



ABAU
Convocatoria extraordinaria 2024
MATEMÁTICAS II

CÓDIGO 20

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas**.

PREGUNTA 1. Números y Álgebra. (2 puntos)

Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix}$ dé respuesta a los dos apartados siguientes:

- Calcule los valores de x e y que hacen que A conmute con todas las matrices antisimétricas X de orden 2, es decir, que hacen que se cumpla la igualdad $AX = XA$ para toda matriz antisimétrica X de orden 2.
- Si $x = -1$ e $y = 1$, calcule la matriz M que satisface la igualdad $2M = A^{-1} - AM$.

PREGUNTA 2. Números y Álgebra. (2 puntos)

Discuta, según los valores del parámetro m , el siguiente sistema:
$$\begin{cases} 2x + y + z = m \\ x - y + 2z = 2m \\ mx + 3z = m \end{cases}$$

PREGUNTA 3. Análisis. (2 puntos)

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{k - xe^x}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$, se pide responder a las siguientes cuestiones:

- ¿Cuál es el valor de k que hace que f sea continua en $x = 0$ para cualquier valor de b ?
- ¿Para qué valores de b y k es f derivable en $x = 0$?

PREGUNTA 4. Análisis. (2 puntos)

Determine el valor del número positivo a que hace que el área de la región encerrada por la recta $y = -2x$ y la parábola $y = ax^2 + 4x$ sea igual a 9 unidades cuadradas.

PREGUNTA 5. Geometría. (2 puntos)

Considérense el plano $\pi: x + 2y - 2z = 0$ y la recta r que pasa por los puntos $A(2,1,2)$ y $B(0,1,1)$. Se pide:

- Estudiar la posición relativa de la recta r y el plano π .
- Obtener la ecuación implícita o general del plano que contiene a r y es perpendicular a π .

PREGUNTA 6. Geometría. (2 puntos)

Sean r la recta que pasa por los puntos $A(-1,3,-5)$ y $B(1,2,-5)$ y π el plano que pasa por el punto $C(5,0,1)$ y es perpendicular a r . Se piden las ecuaciones paramétricas de r , la ecuación implícita o general de π y el punto de corte de r con π .

PREGUNTA 7. Estadística y Probabilidad. (2 puntos)

En una determinada colonia de cormoranes, cada huevo que se pone tiene un 13% de probabilidades de ser infértil. Si se observa la puesta de 7 huevos, calcule la probabilidad de que entre ellos haya por lo menos 2 infértiles.

PREGUNTA 8. Estadística y Probabilidad. (2 puntos)

La durabilidad de un determinado aparato electrónico sigue una distribución normal de media 20000 horas y desviación típica 2500 horas.

- a) Si elegimos al azar uno de estos aparatos, ¿cuál es la probabilidad de que dure menos de 17000 horas?
- b) ¿Cuál es la durabilidad, en horas, excedida por el 98,5% de estos aparatos?

SOLUCIONES

PREGUNTA 1. Números y Álgebra. (2 puntos)

Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix}$ dé respuesta a los dos apartados siguientes:

- a) Calcule los valores de x e y que hacen que A conmute con todas las matrices antisimétricas X de orden 2, es decir, que hacen que se cumpla la igualdad $AX = XA$ para toda matriz antisimétrica X de orden 2.
- b) Si $x = -1$ e $y = 1$, calcule la matriz M que satisface la igualdad $2M = A^{-1} - AM$.

a) Si X es una matriz antisimétrica cumple que $X^T = -X$.

$$X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow X^T = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$$

$$X^T = -X \Rightarrow \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a = -a \rightarrow 2a = 0 \rightarrow a = 0 \\ c = -b \\ b = -c \\ d = -d \rightarrow 2d = 0 \rightarrow d = 0 \end{cases} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$$

Si la matriz A conmuta con la matriz X se cumple $AX = XA$.

$$AX = XA \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -b & b \\ -by & bx \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} bx & by \\ -b & -b \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -b = bx \\ b = by \\ -by = -b \\ bx = -b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -b = bx \\ b = by \end{cases} \Rightarrow \{b \neq 0\} \Rightarrow \begin{cases} -1 = x \\ 1 = y \end{cases} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Los valores buscados son $x = -1, y = 1$.

b) La matriz A queda $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Multiplicamos la igualdad por la matriz A y despejamos M .

$$2M = A^{-1} - AM \Rightarrow 2AM = AA^{-1} - AAM \Rightarrow 2AM = I - A^2M \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2AM + A^2M = I \Rightarrow (2A + A^2)M = I \Rightarrow M = (2A + A^2)^{-1}$$

