



UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA

Prueba de Evaluación de Bachillerato
para el Acceso a la Universidad (EBAU)
Curso 2023–2024
Convocatoria: Ordinaria/Extraordinaria
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

El alumno contestará a **SÓLO 5** ejercicios de entre los planteados.

En caso contrario, el corrector corregirá los cinco que haya contestado primero.

Todas las preguntas tienen la misma puntuación. Es necesario justificar las respuestas.

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables ni gráficas ni calculen integrales. Si algún alumno es sorprendido con una calculadora no autorizada, podrá ser expulsado del examen; en todo caso, se le retirará la calculadora sin que tenga derecho a que le proporcionen otra.

1.– (2 puntos) Escribe, si existen, las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva

$$f(x) = |x| \exp(-x).$$

en los puntos de abscisa $x = 0$ y $x = -1$.

2.– (2 puntos) Un nadador se encuentra a 2 km de la playa enfrente del puesto de la Cruz Roja. Desea ir a la caseta de las duchas que está en la misma playa a 3 km de distancia del puesto de la Cruz Roja. Sabiendo que nada a 3 km/h y anda por la arena a 5 km/h, determinar a qué lugar debe dirigirse a nado para llegar a las duchas en el menor tiempo posible.

3.– (2 puntos) Dada la función

$$f(x) = (1 - x^2) \tan(x).$$

Demuestra que tiene un máximo relativo en el intervalo $(0, \pi/2)$.

4.– (2 puntos) Halla la matriz X que satisface

$$AXA + B = B(2A + I),$$

donde $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ e I es la matriz identidad de orden 2.

5.– (2 puntos) Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x - y + az &= a, \\ ax + y - z &= a, \\ (a + 1)x + z &= a + 2, \end{cases}$$

halla la matriz $A^{-1}b$ sin calcular la matriz inversa de A , siendo A la matriz de coeficientes y b la de términos independientes.

6.– (2 puntos) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & -a \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a - 4 & -1 \\ 0 & 2a \end{pmatrix}$, halla a para que $A^2 - A = 12I + B$ con I la matriz identidad de orden 2. A continuación, halla la matriz X tal que $XA = AX = I$.

7.– (2 puntos) Dados los planos de ecuaciones

$$\begin{cases} ax + y + z &= a^2, \\ x - y + z &= 1, \\ 3x - y - z &= 1, \\ 6x - y + z &= 3a, \end{cases}$$

analiza según los valores del parámetro a su posición relativa.

8.– (2 puntos) Dado el punto $P \equiv (2, -1, 3)$, halla las ecuaciones de los siguientes planos que contienen a P .

(i) Paralelo a $\pi : 4x + 3y - 2z + 4 = 0$.

(ii) Perpendicular a la recta $r \equiv \frac{x-3}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-4}$.

9.– (2 puntos) Una máquina de café está regulada de modo que la cantidad de café que echa está distribuida por una normal de media 125 ml y una desviación típica de 20 ml. Calcula:

(i) el porcentaje de vasos que se llenarán con más de 150 ml.

(ii) entre que capacidades (ml) está el 60 % de los cafés que dispensa la máquina.

(Véase la tabla simplificada de la **normal tipificada** que aparece al final del examen)

10.– (2 puntos) El 2 % de la población mundial padece una cierta enfermedad. Se dispone de una prueba para detectarla, pero no es fiable. En el 98 % de los casos da positivo en personas enfermas. Y en el 4 % de los casos da positivo en personas sanas. Halla

(i) la probabilidad de que una persona esté sana, habiendo salido la prueba positiva.

(ii) habiendo salido la prueba negativa, la probabilidad de que una persona esté enferma.

