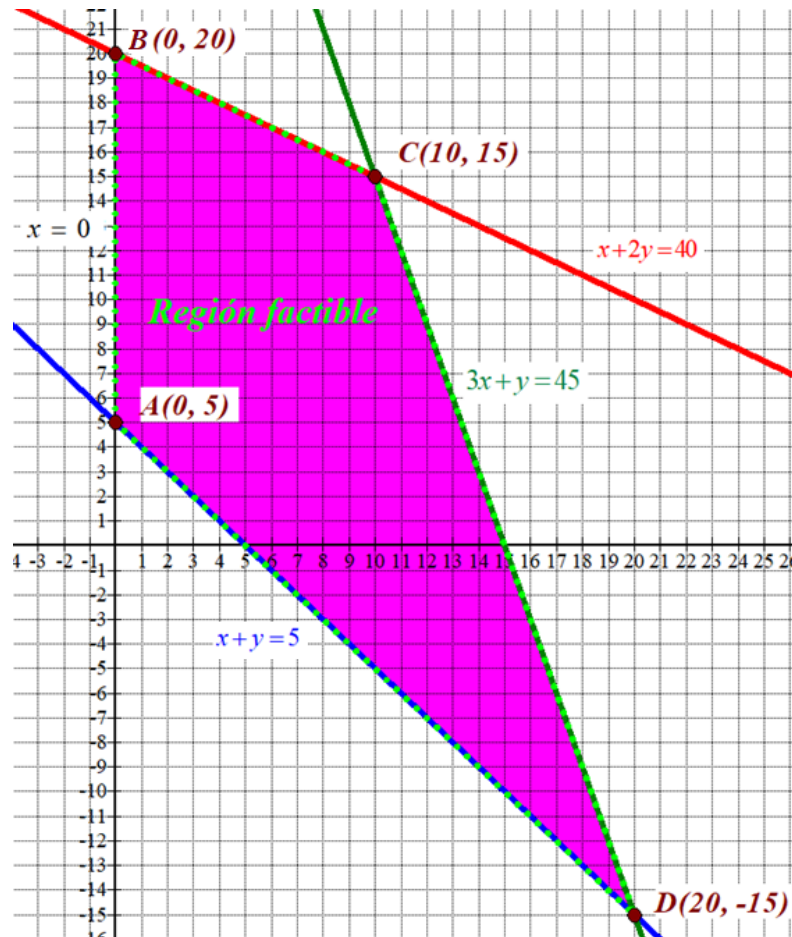
Como las inecuaciones son

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 40 \\ x + y \geq 5 \\ 3x + y \leq 45 \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \text{ la región factible es la región del plano situada a la}$$

derecha del eje OY, por encima de la recta azul y por debajo de las rectas verde y roja. Comprobamos que el punto P(10, 0) perteneciente a esta región cumple todas las inecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} 10 + 2 \cdot 0 \leq 40 \\ 10 + 0 \geq 5 \\ 3 \cdot 10 + 0 \leq 45 \\ 10 \geq 0 \end{array} \right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de rosa la región factible en el siguiente dibujo e indicamos las coordenadas de los vértices.



Los vértices de la región factible son los puntos A(0, 5), B(0, 20), C(10, 15) y D(20, -15).

- b) Valoramos la función  $f(x, y) = 2x - 3y$  en cada uno de los vértices en busca de los valores máximo y mínimo.

$$A(0, 5) \rightarrow f(0, 5) = 2 \cdot 0 - 3 \cdot 5 = -15$$

$$B(0, 20) \rightarrow f(0, 20) = 2 \cdot 0 - 3 \cdot 20 = -60 \text{ ¡Mínimo!}$$

$$C(10, 15) \rightarrow f(10, 15) = 2 \cdot 10 - 3 \cdot 15 = -25$$

$$D(20, -15) \rightarrow f(20, -15) = 2 \cdot 20 - 3 \cdot (-15) = 85 \text{ ¡Máximo!}$$

El valor mínimo es  $-60$  y se alcanza en el punto B(0, 20) y el valor máximo es  $85$  y se alcanza en el punto D(20, -15).

**EJERCICIO 3. Análisis.** El número de vehículos vendidos por un concesionario a lo largo del último año se estima que viene dado por la función

$$N(t) = \begin{cases} 28 - (t-4)^2 & 0 \leq t < 6 \\ (t-10)^2 + 8 & 6 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

en donde  $t$  es el tiempo transcurrido en meses.