Hallamos la expresión de $2A + A^2$.

$$2A + A^2 = 2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1-1 & 1+1 \\ -1-1 & -1+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

Hallamos la expresión de la inversa de $2A + A^2$ que es la matriz M buscada.

$$|2A + A^2| = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 16 = 20$$

$$(2A + A^2)^{-1} = \frac{\text{Adj}\left((2A + A^2)^T\right)}{|2A + A^2|} = \frac{\text{Adj}\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}}{20} = \frac{1}{20} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/10 & -1/5 \\ 1/5 & 1/10 \end{pmatrix}$$

La matriz M buscada es $M = \begin{pmatrix} 1/10 & -1/5 \\ 1/5 & 1/10 \end{pmatrix}$.

PREGUNTA 2. Números y Álgebra. (2 puntos)

Discuta, según los valores del parámetro m , el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + y + z = m \\ x - y + 2z = 2m \\ mx + 3z = m \end{cases}$$

La matriz de coeficientes asociada al sistema es $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ m & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y la matriz ampliada es

$$A/B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & m \\ 1 & -1 & 2 & 2m \\ m & 0 & 3 & m \end{pmatrix}$$

Averiguamos cuando se anula el determinante de la matriz A .

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ m & 0 & 3 \end{vmatrix} = -6 + 2m + 0 + m - 3 - 0 = 3m - 9$$

$$|A| = 0 \Rightarrow 3m - 9 = 0 \Rightarrow 3m = 9 \Rightarrow m = \frac{9}{3} = 3$$

Analizamos dos casos por separado.

CASO 1. $m \neq 3$

En este caso el determinante de A es no nulo y su rango es 3, al igual que el rango de la matriz ampliada A/B y el número de incógnitas. El sistema es **compatible determinado** (una única solución).

CASO 2. $m = 3$

Estudiamos el rango de A y de A/B usando el método de Gauss.

$$A/B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 6 \\ 3 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Fila } 3^a - 3 \cdot \text{Fila } 2^a \\ 3 \quad 0 \quad 3 \quad 3 \\ -3 \quad 3 \quad -6 \quad -18 \\ \hline 0 \quad 3 \quad -3 \quad -15 \rightarrow \text{Nueva Fila } 3^a \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Fila } 1^a - 2 \cdot \text{Fila } 2^a \\ 2 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \\ -2 \quad 2 \quad -4 \quad -12 \\ \hline 0 \quad 3 \quad -3 \quad -9 \rightarrow \text{Nueva Fila } 2^a \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & -3 & -9 \\ 0 & 3 & -3 & -15 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Fila } 3^a - \text{Fila } 2^a \\ 0 \quad 3 \quad -3 \quad -15 \\ 0 \quad -3 \quad 3 \quad 9 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 0 \quad -6 \rightarrow \text{Nueva Fila } 3^a \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cccc} & \overbrace{2 \quad 1 \quad 1 \quad 3}^{A/B} & & \\ 0 & 3 & -3 & -9 \\ \underbrace{0 \quad 0 \quad 0}_A & & & -6 \end{array} \right)$$

El rango de A es 2 y el de A/B es 3. Los rangos son distintos y el sistema es **incompatible**.

Resumiendo: Si $m \neq 3$ el sistema es compatible determinado y si $m = 3$ el sistema es incompatible.

PREGUNTA 3. Análisis. (2 puntos)

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{k - xe^x}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$, se pide responder a las siguientes cuestiones:

- a) ¿Cuál es el valor de k que hace que f sea continua en $x = 0$ para cualquier valor de b ?
 b) ¿Para qué valores de b y k es f derivable en $x = 0$?

a) Para que la función sea continua en $x = 0$ deben coincidir los límites laterales con el valor de la función.

- Existe $f(0) = 0^2 + b \cdot 0 - 1 = -1$.
- Existe $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} x^2 + bx - 1 = -1$.
- Existe $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{k - xe^x}{x} = \frac{k - 0}{0} = \dots$, para que exista el límite debe ser $k = 0$, en caso contrario el límite vale ∞ y la función no sería continua.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-xe^x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} -e^x = -e^0 = -1$$
- Los tres valores son iguales. Se cumple para $k = 0$.

El valor de k que hace que f sea continua en $x = 0$ para cualquier valor de b es $k = 0$.

b) Para que la función sea derivable en $x = 0$ debe ser continua, por lo que $k = 0$.