Tabla simplificada de la distribución normal tipificada

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817



UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA

Prueba de Evaluación de Bachillerato
para el Acceso a la Universidad (EBAU)
Curso 2023–2024
Convocatoria: Ordinaria/Extraordinaria
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

1. (i) Planteamiento del problema, teniendo en cuenta la definición de la función y su derivada. Ver que la función es continua en $x = 0$ usando la definición. (1 punto).
(ii) Ver que no existe la derivada en $x = 0$, por lo tanto tampoco existe la recta tangente en $x = 0$. Resolución y obtención de la recta tangente en $x = 1$. (1 punto).
2. (i) Planteamiento del problema, expresar la función del tiempo en función de la suma de las distancias. (1 punto).
(ii) Obtención del mínimo, derivando la función anterior y comprobando que es un mínimo. (1 punto).
3. (i) Ver que f es continua y derivable en $\mathbb{R}$, y en particular lo es para el intervalo $[0, 1]$ que está contenido en $[0, \pi/2]$. La función f en los extremos del intervalo $[0, 1]$ coincide y aplicar el teorema de Rolle, es decir existe un $c \in [0, 1]$ tal que $f'(c) = 0$. (1 punto).
(ii) dar la expresión correcta de la primera y segunda derivada. Ver que la f'' es negativa en $(0, 1)$ (1 punto).
4. (i) Despejar $X = 2A^{-1}B$ (0,75 puntos). Cálculo de la matriz inversa de A , (0,5 puntos).
(ii) Producto de matrices y resolución, (0,75 puntos).
5. Si al resolver el sistema de ecuaciones, el alumno comete un error **numérico**, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se prestará especial atención siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial.
(i) Eliminación Gaussiana de la matriz (1 punto).
(ii) Discusión de los tres casos y soluciones (1 punto).
6. (i) Operar con matrices $A^2 - A = 12I + B$ y hallar a , (1,5 puntos).
(ii) Cálculo de la matriz inversa cuando $a = 4$, (0,5 puntos).

7. (i) Eliminación Gaussiana de la matriz o cálculo del determinante de la matriz ampliada (1 punto).
(ii) La posición relativa en los dos casos, que queda según el valor de a , (1 punto).
8. (i) Dar la ecuación de los planos paralelos a π y exigir que el punto P esté en el plano, (1 punto).
(ii) Ver que el vector director de la recta r es perpendicular al vector $\overrightarrow{PX}$, con X un punto del plano buscado, (1 punto).
9. (i) Tipificar la variable, usar propiedades de la normal y buscar en la tabla, (1 punto).
(ii) Tipificar la variable, usar propiedades de la normal y buscar en la tabla, (1 punto).
10. Planteamiento correcto del ejercicio, árbol o tabla de contingencia (0,5 puntos).
(i) Cálculo de la probabilidad condicionada, (0,75 puntos).
(ii) Cálculo de la probabilidad condicionada, (0,75 puntos).

CRITERIOS GENERALES DE CORRECCIÓN

(1) Se sugiere un tipo de corrección positivo, es decir, partiendo de cero y sumando puntos por los aciertos que el alumno vaya obteniendo.

(2) Como excepción al apartado anterior, los errores muy graves, del tipo

$$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b, \quad \frac{\ln x}{x} = \ln, \quad \int \frac{x}{x^2 + 3} = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{x}{3} \right),$$

se penalizarán especialmente, y pueden suponer un 0 en el apartado en el que se hayan cometido.

(3) Se deberá valorar la exposición lógica y la coherencia de las respuestas, tanto en cuestiones teóricas como prácticas.

(4) La puntuación máxima que se puede obtener en cada ejercicio viene señalada en la copia del examen que se entrega al alumno. Si alguno de los apartados tiene a su vez subapartados, se deberá distribuir razonablemente el número de puntos entre los mismos (no necesariamente debe darse el mismo peso a cada subapartado).

(5) Si un alumno da una respuesta acertada a un problema escribiendo sólo los resultados, sin el desarrollo lógico de cómo los ha obtenido, la puntuación en este apartado no podrá ser superior al 10 % de la nota máxima prevista.

(6) La calificación será la suma de las puntuaciones obtenidas en cada ejercicio de una sola propuesta.