**a)** Determine los períodos de crecimiento y decrecimiento del número de vehículos vendidos. ¿Cuál ha sido el mayor número de vehículos vendidos? ¿Y el menor? ¿En qué momentos se han producido? Justifique sus respuestas.

**b)** Con la información del apartado anterior, represente la gráfica de la función.

**c)** ¿Hubo algún período del año en el que el número de vehículos vendidos haya sido inferior a 12 unidades? Justifique su respuesta.

a) La función es continua en  $t = 6$ .

$$\left. \begin{aligned} N(6) &= (6-10)^2 + 8 = 24 \\ \lim_{t \rightarrow 6^-} N(t) &= \lim_{t \rightarrow 6^-} 28 - (t-4)^2 = 28 - (6-4)^2 = 24 \\ \lim_{t \rightarrow 6^+} N(t) &= \lim_{t \rightarrow 6^+} (t-10)^2 + 8 = 24 \end{aligned} \right\} \Rightarrow N(6) = \lim_{t \rightarrow 6^-} N(t) = \lim_{t \rightarrow 6^+} N(t) = 24$$

La función es continua en su intervalo de definición  $[0, 12]$

Calculamos la derivada de la función y buscamos sus puntos críticos.

$$N'(t) = \begin{cases} -2(t-4) & 0 \leq t < 6 \\ 2(t-10) & 6 < t \leq 12 \end{cases}$$

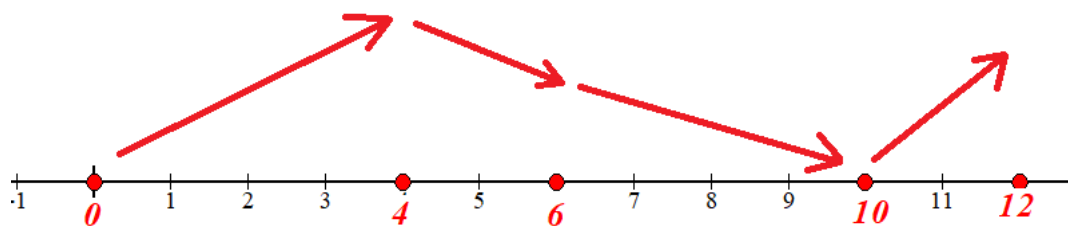
$$N'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -2(t-4) = 0 \rightarrow t = 4 \in (0, 6) \\ 2(t-10) = 0 \rightarrow t = 10 \in (6, 12) \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes de  $t = 4$ , entre 4 y 6, entre 6 y 10, por último, entre 10 y 12.

- En el intervalo  $[0, 4)$  tomamos  $t = 2$  y la derivada vale  $N'(2) = -2(2-4) = 4 > 0$ .  
La función crece en  $[0, 4)$ .
- En el intervalo  $(4, 6)$  tomamos  $t = 5$  y la derivada vale  $N'(5) = -2(5-4) = -2 < 0$ .  
La función decrece en  $(4, 6)$ .
- En el intervalo  $(6, 10)$  tomamos  $t = 8$  y la derivada vale  $N'(8) = 2(8-10) = -4 < 0$ .  
La función decrece en  $(6, 10)$ .
- En el intervalo  $(10, 12]$  tomamos  $t = 11$  y la derivada vale  $N'(11) = 2(11-10) = 2 > 0$ . La función crece en  $(10, 12]$ .

La función crece en  $[0, 4) \cup (10, 12]$  y decrece en  $(4, 10)$ .

La función sigue el esquema siguiente.



La función tiene un valor máximo en  $t = 4$ , siendo este valor  $N(4) = 28 - (4 - 4)^2 = 28$ .

La función tiene un mínimo en  $t = 10$ , siendo este valor  $N(10) = (10 - 10)^2 + 8 = 8$

**Conclusión:** El número de vehículos vendidos crece los cuatro primeros meses, decrece del mes cuarto al mes décimo y vuelve a crecer en los últimos dos meses del año.