La función queda $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{-xe^x}{x} = -e^x & \text{si } x > 0 \end{cases}$

Para que sea derivable en $x = 0$ deben coincidir las derivadas laterales.

Obtenemos la derivada de la función en $\mathbb{R} - \{0\}$.

$$f'(x) = \begin{cases} 2x + b & \text{si } x < 0 \\ -e^x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Calculamos las derivadas laterales en $x = 0$ y hacemos que tengan el mismo valor.

$$\left. \begin{aligned} f'(0^-) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} 2x + b = b \\ f'(0^+) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} -e^x = -e^0 = -1 \\ f'(0^-) &= f'(0^+) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{b = -1}$$

Los valores que hacen que f derivable en $x = 0$ son $k = 0$ y $b = -1$.

PREGUNTA 4. Análisis. (2 puntos)

Determine el valor del número positivo a que hace que el área de la región encerrada por la recta $y = -2x$ y la parábola $y = ax^2 + 4x$ sea igual a 9 unidades cuadradas.

Hallamos los puntos de corte de recta y parábola.

$$\left. \begin{array}{l} y = -2x \\ y = ax^2 + 4x \end{array} \right\} \Rightarrow -2x = ax^2 + 4x \Rightarrow ax^2 + 6x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(ax + 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ax + 6 = 0 \rightarrow ax = -6 \rightarrow \{a > 0\} \rightarrow x = \frac{-6}{a} < 0 \end{cases}$$

Hallamos el área de la región encerrada por la recta $y = -2x$ y la parábola $y = ax^2 + 4x$ que calculamos como el valor absoluto de la integral definida entre $x = \frac{-6}{a}$ y $x = 0$ de la diferencia de las dos funciones.

$$\int_{-6/a}^0 ax^2 + 4x - (-2x) dx = \int_{-6/a}^0 ax^2 + 6x dx = \left[\frac{ax^3}{3} + 3x^2 \right]_{-6/a}^0 =$$

$$= \left[\frac{a \cdot 0^3}{3} + 3 \cdot 0^2 \right] - \left[\frac{a \left(\frac{-6}{a} \right)^3}{3} + 3 \left(\frac{-6}{a} \right)^2 \right] = - \left[\frac{-a \frac{6^3}{a^3}}{3} + 3 \frac{36}{a^2} \right] =$$

$$= - \left[\frac{-\frac{216}{a^2}}{3} + \frac{108}{a^2} \right] = \frac{216}{3a^2} - \frac{108}{a^2} = \frac{72}{a^2} - \frac{108}{a^2} = \frac{-36}{a^2}$$

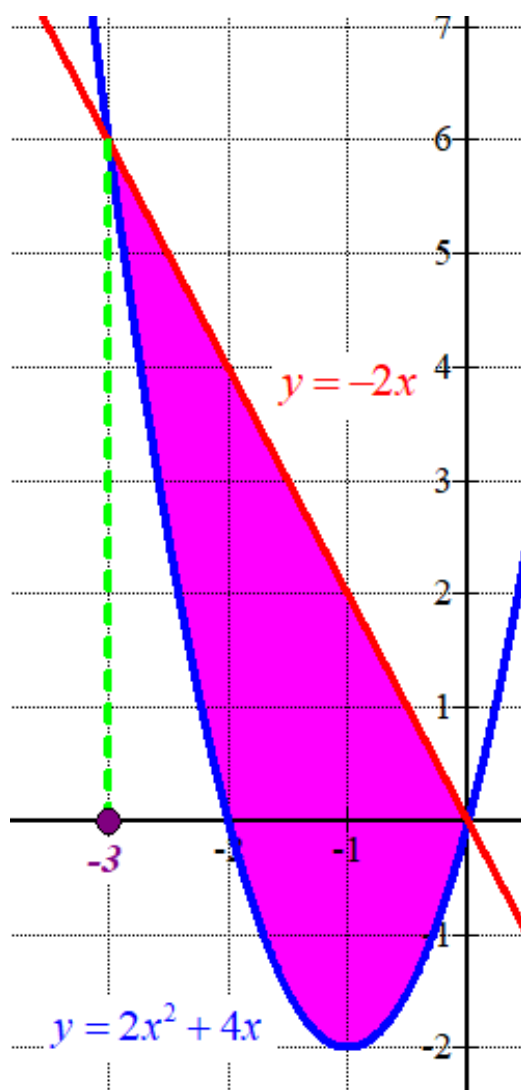
El área del recinto tiene un valor de $\frac{36}{a^2}$ unidades cuadradas.

