



Este examen tiene cinco partes, de 2,5 puntos cada una. Debes responder a CUATRO de ellas. En cada parte debes responder a una única pregunta.

En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.

No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.

No se podrán usar calculadoras que tengan alguna de las siguientes prestaciones:

- pantalla gráfica, posibilidad de transmitir datos, programable,
- resolución de ecuaciones, operaciones con matrices,
- cálculo de determinantes,
- cálculo de derivadas e integrales,
- almacenamiento de datos alfanuméricos.

[illegible]



PRIMERA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A1

(2 p) Discute la existencia de solución del siguiente sistema en función de los valores del parámetro α :

$$\begin{cases} \alpha x + y + z = 2, \\ x + 2y + (\alpha - 1)z = -1, \\ 2x + y + (\alpha - 2)z = 1. \end{cases}$$

(0,5 p) Resuelve el sistema, si es posible, en el caso $\alpha = 1$.

Ejercicio B1

Se sabe que

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 2.$$

Calcula, explicando las propiedades aplicadas,

$$(a) \text{ (1,5 p)} \begin{vmatrix} 3a & 3b & 3c \\ a-p & b-q & c-r \\ 2x-a & 2y-b & 2z-c \end{vmatrix}. \quad (b) \text{ (1 p)} \begin{vmatrix} a & x & 2p \\ b & y & 2q \\ c & z & 2r \end{vmatrix}.$$

SEGUNDA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A2

Se consideran las siguientes rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x = 2\lambda, \\ y = -1 + 4\lambda, \\ z = 2 - \lambda; \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} 2x - y = 1, \\ z = 3. \end{cases}$$

(a) **(1 p)** Calcula la posición relativa de las rectas r y s .

(b) **(0,75 p)** Calcula la ecuación del plano que contiene a ambas rectas.

(c) **(0,75 p)** Dado el punto $P(-8, -8, 0)$, calcula el punto Q de la recta r de modo que el vector $\overrightarrow{PQ}$ sea perpendicular a la recta r .



Ejercicio B2

Dados los puntos $P_1(1, 4, 5)$, $P_2(1, 2, -1)$, $P_3(0, -2, 3)$ y $P_4(-2, 0, 1)$, calcula:

- (a) (1 p) la ecuación del plano π que contiene a los puntos P_2 , P_3 y P_4 :
- (b) (1,5 p) el punto simétrico de P_1 respecto del plano π .

TERCERA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A3

Sea $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x + 1}$.

- (a) (0,5 p) Encuentra las asíntotas de f .
- (b) (1 p) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .
- (c) (0,5 p) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.
- (d) (0,5 p) Haz una representación aproximada de la gráfica de la función f .

Ejercicio B3

Se sabe que la función $f(x) = Ax^4 + Bx^2 + C$ tiene un extremo relativo cuando $x = 1/2$ y la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa $x = 1$ es $y = 6x - 2$.

- (a) (1,5 p) Encuentra los valores de los parámetros A , B y C .
- (b) (1 p) Encuentra todos los extremos relativos de la función f y razona si son máximos o mínimos.



CUARTA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A4

Calcula las dos integrales siguientes:

(a) **(1,25 p)** $\int \frac{2 - 3x + x^3}{x^2 + 2x + 1} dx,$

(b) **(1,25 p)** $\int \frac{2 - 3x}{x^2 + 2x + 1} dx.$

Ejercicio B4

Se consideran las curvas de ecuaciones $y = x^2$ e $y = \frac{x^2}{3}$ y la recta de ecuación $y = x$.

- (a) **(1,25 p)** Dibuja el recinto del primer cuadrante limitado por esas tres curvas.
- (b) **(1,25 p)** Calcula el área de ese recinto.

QUINTA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A5

Tenemos dos urnas con bolas de colores. La urna A contiene 3 bolas verdes, 5 bolas rojas y 4 bolas azules. La urna B contiene 2 bolas verdes, 2 bolas rojas y 3 bolas azules. Se saca, al azar, una bola de la urna A y se mete en la urna B. Posteriormente se saca una bola de la urna B.

- (a) **(0,5 p)** Realiza el correspondiente diagrama de árbol.
- (b) **(0,75 p)** Calcula la probabilidad de que la bola extraída de la urna B sea verde.
- (c) **(0,5 p)** Calcula la probabilidad de que la bola extraída de la urna B sea verde sabiendo que la bola extraída de la urna A ha sido roja.
- (d) **(0,75 p)** Sabiendo que la bola extraída de la urna B es verde, calcula la probabilidad de que la bola extraída de la urna A haya sido roja.



Ejercicio B5

Tras la realización de un estudio, se ha llegado a la conclusión de que el tiempo medio que un adulto aguanta bajo el agua sin respirar es de 45 segundos, con una desviación típica de 7,3 segundos, ajustándose los datos a una distribución normal.

- (a) **(1 p)** Calcula el porcentaje de adultos que aguanta más de 57 segundos.
- (b) **(1,5 p)** Calcula el porcentaje de adultos que aguanta entre 39 y 57 segundos.