Valoramos el número de coches vendidos en el mes 0, 4, 10 y 12 para decidir donde se encuentra el máximo y mínimo absoluto.

$$N(0) = 28 - (0 - 4)^2 = 12$$

$$N(4) = 28 - (4 - 4)^2 = 28$$

$$N(10) = (10 - 10)^2 + 8 = 8$$

$$N(12) = (12 - 10)^2 + 8 = 12$$

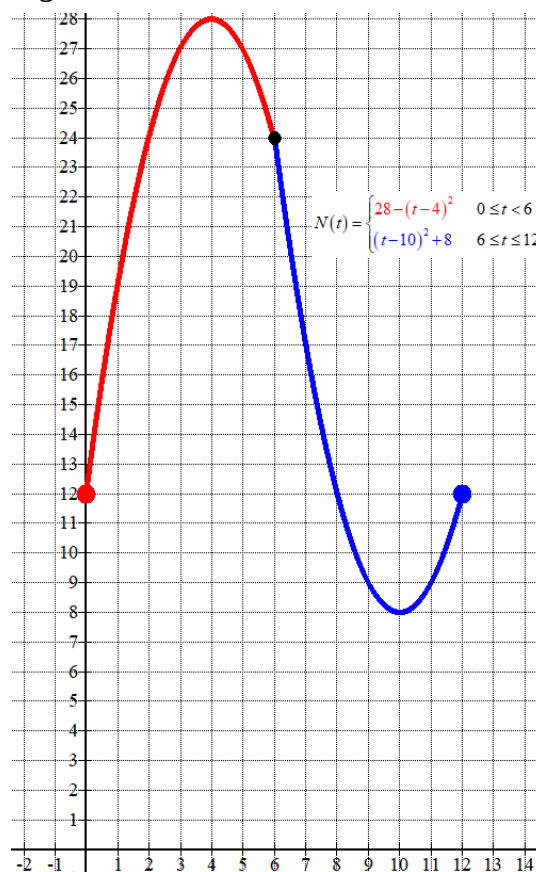
El máximo número de coches vendidos es 28 en el cuarto mes.

El número mínimo de coches vendidos es 8 en el mes décimo.

b) Hacemos una tabla de valores y representamos la gráfica de la función.

| $t$ | $N(t) = 28 - (t - 4)^2 \quad 0 \leq t < 6$ |
|-----|--------------------------------------------|
| 0   | 12                                         |
| 4   | 28                                         |
| 5   | 27                                         |

| $t$ | $(t - 10)^2 + 8 \quad 6 \leq t \leq 12$ |
|-----|-----------------------------------------|
| 6   | 24                                      |
| 10  | 8                                       |
| 12  | 12                                      |



c) Observando la gráfica vemos que se venden 12 coches en el mes 0, en el mes 8 y en el mes 12. Se venden menos de 12 unidades en el mes noveno, décimo y undécimo.

**EJERCICIO 4. Análisis.** Considérese la siguiente función:

$$f(x) = ax^3 - 2x^2 + bx + c$$

donde  $a, b, c$  son números reales.

a) Calcular  $a, b, c$  sabiendo que la función  $f(x)$  pasa por  $(2,8)$  y que tiene un extremo relativo en  $(0,16)$ .

b) Para  $a = b = 0$  y  $c = 16$ , calcule el área de la región limitada por la función  $f(x)$  y la recta  $y = 8$ .

a) Si la función  $f(x)$  pasa por  $(2,8)$  significa que  $f(2) = 8$ .

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= ax^3 - 2x^2 + bx + c \\ f(2) &= 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 8 = a \cdot 2^3 - 2 \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8 = 8a - 8 + 2b + c \Rightarrow \boxed{8a + 2b + c = 16}$$

Si la función tiene un extremo relativo en  $(0,16)$  significa que la función pasa por  $(0, 16)$  y que la derivada se anula para  $x = 0 \rightarrow f'(0) = 0$ .

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= ax^3 - 2x^2 + bx + c \\ f(0) &= 16 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 16 = a \cdot 0^3 - 2 \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow \boxed{c = 16}$$

$$\left. \begin{aligned} f'(x) &= 3ax^2 - 4x + b \\ f'(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 = 3a \cdot 0^2 - 4 \cdot 0 + b \Rightarrow \boxed{b = 0}$$

Sustituimos estos valores en la primera ecuación obtenida.

$$\left. \begin{aligned} 8a + 2b + c &= 16 \\ c &= 16 \\ b &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 8a + 0 + 16 = 16 \Rightarrow 8a = 0 \Rightarrow \boxed{a = 0}$$

Los valores buscados son  $a = 0$ ,  $b = 0$  y  $c = 16$ .

b) Para  $a = b = 0$  y  $c = 16$  la función queda  $f(x) = -2x^2 + 16$ .

