

El examen está distribuido en tres bloques, cada uno con 3 ejercicios.

En total se debe contestar a 4 ejercicios, de dos maneras posibles: o bien se eligen dos bloques y se contesta a 2 de cada uno de ellos, o bien se contesta a 2 de un bloque y a 1 de cada bloque restante.

Para evitar confusiones, se recomienda consignar claramente en la primera página de las hojas de respuestas a qué cuatro ejercicios se responde en el examen.

Todos los ejercicios valen 2.5 puntos, y en varios de ellos dicha puntuación se desglosa con más detalle.

Todas las respuestas deben ser debidamente justificadas.

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean ni programables ni gráficas, y que no calculen integrales.

Para contestar a algunas preguntas se puede usar la tabla de la distribución normal que se adjunta al final del cuestionario.

El **tiempo** disponible para responder a las preguntas es de **una hora y media**.

Bloque 1. Álgebra y Programación Lineal.

1.1.— En el mercado de Olmedo, por cinco corderos y un puerco me dan 26 ducados; por tres corderos, tres puercos y un ternero me dan 38 ducados, y si les doy dos de cada clase me dan 36 ducados.

¿Cuántos ducados me dan por cada cordero, puerco y ternero?

[2.5 puntos]

1.2.— Sea la matriz $M = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Elige una matriz A cuadrada de orden 2 tal que, de sus cuatro componentes, tres valen 1 y la otra vale -1 . Escribe explícitamente tu matriz A , y encuentra entonces la matriz X que cumple que

$$AX = M.$$

¿Cuánto valen los determinantes de las matrices A y X ?

[2.5 puntos]

1.3.— Un artesano fabrica hilo de algodón ecológico e hilo de lino de alta calidad, y planifica su trabajo para los próximos tres días. Cada metro de algodón le lleva una hora de trabajo, y para cada metro de lino necesita tres horas. No quiere emplear más de 21 horas en su tarea. El coste de fabricación es de dos monedas por metro de algodón y de una por metro de lino, y no puede gastar más de 12 monedas en la tarea. Su beneficio por metro de algodón es de 3 monedas, y por metro de lino es de 5 monedas.

¿Cuántos metros debe fabricar de cada clase para maximizar su beneficio?

Estudia cómo cambiaría la respuesta si el beneficio por metro de lino fuera el doble del que se ha dicho antes.

[2.5 puntos]

Bloque 2. Análisis.

2.1.— Definimos la función f mediante

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$$

para los valores reales x en los que la expresión tiene sentido. ¿Cuál es su dominio?

Representa la gráfica de f , de forma que se aprecien bien sus asíntotas horizontales y verticales, sus extremos relativos y sus cortes con los ejes de coordenadas.

[2.5 puntos]

2.2.— Encuentra los valores de a y b que hacen que la función dada por

$$f(x) = x^3 - ax^2 - bx + 1$$

cumpla las dos propiedades siguientes:

- (i) Su derivada vale lo mismo en $x = 0$ y en $x = 1$.
- (ii) Tiene un extremo relativo en $x = -1$.

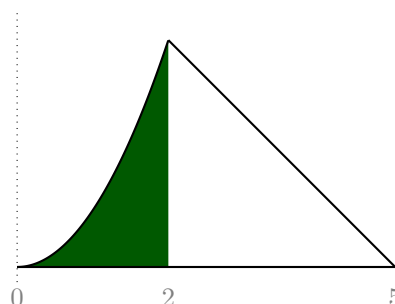
[1.75 puntos]

¿Qué propiedad cumplen las rectas tangentes a la gráfica $y = f(x)$ en los puntos de abscisa 0 y 1? ¿Qué tipo de extremo relativo (máximo o mínimo) tiene f en -1 ?

[0.75 puntos]

2.3.— El diseño del logo de New Summit se ajusta en altura a la gráfica de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 2, \\ 5 - x & \text{si } 2 \leq x \leq 5. \end{cases}$$



- (i) Calcula el valor de a . [0.75 puntos]
- (ii) Calcula el área de las dos regiones de distinto color distinguibles en el logo. [1.75 puntos]

Bloque 3. Estadística y Probabilidad.

3.1.— De cada diez autobuses que llegan al enclave de un concierto en Asturias cuatro proceden de Gijón, tres de Oviedo, dos de Avilés y uno de Mieres. El 40 % de las personas que llegan de Gijón y de Oviedo son mujeres, pero el porcentaje es del 60 % entre las que llegan de Avilés y del 80 % de las llegadas desde Mieres.

Si elegimos una mujer al azar que ha llegado en autobús al concierto, ¿con qué probabilidad lo ha hecho desde cada una de las cuatro ciudades? [2.5 puntos]

3.2.— La distribución de las valoraciones de un producto en una macroencuesta es normal de media μ y desviación típica σ . El porcentaje de las valoraciones superiores a 7 coincide con el de las valoraciones inferiores a 5.

- (i) ¿Por qué podemos deducir que $\mu = 6$? [0.75 puntos]
- (ii) Si el porcentaje expresado es del 15.866 %, ¿cuál es el valor de σ ? [0.75 puntos]
- (iii) ¿Qué valor es entonces superado solamente por el 2.5 % de las valoraciones? [1 punto]

3.3.— Las sandías de nuestra huerta tienen un peso cuya distribución es normal, con una desviación típica de 40 gr. Llamaremos μ a su media.

- (a) Si el peso medio fuese $\mu = 650$ gr, ¿cuál sería la probabilidad de que el peso promedio de 25 sandías superase los 666 gr? **[1.25 puntos]**
- (b) Sin conocer el valor de μ tomamos una muestra efectiva de 25 sandías, y el promedio de sus pesos resulta ser 700 gr. Calcula entonces un intervalo con el 95 % de confianza en el que localizar μ . **[1.25 puntos]**

Tabla de la distribución normal estándar:

z	+0.00	+0.01	+0.02	+0.03	+0.04	+0.05	+0.06	+0.07	+0.08	+0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56360	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91308	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997
4.0	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99998	0.99998	0.99998	0.99998

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

- (1.1) Cualquier error en la resolución del sistema es poco disculpable, porque el estudiante debería verificar que su solución cumple las ecuaciones.
- (1.2) No se pide explícitamente, pero había que valorarlo debidamente si se advierte la propiedad de ciclicidad en las distintas soluciones según la elección de A (es decir, si se resuelve en todos los supuestos).
- (1.3) Se debe valorar por separado la obtención correcta de la región factible y el conocimiento de cómo resolver el problema en base a dicha región y a la función objetivo.
- (2.1) Hay que valorar especialmente el cálculo de la derivada, necesaria para estudiar los extremos. En general es mejor valorar el interés por responder completamente que el rigor en las expresiones.
- (2.2) Hay varias posibilidades de respuesta correcta a alguna pregunta concreta, y todas hay que valorarlas.
- (3.1) Si al contestar bien para una ciudad concreta queda claro que sabe cómo usar el teorema de Bayes, los errores en cálculo en cualquier otro caso son disculpables.
- (3.2) Es razonable que se trate de contestar con dibujos aclaratorios, aunque las expresiones usadas no sean muy rigurosas o correctas.