Igualamos el área a 9 y despejamos a .

$$\frac{36}{a^2} = 9 \Rightarrow 36 = 9a^2 \Rightarrow a^2 = \frac{36}{9} = 4 \Rightarrow a = \sqrt{4} = \pm 2 \Rightarrow \{a > 0\} \Rightarrow \boxed{a = 2}$$

El valor buscado es $a = 2$.

La parábola queda $y = 2x^2 + 4x$ y los puntos de corte de ambas gráficas son $x = 0$ y $x = -3$. Dibujamos las gráficas y la región para comprobar la bondad de la solución.



PREGUNTA 5. Geometría. (2 puntos)

Considérense el plano $\pi : x + 2y - 2z = 0$ y la recta r que pasa por los puntos $A(2,1,2)$ y $B(0,1,1)$.

Se pide:

- Estudiar la posición relativa de la recta r y el plano π .
- Obtener la ecuación implícita o general del plano que contiene a r y es perpendicular a π .

a) Hallamos la ecuación de la recta r .

$$\left. \begin{array}{l} \vec{v}_r = \overrightarrow{AB} = (0,1,1) - (2,1,2) = (-2,0,-1) \\ B(0,1,1) \in r \end{array} \right\} \Rightarrow r: \begin{cases} x = -2\lambda \\ y = 1 \\ z = 1 - \lambda \end{cases}; \lambda \in \mathbb{R}$$

Comprobamos si el vector director de la recta y el vector normal del plano son perpendiculares, es decir, si su producto escalar es nulo.

$$\left. \begin{array}{l} \pi : x + 2y - 2z = 0 \rightarrow \vec{n} = (1, 2, -2) \\ \vec{v}_r = (-2, 0, -1) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{v}_r = (1, 2, -2)(-2, 0, -1) = -2 + 0 + 2 = 0$$

Al ser el producto escalar nulo la recta es paralela al plano o está contenida en él.

Comprobamos si el punto $B(0,1,1)$ de la recta pertenece al plano o no.

$$\left. \begin{array}{l} \pi : x + 2y - 2z = 0 \\ \text{¿} B(0,1,1) \in \pi? \end{array} \right\} \Rightarrow \text{¿} 0 + 2 - 2 = 0?$$

Como la igualdad es cierta el punto B pertenece al plano, al igual que el resto de puntos de la recta. La recta r está contenida en el plano π .

- El plano π' perpendicular al plano π tiene como uno de sus vectores directores el vector normal del plano π .

Como el plano π' contiene a la recta r el otro vector director del plano π' es el vector director de la recta r y el punto B pertenece al plano π' .

$$\left. \begin{array}{l} B(0,1,1) \in \pi' \\ \vec{u} = \vec{n} = (1, 2, -2) \\ \vec{v} = \vec{v}_r = (-2, 0, -1) \end{array} \right\} \Rightarrow \pi': \begin{vmatrix} x & y-1 & z-1 \\ 1 & 2 & -2 \\ -2 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2x + 4(y-1) + 0 + 4(z-1) + y - 1 - 0 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2x + 4y - 4 + 4z - 4 + y - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{\pi': -2x + 5y + 4z - 9 = 0}$$

La ecuación implícita del plano que contiene a r y es perpendicular a π es

$$\pi': -2x + 5y + 4z - 9 = 0.$$

PREGUNTA 6. Geometría. (2 puntos)

Sean r la recta que pasa por los puntos $A(-1,3,-5)$ y $B(1,2,-5)$ y π el plano que pasa por el punto $C(5,0,1)$ y es perpendicular a r . Se piden las ecuaciones paramétricas de r , la ecuación implícita o general de π y el punto de corte de r con π .

Hallamos la ecuación de la recta r .

$$\left. \begin{array}{l} \vec{v}_r = \overrightarrow{AB} = (1, 2, -5) - (-1, 3, -5) = (2, -1, 0) \\ B(1, 2, -5) \in r \end{array} \right\} \Rightarrow r: \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = -5 \end{cases}; \lambda \in \mathbb{R}$$

Hallamos la ecuación del plano π que pasa por el punto $C(5,0,1)$ y es perpendicular a r . Al ser perpendicular a la recta el vector normal del plano es el vector director de la recta.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{n} = \vec{v}_r = (2, -1, 0) \\ C(5, 0, 1) \in \pi \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \pi: 2x - y + D = 0 \\ C(5, 0, 1) \in \pi \end{array} \right\} \Rightarrow 10 - 0 + D = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D = -10 \Rightarrow \boxed{\pi: 2x - y - 10 = 0}$$

El plano que pasa por el punto $C(5,0,1)$ y es perpendicular a r tiene ecuación $\pi: 2x - y - 10 = 0$.