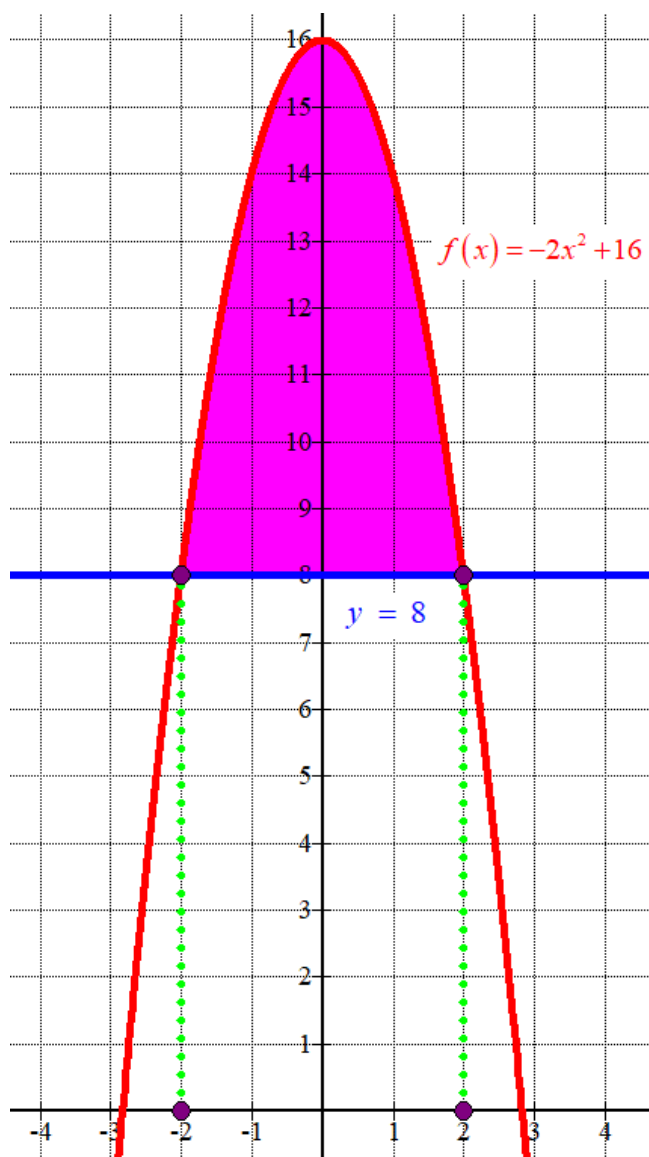
Buscamos los puntos de corte de la gráfica de la función con la recta  $y = 8$ .

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= -2x^2 + 16 \\ y &= 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 8 = -2x^2 + 16 \Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{4} = \pm 2}$$

El área de la región limitada por la función  $f(x)$  y la recta  $y = 8$  es el valor absoluto de la integral definida entre  $-2$  y  $2$  de la diferencia entre las dos funciones.

$$\begin{aligned} \int_{-2}^2 -2x^2 + 16 - 8 dx &= \int_{-2}^2 -2x^2 + 8 dx \left[ -\frac{2x^3}{3} + 8x \right]_{-2}^2 = \left[ -\frac{2 \cdot 2^3}{3} + 8 \cdot 2 \right] - \left[ -\frac{2(-2)^3}{3} + 8(-2) \right] = \\ &= -\frac{16}{3} + 16 - \left( -\frac{16}{3} + 16 \right) = 32 - \frac{32}{3} = \frac{64}{3} \approx 21.33 \end{aligned}$$

El área de la región limitada por la función  $f(x)$  y la recta  $y = 8$  tiene un valor aproximado de 21.33 unidades cuadradas.



**EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad.** Se estima que en una población el 20% padece obesidad y que el 11% padece obesidad y son hipertensos. Además, el 27,5% de los hipertensos padecen obesidad.

- a) ¿Qué porcentaje de la población padece obesidad o es hipertenso?  
 b) ¿Son independientes los sucesos “padecer obesidad” y “ser hipertenso”?  
 c) Calcule la probabilidad de que un individuo que no padece obesidad sea hipertenso.

Llamamos  $G$  al suceso “ser obeso”,  $H$  al suceso “ser hipertenso”.

Si el 27,5% de los hipertensos padecen obesidad tenemos que  $P(G/H) = 0.275$ .

También sabemos que  $P(G) = 0.20$  y que  $P(G \cap H) = 0.11$ .

Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(G/H) = \frac{P(G \cap H)}{P(H)} \Rightarrow 0.275 = \frac{0.11}{P(H)} \Rightarrow P(H) = \frac{0.11}{0.275} = 0.4$$

- a) Calculamos  $P(G \cup H)$ .

$$P(G \cup H) = P(G) + P(H) - P(G \cap H) = 0.20 + 0.40 - 0.11 = 0.49$$

El porcentaje de la población que padece obesidad o es hipertenso es del 49 %.

- b) Hay que ver si se cumple  $P(G \cap H) = P(G)P(H)$ .

$$\left. \begin{array}{l} P(G \cap H) = 0.11 \\ P(G)P(H) = 0.2 \cdot 0.4 = 0.08 \end{array} \right\} \Rightarrow P(G \cap H) = 0.11 \neq 0.08 = P(G)P(H)$$

Al tener distinto valor podemos afirmar que los sucesos “padecer obesidad” y “ser hipertensos” no son independientes.

- c) Nos piden calcular  $P(H/\bar{G})$ . Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(H/\bar{G}) = \frac{P(H \cap \bar{G})}{P(\bar{G})} = \frac{P(H) - P(H \cap G)}{1 - P(G)} = \frac{0.40 - 0.11}{1 - 0.2} = \frac{29}{80} = 0.3625$$

La probabilidad de que un individuo que no padece obesidad sea hipertenso es de 0.3625.

**EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad.** Puede suponerse que el tiempo de formación, en horas, que necesita un empleado de una empresa para poder trabajar en una nueva planta sigue una distribución normal con desviación típica igual a 15.

a) Si en una muestra de 25 empleados, el tiempo medio necesario fue de 97 horas, calcule un intervalo de confianza con un 95% de confianza para la media del tiempo de formación precisado.

b) Si la media del tiempo de formación precisado es  $\mu=97$  horas, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo medio precisado de muestras de 36 trabajadores se encuentre entre 90 y 104 horas?

a)  $X$  = El tiempo de formación, en horas, que necesita un empleado de una empresa para poder trabajar en una nueva planta.  $X = N(\mu, 15)$

Tamaño de la muestra =  $n = 25$ .

Media muestral  $\bar{x} = 97$  horas.

Con un nivel de confianza del 95 % hallamos el valor de  $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow \alpha / 2 = 0,025 \rightarrow 1 - \alpha / 2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{1,96}$$

Hallamos el error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{15}{\sqrt{25}} = 5.88$$

El intervalo de confianza es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (97 - 5.88, 97 + 5.88) = (91.12, 102.88)$$

b)  $X$  = El tiempo de formación, en horas, que necesita un empleado de una empresa para poder trabajar en una nueva planta.

$$X = N(97, 15) \rightarrow \overline{X}_{36} = N\left(97, \frac{15}{\sqrt{36}}\right) \Rightarrow \overline{X}_{36} = N(97, 2.5)$$

Nos piden calcular  $P(90 \leq \overline{X}_{36} \leq 104)$ .

$$P(90 \leq \overline{X}_{36} \leq 104) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \end{array} \right\} = P\left(\frac{90-97}{2.5} \leq Z \leq \frac{104-97}{2.5}\right) =$$

$$= P(-2.8 \leq Z \leq 2.8) = P(Z \leq 2.8) - P(Z \leq -2.8) =$$

$$= P(Z \leq 2.8) - P(Z \geq 2.8) = P(Z \leq 2.8) - [1 - P(Z \leq 2.8)] =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = 0.9974 - (1 - 0.9974) = \boxed{0.9948}$$

La probabilidad de que el tiempo medio precisado de muestras de 36 trabajadores se encuentre entre 90 y 104 horas es de 0.9948.