Hallamos el punto D de corte de recta y plano resolviendo el sistema formado por sus respectivas ecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} \pi: 2x - y - 10 = 0 \\ r: \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = -5 \end{cases} \end{array} \right\} \Rightarrow 2(1 + 2\lambda) - (2 - \lambda) - 10 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 + 4\lambda - 2 + \lambda - 10 = 0 \Rightarrow 5\lambda = 10 \Rightarrow \lambda = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + 4 = 5 \\ y = 2 - 2 = 0 \\ z = -5 \end{cases} \Rightarrow \boxed{D(5, 0, -5)}$$

El punto de corte de r con π tiene coordenadas $D(5, 0, -5)$.

PREGUNTA 7. Estadística y Probabilidad. (2 puntos)

En una determinada colonia de cormoranes, cada huevo que se pone tiene un 13% de probabilidades de ser infértil. Si se observa la puesta de 7 huevos, calcule la probabilidad de que entre ellos haya por lo menos 2 infértiles.

Llamamos X a la variable que cuenta el número de huevos infértiles de un grupo de 7 huevos.

Esta variable aleatoria es binomial pues cada repetición es independiente de la otra y en cada repetición solo puede pasar que el huevo sea fértil o infértil.

Esta binomial tiene parámetros $n = 7$ y $p = 0.13$.

$X = B(7, 0.13)$

Nos piden calcular $P(X \geq 2)$. Como esta probabilidad es laboriosa de calcular utilizamos el suceso contrario.

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X < 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)] = \\ &= 1 - \left[\binom{7}{0} 0.13^0 \cdot 0.87^7 + \binom{7}{1} 0.13^1 \cdot 0.87^6 \right] = 1 - [0.87^7 + 7 \cdot 0.13 \cdot 0.87^6] \approx \boxed{0.2281} \end{aligned}$$

La probabilidad de que entre los 7 huevos haya por lo menos 2 infértiles tiene un valor aproximado de 0.2281.

PREGUNTA 8. Estadística y Probabilidad. (2 puntos)

La durabilidad de un determinado aparato electrónico sigue una distribución normal de media 20000 horas y desviación típica 2500 horas.

- a) Si elegimos al azar uno de estos aparatos, ¿cuál es la probabilidad de que dure menos de 17000 horas?
 b) ¿Cuál es la durabilidad, en horas, excedida por el 98,5% de estos aparatos?

X es la durabilidad de un determinado aparato electrónico (en horas). $X = N(20000, 2500)$

- a) Nos piden calcular $P(X < 17000)$.

$$P(X < 17000) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \end{array} \right\} = P\left(Z < \frac{17000 - 20000}{2500}\right) = P(Z < -1.2) =$$

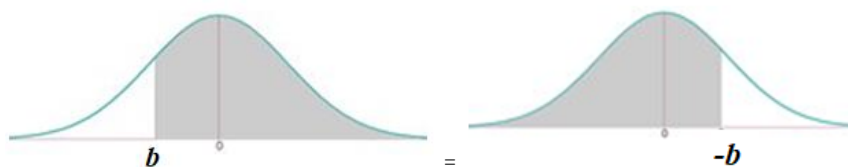
$$= P(Z > 1.2) = 1 - P(Z < 1.2) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} = 1 - 0.8849 = \boxed{0.1151}$$

La probabilidad de que un aparato dure menos de 17000 horas es de 0.1151.

- b) Nos piden hallar “a” tal que $P(X \geq a) = 0.985$.

$$P(X \geq a) = 0.985 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificamos} \\ Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \end{array} \right\} \Rightarrow P\left(Z \geq \frac{a - 20000}{2500}\right) = 0.985 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Probabilidad mayor que 0.5} \rightarrow \\ \frac{a - 20000}{2500} < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \dots$$



$$\dots \Rightarrow P\left(Z \leq -\frac{a - 20000}{2500}\right) = 0.985 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Buscamos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{a - 20000}{2500} = 2.17 \Rightarrow -a + 20000 = 2.17 \cdot 2500 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20000 - 5425 = a \Rightarrow \boxed{a = 14575 \text{ horas}}$$

La durabilidad, en horas, excedida por el 98,5% de estos aparatos es 14 575 horas.